cogito

newton **da costa**

logici clasice și neclasice

eseu asupra fundamentelor logicii



newton c.a. **da costa**

(n. 1929)

După ce a studiat ingineria, Newton C.A. da Costa s-a orientat către matematică şi a obţinut doctoratul în anul 1961, devenind profesor la Universitatea Federală din Paraná, în anul 1965.

După o perioadă în care a predat la Universitatea de Stat din Campinas (1968-1970) şi în cadrul departamentului de matematică al Universităţii din Sao Paolo (1971-1985), s-a mutat la departamentul de filosofie al aceleiaşi universităţi, devenind profesor de logică, în anul 1991.

Newton da Costa a fost profesor invitat în cadrul unor instituţii şi universităţi de prestigiu, cum ar fi: Stanford, Berkeley, Paris, München, Florenţa, Sidney, Melbourne, Mexico, Santiago şi Uruguay, fiind primul brazilian care a devenit membru permanent al Institutului Internaţional de Filosofie din Paris.

Newton da Costa este recunoscut pe plan internaţional ca fiind fondatorul logicii paraconsistente, contribuţie recunoscută la Primul Congres Mondial de Paraconsistenţă, desfăşurat la Ghent, în anul 1997, dar şi prin inserarea logicii paraconsistente, din 1991, ca subiect distinct, în Mathematical Reviews.

Este (co)autor la aproximativ 200 cărţi şi reviste, unele dintre ele publicate în limba franceză, spaniolă, italiană, rusă, bulgară şi chineză.

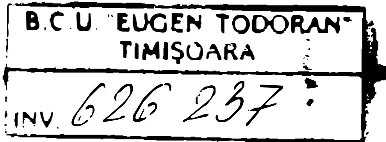
De asemenea, la fel de importantă ca şi contribuţia sa în logică este imensa influenţă exercitată de Newton da Costa asupra celor cu care a intrat în contact, prin entuziasmul său specific, motivându-i pe toţi cei cu care a lucrat - studenţi, colegi şi colaboratori din întreaga lume.

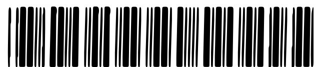
newton **da costa**

logici clasice și neclasice

eseu asupra fundamentelor logicii

traducere din limba franceză
ilie **gyurcsic**







Bucureşti, 2004

Adresă: **S.C. Editura TEHNICĂ S.A.**
Str. Olari, nr. 23, sector 2
cod 024056
Bucureşti, România

www.tehnica.ro

Traducere efectuată după ediția în limba franceză:
Logiques classiques et non classiques
Essai sur les fondements de la logique
© Masson, Paris, 1997

Ediția în limba română a fost realizată prin amabilitatea
Prof. Newton C.A. da Costa şi Jean-Yves Béziau
precum şi cu acordul generos din partea
DUNOD Editeur, Paris, Cedex 05

coordonatorul colecției
ianculucica

catedra de filosofie
universitatea de vest din timişoara

coperta colecției
florianabălan

coordonator lucrare
cătălinamăgureanu

coordonator tehnic
floringealapu

layout & procesare pc
iulianapanciu

asistent copyright
ioanavasilescu

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
DA COSTA, NEWTON C.A.
Logici clasice şi neclasice: eseu asupra fundamentelor logicii / Newton C.A. da COSTA; trad.: Ilie Gyurcsic; interviu cu: Newton C.A. da Costa; Lucica Iancu - Bucureşti: Editura Tehnică, 2004
Bibliogr.
ISBN 973-31-2219-X

I. Gyurcsic, Ilie (trad.)
II. Lucica, Iancu (ed.)

16

cuprins

DESTINUL UNEI IDEI

De vorbă cu Profesorul NEWTON C.A. da COSTA



Sfârşitul secolului al XX-lea a fost din punct de vedere al dezvoltării logicii mai puţin spectaculos decât începutul lui, în ciuda faptului că nu i-au lipsit nici provocările, nici oportunităţile şi nici personalităţile. Dacă este vorba de personalităţi, atunci se cuvine invocat şi logicianul, matematicianul şi filosoful brazilian Newton da Costa.

Într-o operă care numără astăzi peste trei sute de titluri de lucrări (multe din aceste lucrări sunt deja traduse şi în alte limbi), Newton da Costa a abordat probleme dintr-o largă arie tematică. Teoria mulţimilor, teoria modelelor, logica algebrică, logicile heterodoxe, teoria adevărului, iată doar câteva dintre domeniile în care se înscriu contribuţiile profesorului brazilian. Adăugăm aici şi cercetările întreprinse de el în fundamentele unor ştiinţe, îndeosebi fundamentele fizicii şi ale matematicii. Teorema de incompletitudine pentru teoriile dinamice axiomatizate este pentru fizica matematică echivalentul Teoremei lui Gödel pentru aritmetica formalizată.

Profesorul da Costa este cunoscut, în primul rând, ca fondator al logicii paraconsistente. S-a spus, şi pe bună dreptate, că logica paraconsistentă se numără printre evenimentele teoretice de primă însemnătate din a doua jumătate a secolului al XX-lea. Aplicaţiile acestei logici în diferitele domenii ale cunoaşterii şi acţiunii demonstrează, în modul cel mai direct şi mai propriu, recunoaşterea de care se bucură astăzi ideea paraconsistenţei.

Nu mai puţin importante sunt şi celelalte contribuţii ale profesorului Newton da Costa. Este suficient să ne gândim la concepţia pragmatistă a adevărului pentru domeniile formalizate, concepţie pe care a elaborat-o împreună cu câţiva dintre colaboratorii săi. Pentru că, trebuie spus, da Costa este un adevărat „om de echipă", a format şi promovat întregi colective de cercetători atât în Brazilia, unde îşi desfăşoară astăzi activitatea, cât şi în alte spaţii culturale unde a lucrat în decursul timpului.

Centrală pentru teoria sa despre adevăr este ideea de „structură parţială", caz particular al structurilor de „tip Tarski". Una din consecinţele acestei concepţii este noţiunea „adevărului parţial" (sau „cvasiadevărului"), idee care s-a dovedit a avea interesante aplicaţii, mai ales în logica inductivă.

Este dificil să rezumi în câteva rânduri recunoaşterea internaţională de care se bucură astăzi profesorul Newton da Costa. Este membru al Institutului Internaţional de Filosofie din Paris, ca şi al multor altor instituţii şi societăţi academice din Europa, America şi America de Sud. Numai până în anul 1998 s-au scris despre Newton da Costa peste opt sute de studii şi lucrări, însă, cu siguranţă, numărul acestora este în momentul de faţă mult mai mare. Adăugăm aici şi numeroasele colocvii şi simpozioane internaţionale care au avut ca temă problemele abordate de el. Amintim cu această ocazie primul congres mondial dedicat paraconsistenţei care a avut loc la Ghent în 1997. În fine, numărul 125/2000 (vol. 1–2) al revistei *Synthese* este număr omagial „da Costa".

Interviul care urmează, dedicat în exclusivitate prezentului volum, îi dă cititorului român posibilitatea să-şi facă o idee mai completă despre anvergura intelectuală a autorului de care ne ocupăm.

*

* *

I. Lucica: Stimate Domnule Profesor doresc, întâi de toate, să vă felicit cu ocazia apariţiei cărţii dumneavoastră în limba română şi să vă mulţumesc, totodată, pentru amabilitatea cu care aţi răspuns invitaţiei de a-mi acorda acest interviu. Nu vă ascund că mă încearcă unele nostalgii gândindu-mă când şi unde am auzit pentru prima dată de dumneavoastră şi de logica paraconsistentă. S-a întâmplat acum douăzeci şi ceva de ani, când încă mai eram student al Facultăţii de Filosofie

din Bucureşti. Din păcate, la acea dată nici noi, studenţii, şi nici profesorii noştri nu am putut aprofunda aceste probleme. Anii au trecut, timp în care s-au schimbat foarte multe, inclusiv în domeniul logicii; al logicii în general şi al logicii paraconsistente în particular.

Sunt multe lucruri despre care mi-ar face plăcere să discutăm, şi vă asigur că nu doar din domeniul logicii, însă nu vreau să abuzez de bunăvoinţa dumneavoastră, pe de o parte, iar pe de altă parte, nici acest interviu nu trebuie să depăşească anumite limite. Aşa că două vor fi, în principal, temele discuţiei noastre – logica paraconsistentă şi, bineînţeles, cartea dumneavoastră *Logici clasice şi neclasice*, mai exact, câteva din ideile dezvoltate de dumneavoastră în această carte. Pentru că vreau să încep, totuşi, cu începutul, să nu vă surprindă întrebarea mea: cine este, de fapt, Newton C.A. da Costa?

N. da Costa: Sunt nu doar bucuros, ci şi onorat că lucrările mele încep să fie cunoscute în limba română, mai ales că am cunoscut în urmă cu mai mulţi ani lucrările câtorva logicieni români şi vreau, de aceea, să încep prin a le mulţumi celor care au avut iniţiativa acestei traduceri şi au făcut posibilă publicarea ei. Sper ca interesul publicului românesc pentru genul de probleme discutate de mine aici să răsplătească, fie şi numai în parte, eforturile celor care au muncit la carte şi-mi place să cred că interviul nostru va stimula şi alte colaborări.

Revin acum la întrebarea dumneavoastră M-am născut în Curitiba, capitala statului Parana din Brazilia, la 16 septembrie 1929. Am terminat liceul la Şcoala Americană din Curitiba şi am obţinut, după război, diploma de inginer (1952). În anul 1955 am obţinut licenţa în matematică, iar doctoratul în matematică l-am susţinut în anul 1961 la Universitatea Federală din Parana. Conducător de doctorat mi-a fost statisticianul portughez J. Remy Freire, însă foarte mult m-au influenţat şi matematicienii brazilieni E. Farah şi L. Nachbin. Pe de altă parte, am fost întotdeauna interesat de filosofie audiind diferite cursuri, în special cursul de istorie a filosofiei ţinut de unchiul meu, profesorul Milton Carneiro, care a fost profesor de filosofie la Universitatea din Parana.

Activitatea mea a fost extrem de variată. Am fost profesor, cercetător sau simplu bursier la cele mai importante instituţii

de învăţământ din Europa, America, Australia şi America de Sud cum ar fi: Universitatea din Paris, Turin, Louvain, Varşovia, California, Stanford, Buenos Aires, Sao Paulo, Rio de Janeiro, ca şi la Academia de Ştiinţe din Polonia, Bulgaria şi Sao Paulo. În prezent sunt profesor de logică şi filosofia ştiinţei la Universitatea Federală din Santa Catarian, Brazilia.

Am cunoscut mulţi logicieni, matematicieni şi filosofi care m-au influenţat în decursul timpului. A. Tarski, L. Henkin, M. Taty, G.C. Granger, W.O. Quine, P. Suppes, S. Haack şi R. Routley sunt numai câţiva dintre ei. Am colaborat, de asemenea, cu câţiva importanţi cercetători, binecunoscuţi astăzi, cum ar fi: R. Chuaqui (Chile), R. Routley (Australia), C. Pinter (SUA), M. Guillaume (Franţa), D. Marconi (Italia) şi F.A. Doria (Brazilia).

Iată şi câteva din domeniile în care aş putea spune că se încadrează cercetările mele:

- Logicile neclasice, în particular, logica paraconsistentă;
- Teoria modelelor, în particular, teoria cvasiadevărului;
- Teoria laticielor, în particular, algebrizarea logicii paraconsistente;
- Logica inductivă şi fundamentele probabilităţilor, în particular, dezvoltarea unei noi direcţii în fundamentele teoriei probabilităţilor, aşa-numita teorie pragmatică a probabilităţilor;
- Filosofia (teoria) ştiinţei în care am extins, cu colaborarea lui F.A. Doria, teoremele lui Gödel la domeniul fizicii teoretice.

I. Lucica: Aria preocupărilor dumneavoastră este, într-adevăr, impresionantă, iar rezultatele pe care le-aţi obţinut sunt binecunoscute astăzi. Aş vrea să ne apropiem însă de subiectul discuţiei noastre – logica paraconsistentă. Cum am putea localiza ideea paraconsistenţei în marele dumneavoastră periplu? Ca să fiu mai clar: cum aţi ajuns la ideea paraconsistenţei şi cum a reacţionat comunitatea ştiinţifică internaţională faţă de o asemenea idee? A fost ea bine primită? Care a fost reacţia logicienilor faţă de primele dumneavoastră lucrări?

N. da Costa: Ideea de-a dezvolta logica paraconsistentă are la bază trei tipuri de motivaţii – matematică, filosofică şi ştiinţifică – în general.

• ***Motivaţia matematică***. Cantor a spus odată că „adevărata esenţă a matematicii este libertatea ei". Se ştie că paradoxurile obişnuite ale teoriei mulţimilor (paradoxul lui Russel, paradoxul lui Cantor, al lui Burali Forti, Curry, Koenig ş.a.) arată, printre altele, că axioma separării (cea care spune că orice proprietate determină o mulţime) este incompatibilă cu logica elementară clasică. Soluţiile uzuale ale problemei paradoxurilor impun axiomei restricţii foarte severe în scopul păstrării logicii elementare clasice. Însă, dacă libertatea este esenţa matematicii, de ce n-am putea păstra axioma separării eliminând sau, cel puţin, minimizând acele restricţii, schimbând, cu alte cuvinte, logica subiacentă (*underlying*)? Fapt este că, în momentul de faţă, există un număr infinit de asemenea logici, toate paraconsistente, la care putem ataşa axioma separării fără pericolul trivializării. Este drept că unele contradicţii vor continua să apară însă aceste contradicţii nu mai creează nici un fel de probleme. Aşa stând lucrurile, am construit nu doar o logică paraconsistentă, ci infinit de multe asemenea logici încercând să arăt cum ar putea fi reconstruită teoria mulţimilor şi, *a fortiori*, întreaga matematică. Prin urmare, pe lângă logica şi matematica clasică, există logici şi matematici paraconsistente. Aceasta a fost, ca să spun aşa, motivaţia matematică:

• ***Motivaţia filosofică***. Am încercat să formalizez teoria lui Meinong a obiectelor care presupune o logică paraconsistentă. Analog, am încercat să dau sens unor concepţii dialectice (cum ar fi dialectica marxistă, de exemplu) care, de asemenea, necesită o logică paraconsistentă.

• ***Motivaţia ştiinţifică***. Printre teoriile ştiinţifice, în fizică, de exemplu, găsim unele care sunt, evident, contradictorii (un exemplu, este teoria atomică a lui Bohr, aşa-numitul „atom bohr"). Am arătat că ele sunt într-adevăr „bune" dacă sunt fundamentate pe o logică paraconsistentă corespunzătoare în locul logicii clasice. Pe de altă parte, unele teorii din fizică sunt, în fapt, incompatibile, de exemplu, mecanica cuantică şi teoria generală a relativităţii. Unificarea lor într-o teorie mai extinsă presupune, după părerea mea, tot o logică paraconsistentă.

Cam acesta ar fi, în mare, răspunsul meu la prima întrebare. Dacă îmi permiteţi, însă, aş vrea să mai aduc aici câteva precizări.

I. Lucica: Vă rog!

N. da Costa: Prin forţa lucrurilor, în ultimii zece – cincisprezece ani, logica paraconsistentă îşi găseşte tot mai mult aplicaţii practice. Mă refer aici la domenii precum inteligenţa artificială, robotică, inginerie, controlul traficului, medicină, teoria argumentării juridice, calculatoare şi multe altele. Acest fapt evidenţiază, dintr-o altă perspectivă, relevanţa ei.
Şi pentru că am vorbit despre aplicaţiile logicii paraconsistente este important, cred eu, să deosebim, atunci când vorbim despre logică, între logica pură şi logica aplicată. Bunăoară, când studiem teoria clasică sau teoria paraconsistentă a modelelor facem logică pură, în schimb, atunci când aplicăm unele teorii logice în scopul sistematizării tipului de raţionare dintr-un anumit domeniu al cunoaşterii, sau când încercăm să justificăm o anume specie de logică heterodoxă dintr-un punct de vedere filosofic, atunci facem logică aplicată.
Logica pură este asemeni geometriei: există numeroase geometrii, aşa cum există diferite logici, iar cel care va aplica geometria sau logica va trebui să justifice alegerea geometriei sau logicii pe care a făcut-o. Adevărata existenţa a logicii paraconsistente trebuie justificată prin spectrul foarte larg al aplicaţiilor ei şi nu doar prin raţiunile ei filosofice, deşi între ele legăturile sunt foarte strânse. În caz contrar, logica paraconsistentă va dispare sau, în cel mai bun caz, se va reduce la un subiect fără o relevanţă teoretică prea mare.

I. Lucica: Am înţeles ideea dumneavoastră şi cred că ne putem întoarce la celălalt aspect al întrebării mele, cel privind reacţia comunităţii ştiinţifice faţă de ideea unei astfel de logici. Cum a fost întâmpinată, practic, logica paraconsistentă?

N. da Costa: Trebuie să vă spun că am început foarte de tânăr să lucrez la logica paraconsistentă, cred că aveam vreo 22 sau 23 de ani. Faptul cel mai uimitor este că nu am întâmpinat nici cea mai vagă opoziţie la cercetările mele

sau, cel puţin, o opoziţie explicită din partea mediilor universitare care să fi afectat, în vreun fel, statutul meu academic. Am făcut expuneri pe marginea subiectului la Universitatea Federală din Parana în anul 1953 sau anul 1954, iar în anul 1958 am publicat câteva studii de logică paraconsistentă în portugheză. Totuşi, munca mea începe să fie cunoscută pe plan internaţional abia după publicarea unei serii de studii în Analele Academiei de Ştiinţe din Paris. Coordonatorul meu de atunci din Franţa, logicianul M. Guillaume, m-a ajutat foarte mult în această privinţă. Mai târziu, am predat în diferite părţi ale lumii fără să întâmpin critici serioase (de exemplu, în Franţa, Belgia, Italia, Rusia, Polonia, Bulgaria, Australia, Statele Unite, Mexic, Chile, Brazilia ş.a.). Am avut impresia, de exemplu, că ideile mele au fost foarte bine primite în vechea Uniune Sovietică, mai ales de către filosofi. După spusele prietenului meu bulgar Sava Petrov, logicienilor sovietici nu le-au plăcut, pentru început, ideile mele, crezând, probabil, că intenţia mea a fost să justific şi să formalizez logica dialectică în detrimentul logicii clasice. Totuşi, prestaţia mea a convenit marxiştilor sovietici, dându-le speranţa că aş putea face mai agreabilă dialectica marxistă.

Astăzi, întrucât logica paraconsistentă are aplicaţii în cele mai importante domenii ale cunoaşterii, nu există opoziţii explicite la ideea paraconsistenţei, există, cel mult, opoziţii la unele interpretări filosofice sau consecinţe ale unor concepţii filosofice. Mai multe aspecte ale muncii mele au contribuit, cred eu, la această situaţie:

1) eu nu am spus niciodată că logica clasică ar fi greşită; a spune aşa ceva înseamnă să pierzi din vedere marea tradiţie pe care o aduce cu sine istoria filosofiei, a matematicii, a ştiinţei în general;

2) am arătat că logica fuzzy, ca de altfel multe alte tipuri de logică, sunt în fapt părţi ale logicii paraconsistente şi am argumentat că logica paraconsistentă este o specie a logicii pure mai mult sau mai puţin asemănătoare cu geometria pură (în geometrie se poate construi orice tip de sistem geometric, cu toate că şi aceste sisteme trebuie să-şi aibă importanţa lor, vreau să spun că trebuie să poată fi aplicate). În plus, multe din sistemele mele de logică paraconsistentă conţin logica clasică, ele rămân valide pentru

aşa-numitele propoziţii „bune". Din acest punct de vedere, logica paraconsistentă este o generalizare şi o extindere a logicii clasice;

3) am apărat logica paraconsistentă arătând că ea are inclusiv aplicaţii cu caracter tehnologic. După cum am mai spus, dacă logica paraconsistentă nu ar avea şi astfel de aplicaţii, ea ar fi condamnată să devină un subiect mort, cum s-a întâmplat cu logica tradiţională în ultimul secol. Înţelegem, deci, că numai argumentele de ordin filosofic nu sunt suficiente pentru justificarea unui sistem logic;

4) în fine, am studiat şi continui să studiez teme din logica clasică (teoria modelelor, logica algebrică etc.), din fizică (logica mecanicii cuantice, decidabilitatea şi indecidabilitatea teoriilor fizicii) ca şi din alte domenii.

I. Lucica: După ce ideea paraconsistenţei a devenit cunoscută, logicienii au încercat să identifice antecedentele ei logice şi filosofice. Sunt invocate numele lui Łukasiewicz şi Jaskowski, precum şi numele unor logicieni de dată mai recentă, cum ar fi N. Rescher, bunăoară. Deşi ei discută diferite aspecte ale contradicţiei, strict vorbind, aceşti autori nu au anticipat ideea unei logici paraconsistente, cel puţin, aceasta este părerea mea.
Cum găsiţi această afirmaţie? Ca să fiu mai explicit, care dintre toţi aceşti logicieni şi filosofi s-au apropiat cel mai mult de ideile dumneavoastră şi în ce fel?

N. da Costa: Logica paraconsistentă are câţiva pionieri, mă gândesc în special la J. Łukasiewicz şi N.A. Vasiliev. În studiul său din anul 1910 despre principiul noncontradicţiei la Aristotel, logicianul polonez ne dă impresia că s-ar fi gândit că o logică paraconsistentă este posibilă. Pe de altă parte, Vasiliev, în Rusia, tot în anul 1910, a formulat un soi de silogistică paraconsistentă (acest fapt a fost recunoscut pentru prima dată de către un colaborator de-al meu, profesorul Ayda I. Arrunda, şi de către mine; el chiar a publicat câteva studii despre Vasiliev şi despre logica sa).
În anul 1948, în Polonia, S. Jaskowski a construit o logică paraconsistentă pe care a numit-o *logică discusivă*, deşi el şi-a limitat cercetările doar la nivel propoziţional (după

părerea mea o logică adevărată trebuie să aibă şi un nivel predicativ, precum şi ceva echivalent teoriei mulţimilor sau unei logici de tip superior).

Între anii 1953–1954, în Brazilia, eu am construit pentru prima dată, şi independent de autorii menţionaţi, un număr infinit de sisteme paraconsistente incluzând aici nu doar sisteme de calcul propoziţional, ci şi sisteme logice de ordinul întâi, cu sau fără identitate, teorii ale descripţiilor, teorii ale mulţimilor şi alte logici de ordin superior. Am arătat, de asemenea, cum s-ar putea construi o matematică paraconsistentă şi cum s-ar putea analiza mulţimea lui Russell şi alte predicate sau mulţimi „inconsistente". Câţiva ani mai târziu am luat cunoştinţă de lucrările lui Jaskowski şi, împreună cu logicianul polonez L. Dubikajtis, am extins *logica discusivă* la o logică de ordinul întâi şi o teorie a mulţimilor.

Sigur că dumneavoastră aveţi dreptate când spuneţi că până acum cei mai mulţi autori interesaţi de logica paraconsistentă au prezentat sisteme logice particulare şi limitate, întemeiate mai ales pe considerente de ordin filosofic. Sub acest aspect cred că sunt primul logician care am dezvoltat ideea unei logici paraconsistente ca pe un domeniu de cercetare viabil, cu infinit de multe sisteme logice care au aplicaţii relevante. De asemenea, sunt de acord cu afirmaţia dumneavoastră că cei mai mulţi autori „nu au anticipat, strict vorbind, logica paraconsistentă".

După părerea mea, dacă există ceva negativ în privinţa logicii paraconsistente, acesta este legat de faptul că, şi astăzi, mulţi autori prezintă sisteme logice pe care le cred ca fiind singurele logici adevărate, criticând alţi autori care nu sunt de acord cu ei (de aici, foarte mari discuţii şi controverse). Or, lucrurile nu stau tocmai aşa. Pentru că mai multe sisteme alternative candidează la rangul de *logică adevărată*, unele dintre sistemele respective sunt, evident, false. Mai mult decât atât, aceşti autori, în general, cred că logica clasică este falsă, credinţă care, în momentul de faţă, cel puţin, nu se justifică.

Aşa cum am mai spus, există diferite logici alternative, nonechivalente, ce pot fi aplicate în diferite domenii. Logica clasică este „mama" acestor logici, de aceea, cred eu, ea este

încă valabilă. În încheiere, vreau să mai spun un singur lucru: trebuie găsite noi şi noi aplicaţii ale logicii paraconsistente dacă vrem ca ea să nu dispară ca subiect din orizontul cunoaşterii.

I. Lucica: După cum se ştie, marea problemă a logicii paraconsistente este problema contradicţiei. Problema consistenţei este (sau poate fi pusă) ca problemă derivată. După o sută de ani de dezvoltare matematică a logicii ne dăm seama că departe de a fi o limită a simplităţii, problema contradicţiei este un adevărat „complex logic". Multe din complicaţiile acestei probleme sunt datorate negaţiei, element esenţial al contradicţiei (cel puţin în înţelesul clasic al cuvântului). În logica bivalentă (dumneavoastră folosiţi termenul de „logică clasică") formele negaţiei:

„Nu este adevărat *P*",
„Este fals *P*",
„Din *P* rezultă ceva fals" ş.a.

au un comportament formal identic.
De îndată, însă, ce trecem la sisteme cu mai multe valori, aceste negaţii încep să difere în privinţa proprietăţile lor de bază de unde ideea că ar exista nu una, ci mai multe negaţii. Ceea ce mi se pare mie că au arătat primele dumneavoastră lucrări este că nu toate aceste negaţii au proprietatea *ex falso quodlibet*; sau nu întotdeauna. Mă refer la studiile dumneavoastră din anii 1960–1970, în special la *Calculus propositionnel pour les systems formels inconsistents*.
S-ar putea spune că *C*-sistemele pe care le-aţi construit aici sunt sisteme logice polivalente şi că, din această cauză, operatorul negaţiei îşi pierde proprietăţile lui obişnuite? Dacă da, ce semnificaţii logice s-ar putea asocia valorilor 1, 2, 3, din matricele operatorilor propoziţionali? Mi-ar plăcea să vorbiţi despre aceste sisteme atingând, bineînţeles, şi problemele ridicate de mine.

N. da Costa: După cum v-am mai spus, logica, asemeni geometriei, poate fi privită din perspectivă pură sau aplicată. Problema relaţiei dintre contradicţie şi inconsistenţă este o problemă filosofică, ea priveşte aplicarea logicii la lume (lumea reală sau o lume a gândirii). Din acest punct de

vedere, care este unul al filosofiei logicii, aveţi dreptate: prima este mai fundamentală decât a doua, deşi ele sunt strâns legate. Aveţi, de asemenea, dreptate când spuneţi despre contradicţie că este un „complex logic“ ce depinde de semnificaţia negaţiei.

În general, sistemele mele nu sunt polivalente (mă refer aici la sistemele de tip *C* şi *P*, aşa-numitele „*C*-sisteme“ şi „*P*-sisteme“). Însă, aşa cum se obişnuieşte în logică, eu folosesc tabele de adevăr polivalente (matrice logice) pentru a arăta, la nivel metalogic, că o anumită formulă nu este demonstrabilă într-un anumit sistem, că sistemul este netrivial etc. (pentru detalii vezi Grigore C. Moisil, *Essays sur les logiques non Chrysipiennes*, şi N. Rescher, *Many-Valued Logic*).

Aşa stând lucrurile, *C*-sistemele mele nu sunt (finit) polivalente, iar matricele pe care le-am folosit pentru a demonstra că anumite formule nu sunt teoreme nu au o semnificaţie logică strictă; ele sunt doar mijloacele de demonstrare a unor proprietăţi metateoretice ale sistemelor respective şi nimic mai mult. Utilizarea de matrici pentru a da o semantică logicii paraconsistente nu este suficientă dacă semantica respectivă este construită în matematica standard. Acesta este motivul pentru care eu am construit o teorie paraconsistentă a mulţimilor şi o matematică corespunzătoare. A da o interpretare unei logici paraconsistente înseamnă a construi mai întâi baza paraconsistentă a unei atare interpretări.

Vreau să mai adaug ceva. Atunci când am introdus aceste *C*-sisteme, obiectivul a fost să arăt că este posibilă construirea de sisteme logice care ar putea sta la baza unor teorii strict inconsistente dar netriviale (un lucru considerat, îndeobşte, imposibil). Printre altele, am vrut să studiez proprietăţi şi mulţimi inconsistente, cum este mulţimea lui Russell, de exemplu, şi chiar să elaborez teorii ale mulţimilor inconsistente dar netriviale, precum şi unele sisteme logice de ordin superior. În acest scop am fost nevoit să slăbesc negaţia clasică eliminând unele dintre proprietăţile ei, în primul rând proprietatea că (*P* şi non-*P*) implică *Q*. Semanticile acelor *C*-sisteme sunt, în general, intuitive şi informale întrucât eu nu am putut prezenta conceptele semantice folosindu-mă de teoria standard a mulţimilor etc.

Proprietăţile negaţiei într-un *C*-sistem sunt, deci, consecinţa intenţiilor unui atare sistem. Însă, după elaborarea teoriei paraconsistente a mulţimilor, am ajuns la o bună semantică pentru aceste sisteme şi pentru negaţiile lor (în general, oamenii nu-şi dau seama că semantica lui Tarski, de exemplu, care este adecvată logicii clasice, este construită cu ajutorul teoriei clasice a mulţimilor şi că această teorie se bazează, ea însăşi, pe logica clasică. Trebuie să fim atenţi cu aceste probleme. A fundamenta logica paraconsistentă pe concepte semantice bazate pe teoria clasică a mulţimilor este necorespunzător. Mai târziu am construit o semantică generală ce poate fi aplicată aproape la toate sistemele, fie că sunt ele paraconsistente sau nu. Această semantică, pe care am numit-o „teoria evaluării" am aprofundat-o cu câţiva dintre primii mei studenţi.

În completare, poate că nu este rău să reamintesc că logica clasică este conţinută în fiecare dintre *C*-sistemele mele. Am investigat, de asemenea, o interesantă formă de logică paraconsistentă, numită „logică adnotată" (*annotated logic*), care conţine logica fuzzy şi care are multe aplicaţii tehnologice, în special în inteligenţa artificială (vezi în acest sens lucrarea mea şi a lui Bueno).

I. Lucica: Cred că am înţeles ideea dumneavoastră. Să rămânem, însă, la ideea contradicţiei. În *Paraconsistency: A Tentative Interpretation* (Teoria, p. 120), citim următoarele:

> „(...) după cum bine se ştie, în logica paraconsistentă principiul noncontradicţiei nu este întotdeauna valid".

Am corelat această afirmaţie cu Teorema 2 din *On The Theory of Inconsistent Formal Systems* prin care afirmaţi că în C_1 expresia „$\neg (P \& \neg P)$" nu este validă. După părerea mea, această expresie nu este unul şi acelaşi lucru cu principiul noncontradicţiei.

Una dintre formulările acestui principiu este următoarea: „în acelaşi timp şi sub acelaşi raport, nu este posibil ca o propoziţie să fie adevărată împreună cu negaţia ei". Există şi alte formulări mai mult sau mai puţin echivalente. După expresia unui cunoscut logician român, timpul şi raportul,

care apar în formularea principiului constituie un fel de „spaţiu logic“ în care propoziţiile au, obligatoriu, două coordonate: t şi r. Putem, chiar, adopta notaţia $P(t, r)$.
Dacă înţelegem propoziţiile în acest fel, mai putem vorbi atunci despre suspendarea (anularea) principiului noncontradicţiei? Grigore Moisil, logicianul român pe care l-aţi invocat şi pentru care eu am un mare respect (apropo, l-aţi cunoscut cumva?) spunea odată că nu orice suspendare a legii logice „$P \vee \neg P$“ implică în mod necesar anularea principiului terţului exclus. Se poate spune că acelaşi lucru se întâmplă şi cu principiul noncontradicţiei? Mai mult, cum se poate ca un sistem care nu admite nici legea şi nici principiul noncontradicţiei să poată fi, totuşi, consistent (necontradictoriu)? Ce admite şi ce nu admite, la urma urmei, un asemenea sistem? Nu cumva consistenţa logicii paraconsistente se transformă într-un soi de „existenţă a lucrurilor care nu există“?

N. da Costa: Nu l-am cunoscut pe Moisil personal, însă, cu mai mulţi ani în urmă, el şi câţiva dintre colaboratorii lui mi-au trimis câteva lucrări. Mi-au plăcut foarte mult ideile lui Moisil, în special concepţia sa filosofică asupra logicii.
Revenind la întrebarea dumneavoastră, vreau să vă spun că un răspuns detaliat la această întrebare îl puteţi găsi în studiul meu *Paraconsistency*: *toward a tentative interpretation.*[1] Ceea ce vreau să mai adaug aici este că:

• Eu numesc expresia $\neg(P \& \neg P)$ principiul noncontradicţiei (la nivel propoziţional) conform terminologiei logice actuale (a se vedea în acest sens lucrările lui Kleene, Rosser, Shoenfield, Manin, ... precum şi cele mai importante reviste de logică). Desigur, există diferite alte versiuni ale principiului la nivelul logicii predicatelor de ordinul întâi sau de ordin superior, ca şi la nivel metalogic. Unii spun „principiul contradicţiei“, alţii „principiul noncontradicţiei“ etc.

• Dacă se adaugă principiului formularea „în acelaşi timp şi sub acelaşi raport“, atunci va trebui să dezvoltăm o logică temporală şi să introducem conceptul de raport printr-o axiomatizare corespunzătoare. Însă atunci nu mai vorbim despre calculul propoziţional clasic sau despre logica propo-

[1] Traducerea în limba română a acestui studiu a apărut în volumul *Ex Falso Quodlibet* (ed. I. Lucica, D. Gheorghiu, R. Chirilă), Editura TEHNICĂ, Bucureşti, 2004.

ziţională, aşa cum este înţeleasă ea astăzi. În orice caz, a dezvolta asemenea idei înseamnă să dispunem de o logică în care să nu apară nici timpul şi nici o teorie a raportului, altfel, am comite o *petitio principi*.

• Afirmaţia lui Moisil privind „$P \vee \neg P$“ depinde de interpretarea pe care o dă el terţului exclus. În orice caz, terminologia lui este total diferită de cea folosită astăzi în logică.

• Negaţia şi interpretarea ei semantică în logica paraconsistentă trebuie să fie diferită de interpretarea ei din logica clasică (şi din alte tipuri de logică, din logica intuiţionistă, de exemplu; în aceasta din urmă *tertium non datur* este nevalid şi, ca o consecinţă, negaţia sa este diferită de negaţia clasică).

• Nu există nici o problemă în logica paraconsistenă cu privire la „existenţă şi nonexistenţă“, unde negaţia nu este cea clasică. Logica paraconsistentă nu implică în nici un fel faptul că orice este şi nu este. Multe lucruri se comportă exact ca în logica clasică. Acolo există, totuşi, obiecte „inconsistente“, cum este mulţimea lui Russell. Pe de altă parte, sistemele mele paraconsistente sunt astfel concepute încât ele conţin logica clasică, putând fi aplicate în multe alte situaţii. În plus, sistemele mele propoziţionale şi predicative sunt părţi ale sistemelor clasice corespunzătoare.

I. Lucica: Domnule Profesor, nu aş vrea să încheiem această primă parte a discuţiei noastre fără să vorbim şi despre contrarietate şi subcontrarietate, ca forme ale opoziţiei logice alături de contradicţie. Joacă vreun rol aceste opoziţii în logica paraconsistentă şi în filosofia logicii paraconsistente?

N. da Costa: În logica pură putem construi orice fel de sisteme, deci oricare dintre principiile logicii clasice poate fi restrâns sau „negat“. Este ceea ce se întâmplă în geometria pură unde putem construi orice sistem, de exemplu, geometrii finite, geometrii proiective, geometrii noneuclidiene sau nonarhimediene, geometrii fără axioma lui Pash etc. În logica aplicată, pe de altă parte, studiem logica unui anumit domeniu al cunoaşterii sau tipul de inferenţă dintr-un anumit domeniu de activitate (juridic, să zicem) şi atunci

trebuie să luăm în considerare domeniul concret pe care îl investigăm. Asta se întâmplă şi în geometrie: relativitatea generală foloseşte spaţii riemanniene, iar în aplicaţiile inginereşti obişnuite, geometria euclidiană. Contradicţia, contrarietatea etc. caracterizează un anumit domeniu aşa cum paralelismul, să zicem, caracterizează (sau nu caracterizează) un anumit tip de spaţiu.

Când vorbim despre inconsistenţă şi contradicţie (incluzând aici şi negaţia), noi punem o problemă de logică aplicată, o logică aplicată la o anumită poziţie filosofică, cu alte cuvinte, încercăm să înţelegem activitatea logică dintr-o perspectivă determinată, cea a persoanei care a pus problema. Din acest punct de vedere inconsistenţa este desigur o contradicţie care apare într-o teorie dată. Prin urmare, ca să înţelegem inconsistenţa trebuie să fim atenţi la contradicţie, şi acest lucru poate fi făcut în mai multe feluri, depinde de perspectiva filosofică de la care plecăm.

Sistemele mele de logică paraconsistentă, ca sisteme de logică a propoziţiilor şi predicatelor sunt consistente, ele sunt subsisteme ale logicii clasice. Inconsistenţele (contradicţiile) apar numai în teoria mulţimilor sau în logicile de ordin superior ca şi în alte domenii posibile de aplicare.

Eu definesc un sistem logic ca fiind paraconsistent dacă el poate fi baza unei teorii deductive inconsistente dar netriviale. În acest sens logica clasică şi logica intuiţionistă nu sunt paraconsistente. Totuşi, logica minimală Kolmogorov–Johanssen din logica intuiţionistă este paraconsistentă conform acestei definiţii întrucât dintr-o contradicţie putem deriva negaţia oricărei propoziţii. Prin urmare, cea mai bună definiţie a logicii paraconsistente este să prezinţi principalele ei sisteme şi problemele pe care le ridică acestea. Bineînţeles, putem trata logica contrarietăţii sau subcontrarietăţii. Acest lucru a fost făcut de unul dintre studenţii mei, francezul Jean-Yves Béziau. I-am cerut să vă trimită lucrarea lui despre acest subiect.

I. Lucica: Prima parte a discuţiei noastre se încheie aici. Poate ne spuneţi, în încheiere, câteva cuvinte despre logica paraconsistentă astăzi. Dezvoltarea explozivă pe care a cunoscut-o ea în zilele noastre răspunde în totalitate aşteptărilor dumneavoastră? Există cumva şi lucruri pe care nu le-aţi anticipat?

N. da Costa: Logica paraconsistentă este astăzi în plină dezvoltare. Acest fapt se datorează în cea mai mare parte aplicaţiilor ei. Am spus întotdeauna că logica paraconsistentă îşi datorează viaţa aplicaţiilor pe care le are în cele mai variate domenii ale cunoaşterii, aplicaţii fără de care ea nu ar avea o relevanţă prea mare. Insist asupra faptului că numai discuţiile filosofice nu sunt suficiente pentru a asigura progresul şi statutul unei teorii logice, indiferent care ar fi aceasta.
Când am început să construiesc logica paraconsistentă am crezut, fireşte, că ea ar putea avea aplicaţii interesante în matematică, în filosofia generală (în problema dialecticii, mai ales) ca şi în filosofia ştiinţei, în psihanaliză şi în teoria deciziei. Nu mi-am imaginat, însă, că ea poate avea atâtea aplicaţii câte are în prezent.



I. Lucica: Domnule Profesor, în a doua parte a discuţiei noastre aş vrea să ne concentrăm asupra cărţii dumneavoastră, *Logici clasice şi neclasice*, pe care o avem astăzi tradusă în limba română. Este o carte de filosofia logicii mai puţin obişnuită (faţă de ce cunosc eu, cel puţin) de aceea vreau să vă întreb care este ideea acestei cărţi, ce aduce ea nou în filosofia ştiinţei în general şi în filosofia logicii, în special?

N. da Costa: Intenţia acestei cărţi este de a da o fundamentare generală logicii (şi matematicii), pentru că la ora actuală există foarte multe sisteme logice incompatibile între ele. Am spus-o de mai multe ori, acest fapt are analogii cu situaţia din geometrie.
În expunerea mea am încercat să angajez un demers preponderent pozitiv, lăsând la o parte speculaţia, cu toate că, principial vorbind, eu nu am nimic împotriva speculaţiei. În ceea ce priveşte întrebarea dumneavoastră, părerea mea este că distincţia dintre filosofia logicii şi filosofia ştiinţei, în general, se regăseşte, cel puţin sub unele aspecte ale ei, în

distincția dintre științele formale (logica și matematica) și științele reale (naturale și culturale). În primele, noi procedăm de cele mai multe ori *a priori* având libertatea să creăm cele mai variate sisteme și structuri; în celelalte, trebuie să ținem seama de circumstanțe, iar acestea pot viza fie obiectul, fie metodele (inducții, ipoteze, teorii, aproximări, confirmări, respingeri etc.).
Într-un fel, dumneavoastră aveți dreptate – punctul de plecare al concepției mele despre logică (și despre știință, în general) a fost posibilitatea (și realitatea) logicii paraconsistente. Acest fapt m-a ajutat să văd că cele mai multe dintre concepțiile filosofice ale științelor formale și reale (naturale sau culturale) nu sunt nici corecte și nici suficiente pentru a da seama de stadiul actual al dezvoltării științei. Mecanica cuantică, de exemplu, pare să pretindă un alt tip de logică pe care mulți o văd a fi logica paraconsistentă (M.L. Della Chiara și Giuttini, de exemplu), iar două teorii centrale ale fizicii – teoria generală a relativității și mecanica cuantică – sunt, practic, incompatibile. Aceste fapte nu pot fi explicate prin scheme logice obișnuite, atât sub aspect logic, cât și filosofic ele cer mult mai mult.

I. Lucica: Am găsit în cartea dumneavoastră și probleme mai puțin întâlnite în literatura logico-filosofică actuală cum este problema istoricității, de exemplu, sau problema dialecticii. Oare putem privi istoricitatea logicii și din punct de vedere al obiectului ei? Reformulez întrebarea: schemele noastre de inferență stau și ele sub semnul istoricității? Grigore Moisil a exprimat cândva un punct de vedere asupra acestei chestiuni în cartea sa *Essais sur les logiques nonchrysippiennes*. Reproduc acest pasaj întrucât conține și o foarte interesantă apreciere asupra principiilor logicii, în speță, asupra principiului noncontradicției (sau contradicției, în limbajul epocii) despre care am discutat în prima parte a interviului nostru.
„Istoria evoluției de la *pitecantropus* la *homo sapiens* nu știu să fi fost detaliat făcută, dar, din lucrările mie cunoscute, pare a reieși clar că principiul identității și cel al contradicției nu-și fac apariția în mintea omului decât într-un stadiu evoluat de civilizație. A trebuit o îndelungată ciocnire a omului cu lumea exterioară pentru a ajunge la starea actuală a acestor principii: modul de a raționa s-a format printr-o îndelungată încercare a valabilității diferitelor

moduri de a se comporta. Confruntarea experienţei cu cea a semenilor e de conceput numai ca o continuă referire la realitatea exterioară".

Lipsa noastră de pricepere în domeniul antropologiei ne face să nu perseverăm în aceste meditaţii. De asemenea, nu vom aborda probleme, credem foarte importante, de felul următor:

Există tipuri de raţionament care să fi apărut în ultimii 2000 de ani, de exemplu după Aristot? Este raţionamentul prin inducţie transfinită printre acestea? (*op. cit.* pp. 746–747).

Sper că întrebarea mea asupra istoricităţii logicii a devenit acum ceva mai clară.

N. da Costa: Am înţeles şi cred că nu doar logica, ci şi raţiunea noastră este istorică, cel puţin dacă adoptăm o poziţie pozitivă sau ştiinţifică în abordarea acestei probleme, aşa cum am încercat in cartea mea. Poate că uzând de o metodă speculativă s-ar mai putea argumenta şi altfel. Chiar regulile şi principiile logice când sunt studiate dintr-un punct de vedere pozitiv sunt, după părerea mea, istorice în consecinţele lor ceea ce ne permite să includem aici întreaga matematică. De pildă, logica aristotelică se deosebeşte esenţial de logica zilelor noastre, mai ales sub aspect semantic (poate că Aristotel ar accepta principiile semantice din logica actuală care admit relaţii, funcţii şi alte lucruri foarte îndepărtate de concepţia aristotelică).

Ideile lui Moisil se aseamănă cu ale mele, cu singura diferenţă că eu introduc această condiţie, că atât concluziile mele, cât şi ale lui sunt acceptabile cât timp adoptăm o poziţie ştiinţifică (*scientific stance*). Prin urmare, noi descoperiri ştiinţifice în domeniul ştiinţelor sociale ar putea stabili în mod corect diferenţele.

Sunt de acord cu dumneavoastră că principiile logicii sunt astăzi mai cuprinzătoare decât în timpul lui Aristotel. Logica aristotelică a fost inclusă în logica actuală însă nu din punct de vedere semantic, ci doar dintr-unul formal.

O problemă, iarăşi, importantă şi foarte interesantă ar fi aceasta: presupunând că prin k înţelegem o logică ce cuprinde teoria silogismului şi teoria tradiţională a conversiunii, atunci k este, în fapt, paraconsistentă întrucât din premise contradictorii noi nu putem deduce în k orice propoziţie. Nu putem deduce nici chiar contradicţiile ce s-ar putea exprima în limbajul lui k.

I. Lucica: Revin la problema dialecticii şi la posibilitatea logicizării (poate mai potrivit ar fi *formalizării*) ei. Ideea nu este nouă, iar logica paraconsistentă pare să încurajeze acest deziderat mai vechi al logicienilor. Sunt şi alte probleme filosofice în care logica paraconsistentă îşi are propriul său punct de vedere?

N. da Costa: În privinţa dialecticii cred că unele din interpretările ei posibile ar putea fi reformulate cu ajutorul logicii paraconsistente (am tratat acest subiect acum câţiva ani cu profesorul R.G. Wolf). Problema este, totuşi, dificilă întrucât există în momentul de faţă unele concepţii incompatibile asupra dialecticii.
O altă aplicaţie filosofică importantă a logicii paraconsistente se leagă de teoria meinongiană a obiectelor. Teoria lui Meinong este în mod clar inconsistentă şi pare să aibă o versiune paraconsistentă (cu câţiva ani în urmă am publicat o lucrare pe această temă).
Vreau să invoc, de asemenea, o importantă problemă din filosofia ştiinţei: existenţa la ora actuală a unor teorii fizice incompatibile, de exemplu, relativitatea generală şi mecanica cuantică. Conştient sau nu, fizicienii folosesc realmente un tip de logică paraconsistentă „concretă". Pe de altă parte, este un fapt îndeobşte cunoscut că în fizică există teorii inconsistente, de exemplu, teoria atomului a lui Bohr sau teoria plasmei. În aceste cazuri logica paraconsistentă este foarte utilă (J.L. Destouches discuta acum câţiva ani această problemă dintr-o altă perspectivă, însă cred că ar fi interesantă în investigarea ideilor sale din perspectivă paraconsistentă).
Mă refer, în încheiere, la antinomiile kantiene: într-un anume sens, Kant a fost un paraconsistentist... În fine, sunt multe alte probleme filosofice de mare interes care ar mai putea fi abordate de pe poziţiile logicii paraconsistente.

I. Lucica: Domnule Profesor, interviul nostru se apropie de sfârşit. Dacă doriţi să transmiteţi un gând logicienilor români cred că acesta ar fi momentul cel mai potrivit.

N. da Costa: Am cunoscut, cel puţin parţial, contribuţiile logicienilor români încă de pe când eram student, în anul 1951. Am recenzat unele dintre lucrările lor în *Mathematical Reviews* şi în *Zentralblatt für Mathematik*. Mi-au plăcut în

mod special scrierile lui Grigore Moisil care au exercitat asupra mea o puternică influenţă. Nu mă gândeam atunci că voi ajunge să colaborez cu urmaşii lor de astăzi. Sunt cu adevărat bucuros că lucrările mele încep să fie cunoscute şi în România şi sper ca acest interviu să fie punctul de plecare al unor viitoare colaborări dintre logicienii brazilieni şi cei români. Vă mulţumesc pentru efortul dumneavoastră şi pentru faptul de a-mi fi creat această oportunitate.

I. Lucica: Şi noi vă mulţumim, Domnule Profesor!

prefaţă la ediţia în limba franceză

Lucrarea de faţă este un eseu asupra fundamentelor logicii: tratăm aici, mai mult sau mai puţin sistematic, anumite teme ale filosofiei logicii. Lucrarea are o dublă finalitate: pe de o parte, ea prezintă ideile autorului cu privire la problemele centrale ale filosofiei logicii şi, într-un mod mai general, ale ştiinţelor formale; pe de altă parte, ea este menită să servească drept bază sau drept lectură complementară pentru cursurile sau seminariile având ca obiect filosofia logicii sau a ştiinţelor formale. Am folosit-o în repetate rânduri cu succes dintr-o astfel de perspectivă.

Lucrarea îşi are originea în conversaţiile cu prietenul nostru Francisco Miro Quesada. Am avut apoi ocazia să discutăm şi să dezvoltăm temele abordate aici la numeroase cursuri, seminarii şi conferinţe. Am dori să reamintim, dintre acestea, seminariile ţinute timp de mai mulţi ani în Brazilia, la Universitatea din Sao Paolo şi la Universitatea din Campinas, ciclul de conferinţe prezentat în anul 1976 în Polonia, la Universitatea din Torun, la invitaţia profesorului J. Kotas, seminarul pe care l-am condus la Universitatea Naţională din Australia, în anul 1977, şi cursurile şi seminariile ţinute în ultimii ani la Universitatea Paris 7, la invitaţia profesorului M. Paty.

Multe din ideile noastre au prins formă datorită contactelor pe care le-am menţinut cu colegii şi prietenii noştri, printre care R. Chuaqui, F.A. Doria, S. French, M. Guillaume, L. Henkin, D.W. Miller, F.M. Quesada, N. Papavero, M. Paty, A.R. Raggio şi R. Sylvan. Cu toate acestea, nici una dintre persoanele citate nu ar apăra toate tezele prezentate în lucrarea de faţă.

prefaţă la ediţia în limba română

Când am început să lucrez la logica paraconsistentă, acum mai bine de cincizeci de ani, am fost interesat, în principal, de teme filosofice şi teoretice – natura dialecticii, semnificaţia paradoxurilor teoriei mulţimilor cum ar fi paradoxul lui Cantor, de exemplu, paradoxul lui Russell, Burali-Forti şi multe altele. Am devenit, prin urmare, tot mai preocupat de problemele logicii, în special de problema negaţiei în diferitele ei contexte clasice şi neclasice, ca şi de structura internă a logicii în general. Am fost convins că existenţa logicii paraconsistente, ca şi a logicilor neclasice în variatele lor forme, va necesita o schimbare în concepţia filosofică standard asupra logicii (şi matematicii). Lucrarea de faţă este o încercare de-a răspunde acestei cerinţe şi exprimă astăzi concepţia mea asupra subiectului.

Există, totuşi, un lucru care nu este luat în considerare în carte şi care, pot să spun, mi-a produs acum câţiva ani o mare surpriză: logica paraconsistentă a pornit de la analize teoretice şi abstracte, dar s-a dovedit a avea o foarte largă aplicabilitate, mai ales în tehnologie: robotică, sisteme expert, inteligenţă artificială, controlul traficului aerian şi urban, medicină, drept, economie, inginerie şi programare. Aceasta arată relevanţa din punct de vedere practic a logicii în general şi a logicii paraconsistente în special.

Pentru mine este o onoare că această carte a apărut în limba română şi vreau să-i mulţumesc profesorului Ilie Gyurcsic care a făcut traducerea cu autoritatea marii sale experienţe. Mulţumesc în egală măsură directorului Editurii TEHNICE, dr. Roman Chirilă, pentru încrederea pe care mi-a acordat-o şi pentru eforturile făcute ca lucrarea mea să apară în

Mulţumim profesorului Paty pentru iniţiativa de a traduce aceste lucrări în limba franceză, precum şi editurii Masson, care s-a arătat foarte interesată de traducerea şi publicarea sa.

Mulţumim, de asemenea, lui Jean-Yves Béziau care a tradus versiunea originală din portugheză, ceea ce a constituit o muncă extrem de dificilă; mai mult, cu ajutorul său, lucrarea a fost actualizată, prin adăugarea a două anexe redactate de el însuşi. Jean-Yves Béziau ne spunea uneori că anumite expresii sau fraze portugheze nu pot fi traduse literal în franceză; am insistat, totuşi, să fie traduse ca atare, astfel încât el nu se face răspunzător de «lusitanismele braziliene»[1] care apar în text.

Autorul

Sao Paolo,
2 februarie 1995

---

[1] *Străduindu-ne să ne conformăm dorinţei exprese a autorului, actuala versiune în limba română va avea pe lângă «lusitanismele braziliene» menţionate şi «franţuzismele» corespunzătoare acestora, în mare parte neologisme chiar şi pentru limba franceză contemporană.* (N.T.).

prefaţa traducătorului francez

Am plăcerea de a prezenta publicului francofon această lucrare a lui Newton C.A. da Costa, logician, matematician şi filosof brazilian.

N.C.A. da Costa este cunoscut pe plan mondial ca inventatorul logicii paraconsistente (logică unde contradicţia este posibilă), dar a lucrat, de asemenea, în multe alte domenii, de exemplu, recent, în colaborare cu fizicianul brazilian Francisco A. Doria, a obţinut o serie de rezultate ce pun în evidenţă incompletitudinea şi indecidabilitatea mecanicii clasice, a teoriei haosului şi a teoriei sistemelor dinamice.[1]

În această lucrare, N.C.A. da Costa abordează un anumit număr de probleme esenţiale referitoare la fundamentele logicii şi ale matematicii. Inventarea logicii paraconsistente a dus într-o oarecare măsură la revizuirea în profunzime a modului de a trata aceste probleme, de aceea cunoaşterea ideilor celui care a fost promotorul acestei logici nu este lipsită de interes. Lucrarea nu se limitează la logica paraconsistentă, ci se referă la spargerea logicii în mai multe logici, precum şi la consecinţele şi întrebările filosofice, rezultând de aici: ce valoare are teza lui Quine conform căreia esenţa logicii este un fragment din calculul predicatelor de ordinul întâi? Dacă principiul noncontradicţiei nu este un principiu fundamental al logicii, care sunt principiile fundamentale ale raţiunii? Ce este raţiunea?

---

[1] *Vezi, între alţii, N.C.A. da Costa şi F.A. Doria, «Undecidability and incompleteness in classical mechanics»,* International Journal of Theoretical Physics, *30 (1991), 1041–1073; şi pentru o vedere generală: Ian Stewart, «Deciding the undecidable»,* Nature, *352 (august 1991), 664–665.*

Brazilia este o ţară a contrastelor şi a confruntărilor. Cititorul ar putea fi aşadar tentat să efectueze o inducţie rapidă şi, aflând că această lucrare este fondatoarea unei logici a contradicţiei, să exclame: «Bineînţeles, logica paraconsistentă este o logică a Carnavalului şi nu se putea dezvolta decât în Brazilia, ţară unde domneşte contradicţia.»

O astfel de inducţie nu e întru totul eronată; autorul nu înlătură nici el, teoretic vorbind, posibilitatea unor astfel de conexiuni: el a insistat mereu asupra importanţei factorilor circumstanţiali şi «pragmatici» în dezvoltarea matematicii şi a logicii.[2]

În ceea ce priveşte mediul cultural al autorului, este necesar să insistăm asupra mai multor aspecte ce vor face poate mai uşoară lectura acestei cărţi. Newton da Costa este originar din oraşul Curitiba, capitala statului Parana din sudul Braziliei. Această regiune e locuită aproape în întregime de descendenţi europeni, incluzând chiar una dintre cele mai importante colonii portugheze din lume. Regiunea a fost puternic influenţată de pozitivismul lui Auguste Comte, anumite trăsături ale acestuia regăsindu-se inevitabil în lucrarea lui da Costa, care se caracterizează printr-o încredere inexorabilă în ştiinţă.[3]

Da Costa şi-a întreprins totodată cercetările sub influenţa lui Bourbaki care „a cucerit" Brazilia după război. André Weil a lucrat mai mulţi ani la Sao Paolo, unde a venit şi Jean Dieudonné pentru a ţine o serie de seminarii. Edison Farah, care se afla la acea dată în legătură cu Bourbaki şi căruia îi datorăm un foarte interesant rezultat de echivalenţă între axioma alegerii şi legea distributivităţii generalizate, a fost profesorul lui da Costa.

La începutul anilor şaizeci, când da Costa s-a apucat să elaboreze logica paraconsistentă, el a lucrat cu matematicianul Marcel Guillaume de la Clermont–Ferrand, care a contribuit la cunoaşterea lucrărilor sale în Franţa.

Deci, Newton da Costa este moştenitorul şi promotorul unei anumite culturi franceze, însă a unei culturi franceze pe care Franţa are astăzi tendinţa de a o proscrie, o cultură «pozitivă» întemeiată pe optimism, entuziasm şi cucerire.

---

[2] «Cea mai mică părticică din Brazilia conţine un element şi contrariul său. În aceasta constă esenţa specificităţii braziliene», ne spune el într-un ghid al Braziliei (Brésil, Voyageurs du monde, Paris, 1993, p. 5).

Lui da Costa îi place să citeze aforismul lui Ortega y Gasset: «Eu sunt eu însumi şi circumstanţa mea.»

[3] La Curitiba mai există încă o Biserică pozitivistă în activitate. Să reamintim, de asemenea, că pe steagul Braziliei figurează deviza pozitivistă «Ordine şi Progres».

Ştiinţa apărată de el nu este o ştiinţă dogmatică şi încremenită, ci o ştiinţă vie ca omul, aflată fără încetare în schimbare, în transformare, imposibil de caracterizat, o aventură fără sfârşit ce ne conduce din uimire în uimire: «ştiinţa este o înaintare perpetuă, mai mult o luptă, decât un bun dobândit, cucerit, iar categoriile ştiinţifice fundamentale se modifică în decursul timpului», scrie el (v. cap. 4, § 3).

I-au trebuit lui da Costa un entuziasm neţărmurit şi o energie nesecată pentru a duce la bun sfârşit lupta ce a culminat cu recunoaşterea logicii paraconsistente.

Evocând o logică ce ar respinge principiul noncontradicţiei, celebrul logician nord-american W.W. Quine vorbeşte despre o «fantezie burlescă».[4] *Argumentaţia sa, vizând condamnarea generală a logicilor nonclasice calificate peiorativ drept «deviaţioniste», se rezumă într-un simplu slogan: «În mod evident, dificultatea poziţiei logicianului deviaţionist este următoarea: atunci când încearcă să nege doctrina, nu face altceva decât să schimbe subiectul.»*[5]

Replica lui da Costa e implacabilă: «Schimbă într-adevăr subiectul, dar subiectul rămâne tot logica» (v. cap. 2, § 7). Astăzi, logici precum logica de ordin superior, logica polivalentă, logica liniară etc. fac de fapt parte din Logică. Iar dacă argumentul lui Quine exercită încă o mare influenţă (mai ales asupra filosofilor), acest fenomen nu poate fi explicat decât prin aceea că «ideologiile simpliste au o putere de atracţie ce persistă chiar şi după eşecul lor evident», cum spune J.-Y. Girard comentând persistenţa doctrinei formaliste după rezultatele lui Gödel[6].

Evident, s-ar putea crede că inventarea logicii paraconsistente, contrar teoremelor lui Gödel, nu dovedeşte nimic şi nu îi convinge decât pe cei ce erau dinainte convinşi. O privire asupra dezvoltării logicii paraconsistente ne arată că situaţia este cu totul alta.

Înainte de apariţia logicii paraconsistente existau pe de o parte persoane care, asemenea lui K. Popper, afirmau că dialectica hegeliană este o pură absurditate, deoarece este tehnic imposibil să se construiască o logică, în sensul modern al termenului, care să îi corespundă. Pe de altă parte, cei ce apărau puterea contradicţiei, ridicând-o aproape la rangul

---

[4] *W.W. Quine, Philosophie de la logique, Aubier-Montaigne, Paris, 1975, p. 120.*

[5] Op. cit., *p. 121. Cu privire la poziţia lui Quine, se poate consulta D. Marconi,* Quine e le logiche devianti, *Filosofia, Torino, 1988.*

[6] *J.-Y. Girard, «Démonstration (Théorie de la)»,* Encyclopaedia Universalis, *Paris, 1990, p. 171.*

unei divinităţi, erau incapabili să ofere un sistem matematic care să le confirme credinţa.

Dacă crearea logicii paraconsistente a dovedit zădărnicia unui argument precum cel al lui Popper, ea a contribuit totodată la demistificarea contradicţiei: aşa cum afirmă da Costa, logica paraconsistentă contribuie «la o apreciere corectă a conceptelor de negaţie şi de contradicţie (...). Pe de o parte, există autori pentru care contradicţiile joacă un rol cvasimistic, servind la a explica aproape totul în univers; de cealaltă, unii specialişti eminenţi cred că contradicţia este ceva ininteligibil (...). Logica paraconsistentă contribuie nu doar la demistificarea contradicţiei, ci şi la calmarea tuturor celor ce se tem de ea» (v. cap. 2, § 7).

Elaborarea logicii paraconsistente merge, aşadar, întru totul în sensul unei «filosofii ştiinţifice» cum este cea apărată de către da Costa în lucrarea sa, şi care constă în a prefera studiul riguros al noţiunilor filosofice purei speculaţii ce se bazează pe ele.

Se poate spune că adevăratul act de naştere al matematicii moderne a fost semnat de Cantor atunci când a scris următoarea frază pe care da Costa o citează adesea: «Esenţa matematicii rezidă în libertatea ei.» Ce a vrut să spună prin aceasta? Fraza respectivă era menită să justifice crearea numerelor sale transfinite. Atunci când Cantor îşi imagina că după şirul numerelor întregi naturale 0, 1, 2..., se află un număr ω care vine după toate numerele întregi şi un întreg şir de alte numere, majoritatea contemporanilor săi a crezut că era o nebunie curată, că astfel de numere nu există; Cantor a replicat pretinzând că în matematică tot ce nu este contradictoriu există. Deci, matematica este complet liberă, în sensul că ea nu depinde decât de principiul noncontradicţiei.

Dacă vom considera logica o parte a matematicii, cum face da Costa în lucrarea de faţă, putem folosi acelaşi raţionament în ceea ce priveşte logica însăşi: ea este în întregime liberă, putem să lăsăm frâu liber imaginaţiei şi să inventăm tot ce dorim: logică erotetică, logică tetraplegică, logică a carnavalului etc. Apare însă o întrebare abisală: pe ce se întemeiază libertatea logicii? Pe principiul noncontradicţiei?

Există aici o dublă problemă: pe de o parte, logica pare a fi nevoită să se întemeieze pe ea însăşi; pe de altă parte, cum s-ar putea explica apariţia logicii paraconsistente care se abate tocmai de la acest principiu sacru? Libertatea este totală, ni se spune, suntem liberi să creăm orice tip de logică, cu condiţia să respectăm principiul noncontradicţiei. Libertatea totală ce ne este atribuită ne permite oare să mergem până acolo încât să inventăm o logică ce s-ar abate de la principiul noncontradicţiei?

Un logician format în spiritul doctrinelor lui Hilbert şi Tarski va rezolva acest paradox în felul următor: trebuie, ne va spune el, să facem diferenţa între matematică şi metamatematică, între logică şi metalogică, între acel ceva cu care raţionăm şi acel ceva asupra căruia raţionăm.

Foarte bine, dar această distincţie subtilă rezolvă ea oare cu adevărat problema? Ce se întâmplă dacă raţionăm despre ceva cu acel ceva despre care raţionăm? Trebuie să presupunem o logică ce se supune principiului noncontradicţiei dacă vrem să elaborăm o logică ce nu i se supune? Un răspuns afirmativ la această întrebare ar părea să conteste orice valoare a logicii paraconsistente. Este însă doar o aparenţă, întrucât o logică paraconsistentă cum este cea elaborată de da Costa reprezintă o extensie strictă a logicii clasice. Deci, dacă utilizăm logica clasică pentru a raţiona asupra logicii paraconsistente, nu raţionăm asupra decât cu o parte restrânsă din acel ceva asupra căruia raţionăm. Dacă ar fi vorba aici de un paradox, cum susţine da Costa (v. cap. 2, § 7), ar exista a fortiori un paradox în cazul logicii clasice, chiar dacă se pretinde că pentru a raţiona asupra logicii clasice nu se foloseşte decât o semiografie redusă, aşa cum au susţinut matematicieni atât de diferiţi ca Tarski, Bourbaki sau Curry. Această argumentaţie semiografică rămâne destul de vagă sau, în orice caz, nu pare să existe nici un motiv pentru ca ea să permită salvarea logicii clasice şi nu a celorlalte logici.

În realitate, aşa cum arată lingvistica, atunci când foloseşte limbajul pentru a studia limbajul, este întru totul posibil ca un obiect să fie examinat prin folosirea proprietăţilor acelui obiect; într-un mod mai general, gândirea, s-ar putea spune, dispune de mijloacele de a se studia pe sine. S-a folosit din ce în ce mai mult matematica pentru a studia metamatematica, logica pentru a studia metalogica şi s-au obţinut rezultate foarte interesante.[7] *Ne putem atunci pune întrebarea: de ce, la începutul secolului, a existat o împotrivire atât de puternică faţă de adoptarea unor astfel de procedee?*

Explicaţia este legată chiar de celebra problemă a noncontradicţiei. Noncontradicţia este o proprietate metalogică a unui sistem. Pare a priori absurd să se utilizeze acest sistem sau o extensie a acestui sistem la nivel metalogic, cu scopul de a-i dovedi noncontradicţia: se va părea atunci că presupunem ceea ce vrem să dovedim ca în situaţia în care cineva ar vrea să se asigure de fidelitatea soţiei sale făcând apel la sinceritatea ei.

Cea de-a doua teoremă a incompletitudinii a lui Gödel arată că nu se poate demonstra consistenţa aritmeticii clasice cu ajutorul unui sistem mai slab sau echivalent. Nu există aşadar o dovadă «absolută» a consistenţei

---

[7] *Vezi, de exemplu, lucrarea lui H. Rasiowa şi R. Sikorski,* The mathematics of Metamathematics, *PWN, Varşovia, 1963.*

aritmeticii clasice sau a oricărui alt sistem ce o conţine.[8] *Dar Gentzen a demonstrat consistenţa aritmeticii folosind inducţia transfinită.*

Pentru a-şi apăra metoda, Gentzen încearcă să arate că noţiunile în cauză sunt intuitive şi naturale; el pretinde, de exemplu, că şirul ordinalelor transfinite poate fi conceput fără a se face apel la noţiunea de infinit actual: «Conceptul de infinit poate fi desigur interpretat aici la modul potenţial, spunând, de pildă: oricât de departe putem merge formând constructiv noi întregi, numărul ω se află în relaţie de ordinul n < ω în raport cu fiecare întreg. Iar secvenţele infinite care apar o dată cu formarea celorlalte numere ordinale trebuie interpretate exact în acelaşi mod.»[9]

Cu toate acestea, o astfel de justificare a numerelor transfinite nu i-ar fi convenit deloc lui Cantor, care se sprijinea pe principiul noncontradicţiei pentru a apăra ideea «supranaturală» a infinitului actual.

Dacă, asemenea lui Cantor, pretindem că esenţa matematicii este noncontradicţia, dat fiind că e imposibil să fie asigurată la modul absolut, această esenţă pare volatilă. Odată această esenţă evanescentă evaporată, riscăm să fim victimele unei prea mari libertăţi, să ne cufundăm în oceanul infinit al lui «totul e posibil». Cum să justificăm atunci valoarea unei anume teorii, a unei anume noţiuni? Dacă nu putem dovedi la modul absolut consistenţa numerelor transfinite, de unde ştim că nu e vorba de nişte pure himere, ca iepurele cu elice sau cercul pătrat?

De altfel, apariţia logicii paraconsistente ne autorizează să admitem printre noi, cel puţin în lumea gândirii noastre, cercuri pătrate sau mincinoşi care spun întotdeauna adevărul. De fapt, logica paraconsistentă a dus la o schimbare de paradigmă: principiul contradicţiei a fost înlocuit cu principiul trivialităţii (sau al nontrivialităţii); această schimbare s-a produs în ziua când da Costa a declarat: «Orice teorie este admisibilă din momentul în care e nontrivială»,[10] *anunţând astfel simultan punerea la naftalină a principiul noncontradicţiei, naşterea logicii paraconsistente şi apariţia principiului trivialităţii ca principiu fundamental.*

---

[8] *La drept vorbind, chiar dacă s-ar dovedi consistenţa aritmeticii cu ajutorul unui sistem strict mai slab, nu ar exista decât o dovadă relativă, căci ar trebui atunci fie să se presupună consistenţa acelui sistem, fie să se demonstreze această consistenţă cu ajutorul unui alt sistem etc. Totuşi, o dovadă a consistenţei unui sistem finit ar fi «absolută» în sensul în care ar exista siguranţa aproape absolută, intuitiv vorbind, că acest sistem este consistent.*

[9] *G. Gentzen, «Die Unendichkeitsbegriff in der Mathematik»,* Semester–Berichte Münster *(1936–37), pp. 65–80.*

[10] *N.C.A. da Costa, «Nota sobre o conceito de contradiçao», Anuario da Sociedade Paranansense de matematica, 1 (1958), 6–8.*

Principiul contradicției a fost pus la îndoială de Lukasiewicz, care poate fi considerat pe bună dreptate un precursor al logicii paraconsistente. În 1910, eminentul logician polonez scria o întreagă monografie pentru a discuta și critica argumentul lui Aristotel în favoarea principiului noncontradicției.[11] *În lucrarea de față, da Costa expune și analizează argumentele lui Aristotel și criticile aduse de Lukasiewicz. De fapt, s-ar părea că Aristotel se sprijină pe principiul trivialității pentru a justifica principiul contradicției; astfel, în Metafizica sa (Γ4 1000b 18–21) el argumentează cam așa: «Dacă principiul contradicției ar fi fals, atunci orice ar fi adevărat, ceea ce este absurd».*

Dar logica paraconsistentă arată că argumentul lui Aristotel nu este valabil, întrucât principiul contradicției poate fi fals, iar principiul trivialității adevărat; este exact ceea ce se întâmplă în cazul teoriei paraconsistente.

Schimbarea de paradigmă care a dus de la principiul noncontradicției la principiul trivialității constituie fără îndoială un eveniment capital în evoluția logicii și chiar, am putea spune, în evoluția gândirii. Ea poate fi comparată cu trecerea de la geometria euclidiană la geometriile neeuclidiene. De altfel, un alt precursor al logicii paraconsistente, logicianul rus N.A. Vasiliev, originar din Kazan, ca și Lobacevski, apăra la începutul secolului trecut ideea unei logici nonaristotelice sau imaginare, în care nu erau valabile nici principiul noncontradicției, nici principiul terțului exclus[12].

Putem compara, de asemenea, această schimbare de paradigmă cu crearea numerelor transfinite de către Cantor, care ne-a făcut să trecem de la finit la transfinit. Astfel, lui G. Priest îi place să folosească termenul de logică transconsistentă pentru a vorbi despre logicile care se abat de la principiul contradicției[13].

Trecerea de la contradicție la trivialitate nu rezolvă totuși cercul vicios al autofundării. Principiul trivialității nu permite nici justificarea numerelor transfinite, în sensul în care nu se poate demonstra la modul absolut nici

[11] *Lukasiewicz,* O zasadzie sprzecznosci u Arystotelesa, *PWN, Varșovia (reeditată în anul 1987).*

[12] *Vasiliev se inspira direct din terminologia lui Lobacevski, care își botezase inițial geometria «geometrie imaginară», terminologia «geometrie neeuclidiană» devenind populară abia mai târziu. Referințele la lucrările lui Vasiliev sunt date de da Costa, care discută în mai multe rânduri în lucrarea sa trecerea de la geometrie la geometrii, în raport cu spargerea logicii în mai multe logici.*

[13] *Vezi G. Priest,* In contradiction: A study of the Transconsistent, *Nijhoff, Dordrecht, 1987.*

nontrivialitatea acestor noţiuni.[14] *Ştim doar că logica paraconsistentă nu este nici mai mult, nici mai puţin «sigură» decât logica clasică. De pildă, teoria mulţimilor paraconsistente este nontrivială dacă şi numai dacă sora ei clasică este la fel (vezi Anexa 1).*

Imposibilitatea unei fundamentări absolute a matematicii şi a logicii fie pe principiul contradicţiei, fie pe acela al trivialităţii redă întreaga sa valoare intuiţiei pe care formaliştii vroiau să o îngroape şi să o înlocuiască cu o mecanică oarbă. Astfel, în anul 1948, Bourbaki declara: «Mai puţin ca niciodată matematica e redusă la un joc pur mecanic de formule izolate; mai mult ca niciodată, intuiţia e stăpână în geneza descoperirilor.»[15]

Putem justifica noncontradicţia teoriei mulţimilor bazându-ne pe intuirea unui model: după ce reaminteşte că «teoria lui Zermelo–Fraenkel s-a născut din contemplarea unui model natural, acela al ierarhiei cumulative», B. Poizat afirmă că o «ipoteză matematică trebuie apreciată prin forţa evidenţei cu care ni se impune şi nu prin posibilitatea pe care o avem de a o codifica într-un mod obscur în vreo structură cu putere de expresie minimală.»[16] *Să insistăm totuşi asupra faptului că, pe de o parte, dovezile de consistenţă relativă în teoria demonstraţiei nu sunt neapărat nişte manipulări sibiline (după cum am văzut, Gentzen face şi el apel la o oarecare intuiţie); şi că, pe de altă parte, e puţin exagerat să afirmăm că viziunea ierarhiei cumulative este aceea care a dat naştere lui ZF întrucât, în realitate, aşa cum arată studiile istorice asupra elaborării lui ZF, această teorie a fost stabilită printr-un du-te-vino între intuiţie şi axiomatizare: ierarhia cumulativă şi conceptul iterativ de mulţime care stă la baza ei nu s-au degajat decât puţin câte puţin.*[17]

Problema de a şti ce este intuiţia în logică şi în matematică şi cum funcţionează ea reprezintă o problemă centrală a cărţii lui da Costa.

În opinia sa, învăţătura ce se poate trage din rezultatele lui Gödel este aceea că matematica nu se reduce la demonstraţie: «Activitatea funda-

---

[14] *Anumite rezultate obţinute de R. Sylvan, R.K. Meyer, G. Priest şi J.P. van Bendegem par a indica că ar fi, între altele, posibil să se dovedească nontrivialitatea anumitor sisteme paraconsistente prin metode finitiste; vezi, de exemplu, J.P. van Bendegem, «The strong Hilbert program», Université de Gent.*

[15] *N. Bourbaki, «L'architecture des mathématiques», în* Les grands courants de la pensée mathématique, *culegere editată de F. Le Lionnais, Cahiers du Sud, Paris, 1948, p. 43.*

[16] *«A l'ouest d'Eden»,* The Journal of Symbolic Logic, *51 (1986), 796.*

[17] *Vezi cu privire la acest subiect G. Boolos, «The iterative conception of set» şi C. Parsons, «What is the iterative conception of set?», în Philosophy of Mathematics, editat de H. Putnam şi P. Benacerraf, Cambridge University Press, Cambridge, 1983 (ediţia a doua), pp. 486–502 şi pp. 503–529.*

mentală a raţiunii nu se reduce la demonstraţie. Dimpotrivă, aşa cum arată, de pildă, teoremele incompletitudinii, limitările formalismului nu sunt limitări ale raţiunii. Formalismele sunt folosite de raţiune, însă ele nu se aplică în mod necesar raţiunii. Iar una din forţele graţie căreia raţiunea se eliberează din ghearele formalismului este intuiţia.»

Dar ce este intuiţia? Da Costa distinge două tipuri de intuiţie: intuiţia materială şi intuiţia formală; prima ar fi un mod de acces la obiectele însele, pe când cea de a doua ne permite accesul doar la relaţiile dintre ele. După da Costa, în logică şi în matematică nu există intuiţie materială, ci doar o intuiţie formală. Da Costa apără deci un fel de platonism apropiat de cel al lui Lautman, la care se referă.

Pe de altă parte, după da Costa, intuiţia formală nu ne oferă o contemplare directă pe care nu ne-ar rămâne decât să o desăvârşim, ci ştiinţele formale rezultă din jocul dintre această intuiţie şi metoda axiomatică: «Logica şi matematica se nasc dintr-o interacţiune între intuiţia formală şi limbajul axiomatizat» (v. cap. 2, § 11). Dezvoltarea lui ZF ilustrează perfect acest fenomen.

Dacă asocierea între metoda axiomatică şi intuiţia formală constituie un instrument foarte puternic pentru dezvoltarea matematicii şi a logicii, e la fel de adevărat că aceste instrumente nu ne protejează în mod absolut împotriva trivialităţii.

Aşa cum a arătat istoria ştiinţelor, unele principii care apar ca evenimente evidente s-au dovedit mai târziu triviale. După cum afirmă în repetate rânduri da Costa, evidenţa şi intuiţia sunt contingente, ele referindu-se la o stare particulară a cunoaşterii. Deci, este la fel de absurd să ai încredere absolută într-o intuiţie dată, cum ar fi, de exemplu, în aceea a unui model al teoriei mulţimilor, sau să condamni o teorie, de pildă logica paraconsistentă, sub pretextul că nu e intuitivă.

În definitiv, nimic nu ne poate apăra împotriva trivialităţii. Nu e o problemă neglijabilă dacă ne gândim că principiul trivialităţii fundamentează cu adevărat matematica şi logica, în sensul în care toată lumea este de acord că o teorie trivială nu are nici o valoare. Nimic nu ne poate aşadar asigura în mod absolut că ceea ce facem are o valoare. Evident, această pierdere a referinţei îi poate deranja mult pe unii matematicieni care îşi consideră ştiinţa drept o religie; ea îi poate deranja, de asemenea, atunci când vor să-şi justifice activitatea.

Noncontradicţia şi nontrivialitatea dovedindu-se caduce, se trece la alte două criterii cu totul diferite de cele precedente şi, la prima vedere,

foarte diferite unul de altul: «Utilitate şi frumuseţe, iată cele două caracteristici ale matematicii», declară R. Queneau[18].

Deci, dacă nu ne putem baza definitiv pe logică sau pe intuiţie pentru a apăra valoarea logicii paraconsistente şi a logicilor nonclasice în general, putem recurge, dimpotrivă, la aceste două criterii ce servesc în zilele noastre la evaluarea teoriilor matematice.

Dacă ne limităm la utilitate, valoarea logicilor nonclasice are fără îndoială cea mai mare importanţă. Un exemplu marcant este, de pildă, acela al logicilor fuzzy. W.A. Carnielli rezumă situaţia în felul următor: «Aplicaţiile industriale sunt impresionante, în principal în industria electronică japoneză şi germană. În Japonia a fost creat un laborator de „inginerie fuzzy internaţională" (LIFE) cu participarea a 45 de firme japoneze şi filiale ale unor firme americane. De altfel, se pot cita numeroase exemple de produse industriale obţinute cu ajutorul logicii fuzzy: sistem automat de ascensor (Fujitec/Toshiba), camere video (Sanyo Fisher/Canon), maşină de spălat lenjerie, aspirator şi pompă de apă (Matsuhita), maşină cu aer condiţionat (Mitsubishi), televizor şi calculatoare (Sony), transmisie automată pentru automobil (Subaru).»[19]

Logica paraconsistentă începe să aibă la rândul ei multe aplicaţii. Acest lucru nu trebuie să ne mire întrucât, chiar dacă nu credem în existenţa unor contradicţii reale, gestaţia informaţiei ne confruntă zilnic cu informaţii contradictorii, şi chiar dacă aceste contradicţii sunt doar aparente, este fundamental să le putem trata[20]*. De fapt, ar fi cinstit să recunoaştem că înseşi logicile nonclasice sunt acelea care au dat un al doilea impuls logicii şi îi asigură în mare parte prosperitatea actuală, pentru că ele oferă tocmai legătura între teorie şi practică: «Această nouă logică manipulează nu doar*

---

[18] *R. Queneau, «Bourbaki et les mathématiques de demain», în Bonds. Hermann, Paris, 1963, p. 13. Idei similare sunt exprimate şi de A. Lichnerowicz: «Fecunditatea matematică, pe de o parte, criteriile propriu-zis estetice, pe de altă parte, sunt acelea care conferă anumitor feluri de structuri matematice o importanţă capitală: fecunditatea şi frumuseţea par de altfel legate prin legături misterioase» («Remarques sur les mathématiques et la réalité», în* Logique et connaissance scientifique, *editat de J. Piaget, Gallimard, Paris, 1967, p. 480).*

[19] *W.A. Carnielli, «Logicas nao-classicas, teoria da informaçao et inteligencia artificial», în Seculo XIX:* o nascimento da ciencia contemporanea, *editat de F.R. Evora, Unicamp, 1992, p. 106.*

[20] *Cu privire la aplicaţiile logicii paraconsistente, vezi de exemplu N.C.A. da Costa şi V.S. Subrahmanian, «Paraconsistent logics as a formalism for reasoning about inconsistent knowledge bases»,* Artificial Intteligence in Med*icine, 1 (1989), pp. 167–174; alte referinţe sunt date de da Costa în lucrarea sa.*

nişte adevăruri eterne, ci şi nişte resurse perisabile», putem citi la începutul articolului lui J.-Y. Girard despre logica liniară[21].

Nu putem aşadar decât să deplângem faptul că în Franţa logicile nonclasice au fost atât de târziu recunoscute şi studiate, dezvolta rea lor fiind frânată de o anumită ideologie conservatoare şi obscurantistă, ostilă progresului. Nu putem decât să constatăm cu regret că unii consideră chiar şi astăzi drept o «fantezie burlescă», pentru a folosi expresia lui Quine, unele sisteme logico-matematice a căror importanţă teoretică e fundamentală şi ale căror aplicaţii au o importanţă capitală din punct de vedere industrial şi economic.

Logica nu a fost niciodată apreciată în Franţa; Descartes considera că ea le este utilă doar sofiştilor pentru a încurca pistele, Poincaré nu a ezitat să califice «logistica» drept «pipi de pisică», iar până în anii cincizeci s-au publicat manuale de logică în care era expusă teoria silogismului a lui Aristotel, fără a se ţine seama de progresele spectaculoase făcute de această ştiinţă.

Să sperăm că lucrarea lui da Costa va contribui la înlăturarea tabuurilor şi va permite logicilor nonclasice să fie mai bine cunoscute şi recunoscute.

Să trecem acum la problema frumuseţii. E aproape sigur că dacă s-ar organiza un concurs internaţional de frumuseţe în logică, logica clasică ar fi încununată Miss World.

Ceea ce iese din comun şochează adesea şi pare respingător. Asemenea unei femei cu trei sâni, logica trivalentă poate părea monstruoasă. Logica paraconsistentă poate părea şi ea o anormalitate, s-ar putea crede că a te lipsi de principiul noncontradicţiei este ca şi cum ţi s-ar amputa un picior. Cu toate acestea, canoanele frumuseţii nu sunt universale: frumuseţea feminină ideală variază în funcţie de locuri şi epoci, aşa cum ne putem da lesne seama.

În decursul acestui secol a apărut o pleiadă de logici mai mult sau mai puţin ciudate, mai mult sau mai puţin monstruoase. Dar omul se obişnuieşte cu toate, iar ceea ce la început a părut anormal, a devenit apoi normal în funcţie de care se vor stabili judecăţile de valoare.

Ne putem întreba dacă nu există totuşi vreun mijloc de a ieşi din relativ şi din arbitrar şi de a obţine nişte criterii generale care să ne conducă la o apreciere corectă. Pare rezonabil să credem că pentru a atinge acest

---

[21] *J.-Y. Girard, «La logique linéaire»,* Pour la Science, *150 (aprilie 1990), p. 74.*

obiectiv nu trebuie să aşezăm pe un piedestal o logică anume, considerată a fi regina faţă de care se va evalua frumuseţea celorlalte surori ale sale, ci să stabilim o teorie globală a logicii, să desprindem arhitectura generală a logicii pornind de la care vor putea fi apreciate construcţiile particulare.

«Ceea ce frapează la prima vedere în lucrările lui Hilbert este frumuseţea pură şi grandioasa lor arhitectură», ne spune J. Dieudonné[22]*, iar N. Bourbaki a încercat să desprindă arhitectura matematicii moderne, contribuind astfel la a face să ţâşnească frumuseţea «unuia dintre monumentele cele mai uimitoare ale spiritului uman.»*[23]

Putem, de asemenea, încerca să desprindem arhitectura logicii moderne scoţând la lumină unitatea profundă a multiplicităţii discordante a sistemelor logice. Da Costa a contribuit el însuşi la această sarcină elaborând o teorie generală a logicii, teoria evaluării, la care a ajuns treptat, încercând să generalizeze metodele clasice pentru a le adapta la logica paraconsistentă sau la alte logici nonclasice (vezi Anexa 2 în care e prezentată această teorie).

Ceea ce se petrece astăzi în logică este aproape similar cu ceea ce s-a petrecut în urmă cu cincizeci de ani în algebră: atunci s-a elaborat o teorie generală a structurilor algebrice, Algebra Universală şi tocmai în această teorie generală a apărut întreaga frumuseţe a algebrei şi nu într-una sau alta dintre algebrele particulare care, precum teoria algebrelor lui Boole, poate apărea ca o mică teorie bine pusă la punct, frumuseţea ei rămânând însă foarte terestră.

Utilitatea şi Frumuseţea nu sunt neapărat imediat conciliabile. La ora actuală, în logică, se conturează, pe de o parte, o frumoasă teorie generală abstractă a logicii, pe de altă parte se confecţionează logici hidoase ce se pot adapta unor situaţii foarte concrete. Pentru a-şi justifica odraslele josnice, creatorii lor vor susţine că e mai bine să posezi ceva util, chiar dacă urât, decât o frumuseţe sublimă inutilizabilă, care nu e decât un General Abstract Nonsense. Cu toate acestea, istoria matematicii arată, pe de o parte, că utilitatea unei teorii urâte este relativ limitată şi că ea nu poate creşte decât înfrumuseţând-o, pe de altă parte, că o teorie frumoasă sfârşeşte întotdeauna prin a se dovedi utilă, fie şi după mai multe secole. Altfel spus, utilitatea este fiica frumuseţii şi nu invers.

---

[22] *J. Dieudonné, «David Hilbert (1862–1943)», p. 292, articol ce se găseşte în culegerea lui F. Le Lionnais.*

[23] *J. Dieudonné, «Avant propos» (Cuvânt înainte) la* Oeuvres complètes *de Lautman, Union Générale d'Éditions, Paris, 1977, p. 19.*

După da Costa, ştiinţele formale sunt guvernate nu doar de frumuseţe şi utilitate, ci şi de principii pragmatice în accepţiunea teoriei moderne a limbajelor sau a semioticii (Morris); iar aceste principii sunt completate de metoda axiomatică şi de normele unei logici universale şi ale unei teorii abstracte a evaluării.

În pofida acestor diferite determinări, el consideră totuşi că logica şi matematica constituie o simfonie neterminată şi neterminabilă.

Jean-Yves Béziau

introducere

În lucrarea de față tratăm natura logicii. Ne interesează, înainte de toate, relațiile existente între rațiune și logică, precum și modul în care activitatea rațională, reflectată în mare parte de logică, este legată de experiență.

Termenul «logică» este ambiguu, fiind folosit adesea cu semnificații diferite; în ceea ce ne privește, înțelegem prin logică, logica formală (pură sau teoretică). Mai mult, având în vedere conexiunile strânse între logică și matematică, aceasta din urmă va trebui analizată pe parcursul prezentei lucrări; și va fi necesar să stabilim în mod explicit legăturile existente între aceste discipline.

După cum se știe, logica a evoluat mult în decursul ultimilor o sută de ani. De aceea, nu vom face aici o analiză filosofică a logicii tradiționale, care rezidă în mod fundamental în codificarea făcută de Aristotel, ci a logicii matematice sau simbolice, pe care o vom numi, simplu, logică. În realitate, în stadiul său prezent de evoluție, logica este, din rațiuni evidente, *simbolică* și *matematică,* iar a nu lua în considerare această caracteristică ar însemna pur și simplu a proceda în mod anacronic. Deci, vom presupune că cititorul cunoaște bine logica actuală. Pentru a reduce totuși unele dificultăți pe care le-ar putea întâmpina cei ce nu sunt familiarizați cu logica simbolică, vom prezenta în anexă câteva dezvoltări tehnice mai elaborate și mai specializate, de care vom avea nevoie spre a ne fundamenta argumentația.

Una dintre dificultățile întâmpinate de autorul unei astfel de lucrări este următoarea: terminologia comună, deși mai mult sau mai puțin clară în folosirea ei curentă, devine insuficientă atunci când se încearcă definirea

unei poziţii filosofice originale sau abordarea dintr-un nou punct de vedere a aspectelor esenţiale ale fundamentelor cunoaşterii. Cu toate acestea, în filosofie, o terminologie întru totul precisă şi adecvată reprezintă un ideal imposibil de atins. Diferitele concepte de care avem nevoie, în opoziţie cu părerea multora, nu sunt statice şi rigide, ci au un caracter dinamic şi dialectic, astfel încât se modifică pe măsură ce expunerea avansează şi frontierele cunoaşterii se lărgesc. Tensiunile dintre diferitele sensuri ale unui termen, discuţiile şi distincţiile ce se fac, vor transforma treptat sensul termenilor tehnici care, în plus, sunt folosiţi, de regulă, în afara contextului unde au apărut. Rezultă că este necesar să începem cercetarea folosind o terminologie *aproximativă* ce se va ameliora, dar nu va atinge niciodată o perfecţiune totală. Una dintre caracteristicile raţiunii este aceea de a-şi putea exercita activitatea cu ajutorul unor concepte relativ vagi şi inexacte; ea nu are nevoie de o precizie absolută.

Termenul «raţiune» are diferite semnificaţii. Între altele, următoarele:

1. facultatea de gândire discursivă, în opoziţie cu gândirea intuitivă;
2. facultatea de a judeca bine, i.e. de a distinge adevărul de fals şi binele de rău;
3. facultatea de cunoaştere naturală, în opoziţie cu credinţa şi revelaţia;
4. ansamblul principiilor generale ce guvernează gândirea discursivă.

Va trebui aşadar ca în cele ce urmează să determinăm sensul în care vom folosi acest termen.

Raţiunea este facultatea graţie căreia concepem, judecăm şi raţionăm, i.e. reflectăm, gândim. Ea se caracterizează prin două funcţii: în primul rând, este facultatea care elaborează conceptele şi, în special, constituie *categoriile*, adică conceptele cheie ale gândirii cognitive în general; din acest punct de vedere, funcţia sa este aceea de a coordona datele experienţei şi de a oferi formele subiacente oricărei gândiri obiective. În al doilea rând, ea este facultatea de a *combina* conceptele, judecând şi inferând; funcţia sa este aici tipic activă.

Deşi distincţia între aceste două funcţii este puţin artificială, ea are totuşi o anumită valoare. Vom numi prima funcţie, funcţie constitutivă, iar cea de a doua, funcţie operativă. În consecinţă, putem vorbi, chiar dacă în mod imprecis, de *raţiune constitutivă* şi de *raţiune operativă*.

În sens larg, cunoaşterea pozitivă este cunoaşterea conceptuală. Ea se efectuează, graţie unor concepte fundamentale şi generale, ca acelea de *obiect, relaţie, spaţiu, timp* şi *cauză*, elaborate de raţiune cu ajutorul experienţei, prin extrapolarea acesteia.

Cele două surse ale cunoaşterii pozitive sunt experienţa şi raţiunea. Prin cea dintâi intrăm în contact cu lumile interioară (sensibilitate internă) şi exterioară (sensibilitate externă); ea constituie deci punctul de plecare al ştiinţelor naturii şi ale omului. Cu toate acestea, trebuie subliniat că nici măcar cunoaşterea empirică nu se reduce numai la datele experienţei. În realitate, raţiunea furnizează categoriile cu ajutorul cărora ne sistematizăm senzaţiile şi facem inteligibilă experienţa. Astfel, de exemplu, percepem că o senzaţie *dată precedă* o alta şi considerăm mai multe senzaţii ca fiind *cauzate* de acelaşi *obiect*. Raţiunea constitutivă ordonează datele empirice. Graţie, în principal, raţiunii operative, lărgim datele experienţei şi construim, de exemplu, ştiinţele logico-matematice.

Dat fiind caracterul conceptual al cunoaşterii pozitive şi în special al cunoaşterii ştiinţifice, se observă imediat importanţa limbajului pentru activitatea raţională: se exprimă, se fixează, se comunică cunoaşterea prin folosirea limbajului. Categoriile şi operaţiile lingvistice reflectă, într-un anumit mod, procesele constitutive şi operative ale raţiunii.

Categoriile şi principiile raţionale care ne permit să ordonăm experienţa, par a avea un caracter aprioric. Totuşi, acest lucru nu implică în mod evident ca astfel de categorii şi principii să fie absolut independente de experienţă, nici ca ele să fie fixe şi imuabile. Credem, dimpotrivă (şi încercăm să ne justificăm părerea) că raţiunea se constituie pe parcursul propriei sale istorii, urmând în principal contingenţele datorate progresului ştiinţific. Aparenta sa natură apriorică se dovedeşte prin urmare relativă: ea este *a priori* doar în funcţie de un stadiu dat al cunoaşterii, putându-se transforma şi neavând o structură absolută şi invariabilă. O astfel de doctrină se opune, de pildă, kantianismului ortodox, conform căruia raţiunea este în esenţă imuabilă.

Raţiunea pe care o avem în vedere este raţiunea ce a produs ştiinţa occidentală şi a cărei evoluţie istorică poate fi trasată pornind de la civilizaţia greacă, unde logica s-a constituit ca un *corpus cvasi* autonom. Există totuşi două probleme importante aflate în afara câmpului cercetării noastre şi pe care trebuie să le menţionăm:

1. problema de a şti dacă raţiunea, aşa cum o cunoaştem astăzi, reprezintă rezultatul unui proces de evoluţie continuu sau chiar discontinuu, pornind de la o mentalitate primitivă, de care nu

diferă în esenţă (Pradines); sau dacă, dimpotrivă, mentalitatea primitivă, prelogică şi guvernată de legea participării, este ireductibilă la principiile şi la categoriile raţionale (Lévy–Bruhl);

2. problema de a şti dacă există cu adevărat alte tipuri de raţiune, diferite de a noastră; de pildă, activitatea numită raţională a anumitor curente din gândirea orientală, frecvent citate ca având structuri raţionale intrinsec diferite de raţionalitatea noastră.

Mai există şi alte restricţii privind modul în care studiem aici raţiunea: nu vom trata despre activitatea raţională, ci despre *produsele* acestei activităţi, atunci când ea se exercită metodic, cu scopul esenţial de a obţine o cunoaştere sau de a realiza o reflecţie critică. Astfel de produse sunt *contextele raţionale*, îndeosebi *contextele ştiinţifice*[1]. Deoarece activitatea raţională se exprimă prin mijlocirea limbajului, contextele raţionale nu se pot lipsi de contextele lingvistice. În realitate, logica formală reflectă structura deductivă a acestora din urmă şi doar în mod indirect putem afirma că ea reflectă gândirea noastră. Într-adevăr, modul în care gândim efectiv este extrem de complicat: de pildă, inferenţele pe care le efectuăm depind de analogii inconştiente, de experienţa noastră în sens larg, de tendinţele estetice, de inspiraţiile de moment etc.; este, prin urmare, dificil să analizăm şi să codificăm procesul real al gândirii. Cu toate acestea, rezultatul exerciţiului raţiunii, care constituie contextele raţionale, este, în general, modelat de norme mult mai rigide şi mai uşor de analizat. Vom insista, totuşi, asupra faptului că aceste norme sunt condiţionate istoric: istoria fizicii, de exemplu, arată cu claritate cum categoriile raţionale ale fizicilor aristotelică, newtoniană şi actuală reflectă o evoluţie profundă; termeni tehnici precum «timp», «spaţiu», «cauză» şi «forţă» şi-au schimbat radical semnificaţia; ceva similar s-a produs şi cu geometria, structura geometriei actuale fiind complet diferită de cea a geometriei din epoca euclidiană.

Am spus despre cunoaşterea pozitivă că este o cunoaştere conceptuală. Dar conceptele devin mai mult sau mai puţin stabile atunci când sunt introduse în contexte raţionale, graţie unor termeni convenabili al căror sens îl constituie. În afara unor astfel de contexte, conceptele se află într-o transformare perpetuă, depinzând, atât la nivel subiectiv, cât şi la nivel social, de nenumărate circumstanţe, cum ar fi asociaţiile de idei trecătoare şi

[1] Expresiile *contexte raţionale* şi *contexte ştiinţifice* sunt folosite prin analogie cu expresiile *contexte ale descoperirii, contexte ale justificării*, aşa cum sunt ele folosite de H. Reichenbach, *The Rise of Scientific Philosophy*, University of California Press, 1951, capitolul XIV; *Elements of Symbolic Logic*, MacMillan, New York, 1947. *Context raţional* semnifică *grosso modo* ansamblul producţiilor raţiunii.

starea culturii respective. Fixitatea conceptelor în contexte raţionale rezultă, înainte de toate, din factori sociali care impun o anumită constanţă în structura contextelor, făcându-le să fie obiective. Cu toate acestea, *a priori*, nimic nu ne garantează că această obiectivitate este absolută.

Deoarece ne vom concentra atenţia asupra logicii formale, trebuie să ne ocupăm de aspectele deductive ale raţiunii operative. Totuşi, nu putem face acest lucru cu folos fără a vorbi şi despre raţiunea constitutivă. Mai mult, o bună înţelegere a subiectului face indispensabilă tratarea mecanismului inferenţei inductive, fie şi în mod indicativ.

Principiile logice fundamentale reprezintă nişte postulate ale raţiunii constitutive. Raţiunea operativă, fie că funcţionează deductiv, fie inductiv, este reglată de astfel de principii. În studierea relaţiilor între logica formală şi activitatea deductivă a raţiunii, raţiunea constitutivă trebuie luată negreşit în considerare, ea fiind, prin anumite aspecte, mai fundamentală decât raţiunea operativă.

Cum raţiunea se exteriorizează în contexte raţionale, evaluarea ei se face prin intermediul acestora, ea dobândeşte, ca să spunem aşa, un anumit statut intersubiectiv. Ea încetează de a mai fi patrimoniul persoanelor, pentru a se transforma într-un element constitutiv al culturii unei epoci determinate, dobândind astfel conotaţii sociale şi culturale legate de propria sa istorie. Putem vorbi, de exemplu, de *raţiune elenă* sau de *raţiune inerentă fizicii newtoniene*. Acest lucru nu implică, în sine, o anumită concepţie metafizică despre raţiune, ci rezultă pur şi simplu din constatarea unui fapt.

După ce am semnalat cele două probleme care vor fi studiate aici, le vom formula acum pe acelea care ne interesează în mod fundamental, şi anume:

1. Problema naturii activităţilor raţionale şi logice. De exemplu, coincid ele oare, fie şi numai parţial? Există un nucleu de principii raţionale fără de care activitatea raţională nu ar putea avea loc? Dacă da, coincid astfel de principii cu legile logice?
2. Problema conexiunilor existente între raţiune şi realitate. O problemă pertinentă este îndeosebi aceea de a şti dacă principiile logice rezultă din însăşi natura raţiunii sau dintr-o activitate şi dintr-o interacţiune reciprocă între spirit şi mediul în care este cuprins.
3. Problema genului cunoaşterii raţionale: este ea doar discursivă sau există o intuiţie raţională?
4. În sfârşit, există problema criteriului adevărului judecăţilor logico-matematice, care nu depind aparent decât de raţiunea însăşi.

Cu privire la problemele de care ne vom ocupa, se cade să spunem clar încă de la început cum le vom trata în această lucrare. Atitudinea noastră faţă de astfel de probleme va fi pozitivă («pozitiv» nu înseamnă «pozitivist») şi critică: cu alte cuvinte, cercetările noastre se încadrează în *filosofia ştiinţei* (riguroasă sau pozitivă). Astfel, pentru a da un exemplu, logica va constitui pentru noi un dat ce ridică întrebări variate şi importante, ale căror răspunsuri vor trebui căutate prin adoptarea unei atitudini mentale asemănătoare cu cea adoptată de omul de ştiinţă în cercetările sale. Pentru a lămuri toate acestea, vom consacra restul acestei introduceri, explicării a ceea ce înţelegem prin filosofie ştiinţifică[2].

În filosofie se întâlnesc întrebări de natură foarte variată şi, pentru a răspunde la ele, filosofii folosesc cele mai diverse metode. Cu toate acestea, este posibil, în principiu, să se împartă problemele filosofice în două clase fundamentale: cele cu caracter *ştiinţific* şi cele cu caracter *speculativ*. Desigur, această distincţie nu pare prea clară la prima vedere, dar ea se va clarifica treptat pe parcursul expunerii noastre.

Vom încerca să fundamentăm distincţia anterioară pornind nu de la esenţa chestiunilor ştiinţifice şi speculative, ci de la metodele utilizate pentru a le rezolva sau cel puţin pentru a le studia. Astfel, aceeaşi problemă poate fi privită şi studiată din unghiuri diferite, speculativ sau ştiinţific. Aceasta nu înseamnă că nu există subiecte tipic speculative sau tipic ştiinţifice.

Formularea unei probleme filosofice este *ştiinţifică* în măsura în care s-a procedat ştiinţific în formularea ei. Dacă acest lucru este posibil, cercetarea corelativă face parte din filosofia ştiinţei şi rezultatele astfel obţinute au un caracter ştiinţific. În caz contrar este vorba de cercetări speculative. Prin urmare este necesar să precizăm pe cât posibil ce anume înţelegem prin *metodă ştiinţifică în filosofie*.

Evident, nu se poate da o definiţie exactă şi perfectă a metodei ştiinţifice în filosofie, adică a *filosofiei ştiinţei*. Vom încerca doar să delimităm trăsăturile generale ale unei astfel de noţiuni.

În cele ce urmează vom scoate în evidenţă trăsăturile proeminente ale poziţiei ştiinţifice în filosofie. Ele pot fi prezentate în trei puncte capitale:

1. În formularea şi rezolvarea (fie şi aproximativă) a problemelor filosofice de ordin ştiinţific, cercetătorul adoptă o atitudine în

[2] Ceea ce urmează este o versiune mai amplă a articolului nostru «Conceptualizacion de la filosofia cientifica», *Revista de Filosofia de la Universitad de Costa Rica*, nr. 8 (1960), pp. 363–366.

muncă identică cu aceea a omului de ştiinţă în sens strict. Nu există în fond nici o diferenţă între activitatea filosofului ce se consacră filosofiei ştiinţei şi cea a omului de ştiinţă ce se consacră ştiinţei sale, cu excepţia celei referitoare la generalitatea domeniului studiat, fapt ce implică totodată o anumită disparitate de detaliu între rezultatul cercetării filosofice şi acela al cercetării ştiinţifice. În special adevărul este atins progresiv, în etape succesive, atât în filosofia ştiinţei, cât şi în ştiinţele particulare: el este întotdeauna apt de a fi repus în discuţie şi nu apare niciodată definitiv şi complet.

2. Orice cunoaştere pozitivă, particulară şi definită, aparţine, în măsura posibilului, unei ştiinţe speciale. Cunoaşterile dezvoltate de filosofia ştiinţei fie se referă la ştiinţa propriu-zisă ca obiect de studiu, fie se limitează la practica *analizei critice*. De fapt, analiza constituie efectiv o metodă de lucru, iar rezultatul ei este clarificarea ce ne este oferită cu privire la anumite chestiuni determinate. Analiza practicată de filosofia ştiinţei serveşte la a *limpezi* anumite situaţii complexe sau confuze şi la nimic altceva.

3. În munca sa cotidiană, filosoful ştiinţific trebuie să adopte în principiu o poziţie de independenţă totală cu privire la cercetările sale şi la *praxis*-ul politic, la religie, la filosofia speculativă sau la alte forme de activităţi umane, cu excepţia ştiinţei. Poate părea ridicol că insistăm asupra acestui fapt, dar este neîndoielnic că există filosofi care apără concepţii opuse. De exemplu, unii cred că filosofia trebuie să slujească drept bază pentru studiile teologice sau religioase, ceea ce conduce în final la studiul unei filosofii determinate de această credinţă. Astfel de concepţii nu ar putea fi justificate cu unitatea de măsură a filosofiei ştiinţei. Aceasta din urmă este, dimpotrivă, strâns legată de ştiinţă şi trebuie cultivată având mereu în minte progresele ştiinţelor specifice. Din acest punct de vedere, ştiinţa este sursa inspiratoare a filosofiei[3].

Afirmând că, atunci când se dedică filosofiei ştiinţei, filosoful trebuie să adopte o atitudine similară celei a omului de ştiinţă, presupunem că o astfel de atitudine este mai mult sau mai puţin evidentă. Fără îndoială, trăsătura caracteristică principală a atitudinii ştiinţifice rezidă în faptul că cercetările omului de ştiinţă sunt *obiective*. Cu alte cuvinte, cercetătorul

---

[3] Poate că nimeni nu este capabil să susţină în mod serios teza că filosofia ştiinţei, aşa cum am definit-o, se află într-o anumită relaţie strânsă cu religia. Cu toate acestea, credem că nu există nici un inconvenient în a sublinia acest aspect, dat fiind că filosofului îi place uneori să divagheze.

ştiinţific acceptă nişte *criterii*, unele dintre ele implicite, care îi guvernează cercetarea şi îi servesc la *a testa* rezultatele obţinute, confirmându-le sau invalidându-le. Mai exact, activitatea ştiinţifică este guvernată de principii şi convenţii, implicite sau explicite, care o călăuzesc şi îi dau formă. Nu vom expune aici toate aceste criterii ce pot varia de la o epocă la alta, în funcţie de evoluţia ştiinţei şi a filosofiei, dar este necesar să notăm unele dintre ele. Astfel, de exemplu, cercetarea ştiinţifică se înfăptuieşte raţional, fără a se recurge la alte surse posibile de cunoaştere, cu excepţia experienţei (înţeleasă ştiinţific); în mod special, se respinge ca sursă a cunoaşterii ştiinţifice orice formă de intuiţie meta-raţională. Un alt exemplu: se presupune de obicei că ştiinţa ne furnizează un anumit adevăr şi că stăpânirea acestui adevăr ne permite la rândul ei să dominăm natura. În ceea ce priveşte filosofia ştiinţei însăşi, se presupune în mod fundamental că analiza critică constituie o metodă efectivă de cercetare şi totodată de clarificare a unor situaţii complexe.

În filosofia ştiinţei se practică reflecţia analitică şi critică. Dar o dată situaţia clarificată, filosofului nu îi mai rămâne nimic de făcut, căci orice formă de cunoaştere pozitivă şi determinată se incorporează în ştiinţă sau în teoria ştiinţei; orice cunoaştere ştiinţifică aparţine unei ştiinţe particulare sau se referă la ştiinţa însăşi şi se încadrează în teoria ştiinţei. Filosofia ştiinţei are totuşi un conţinut: disciplinele ştiinţifice specifice înglobează tot ce este raţional şi tot ceea ce putem cunoaşte pozitiv; ele constituie, prin urmare, un element de studiu şi de cercetare pentru filosofia ştiinţei. Putem chiar spune, lăsând la o parte analiza, că obiectul filosofiei ştiinţei este teoria ştiinţei.

Filosofia ştiinţei se dezvoltă în sânul filosofiei ştiinţei, în principal prin folosirea sistematică a metodelor teoriei moderne a limbajului, într-un cuvânt, a *semioticii*. Din acest punct de vedere, limbajul este considerat în sens larg, incluzând aspectele sintactice, semantice şi pragmatice. Până şi numeroase ramuri ale ştiinţei, care aparent (sau poate în mod real) au puţine relaţii cu noţiunile lingvistice ordinare, se încadrează într-una din dimensiunile teoriei moderne a limbajului, atunci când concepem semiotica în sens larg.

Rezumând, se poate spune că filosofia ştiinţei are două dimensiuni:

1. dimensiune constructivă sau sistematică, considerată teorie a ştiinţei;
2. dimensiune non-constructivă sau analitică, atunci când o considerăm ca un ansamblu de activităţi analitice, de elucidare şi critice. Coordonarea rezultatelor obţinute prin aplicarea sistematică a

analizei poate fi, de asemenea, admisă ca făcând parte din această dimensiune, deşi adevărurile astfel atinse sunt transferate apoi în domeniul ştiinţelor particulare sau al teoriei ştiinţei, atunci când au un conţinut pozitiv şi nu sunt numai de natură negativă (de exemplu, când analiza efectuată scoate în evidenţă faptul că anumite concepţii sunt lipsite de fundament sau că un anume corp de doctrină nu are un conţinut raţional real)[4].

Se cuvine să vorbim acum despre relaţiile între filosofia ştiinţei şi filosofia speculativă. Discuţia anterioară ne-ar putea face să credem, asemenea altor gânditori, că filosofia ştiinţei este suficientă prin ea însăşi pentru a dovedi inanitatea filosofiei speculative şi totala ei caducitate. Într-adevăr, filosofia ştiinţei tratează numai problemele induse de ştiinţele specifice sau de analiza unor probleme de ordin mult mai general, contribuind la clarificarea lor şi, uneori, scoţând în evidenţă faptul că ele constituie probleme ştiinţifice sau apte de a fi rezolvate în termeni empirico-raţionali. Aceasta nu este totuşi suficient pentru a nega complet posibilitatea speculaţiei filosofice. Putem cel mult trage concluzia că astfel de chestiuni nu sunt *ştiinţifice* şi, din această cauză, se află în afara domeniului vizat de metodele pur ştiinţifice. Pentru a nega filosofia speculativă, filosofia ştiinţei ar trebui să se preschimbe în speculaţie neştiinţifică.

Câteva exemple de rezultate pozitive obţinute de filosofia ştiinţei ne vor permite să-i înţelegem mai bine spiritul. Lucrările lui Tarski despre conceptul de adevăr, teoria descripţiilor a lui Russell şi investigaţiile istorico-critice ale lui Mach asupra fundamentelor mecanicii lui Newton reprezintă trei dintre cuceririle filosofiei moderne a ştiinţei. Trebuie să menţionăm, de asemenea, cercetările lui Poincaré şi ale lui Enriques asupra noţiunilor de spaţiu şi de timp. Aceşti doi autori au păreri divergente în mai multe privinţe, de pildă Poincaré este convenţionalist în ceea ce priveşte spaţiul, doctrină căreia Enriques i se opune. Aceasta ilustrează faptul că dezacordurile în filosofia ştiinţei nu constituie o frână în calea dezvoltării sale. Astfel de exemple îi pot părea filosofului speculativ puţin pertinente, mai ales dacă sunt comparate cu obiectivele ambiţioase ale speculaţiei. Cu toate acestea, o astfel de obiecţie adusă filosofiei ştiinţei poate fi cu greu

---

[4] Ca parte a filosofiei ştiinţei, teoria ştiinţei nu înseamnă acelaşi lucru cu *filosofia ştiinţei*, conform concepţiei a numeroşi autori. În realitate, teoria ştiinţei operează în principal cu concepte ştiinţifice, constituind ceea ce s-ar putea numi o metaştiinţă, în timp ce în filosofia ştiinţei, în sensul său tradiţional, converg concepte ştiinţifice şi speculative. În zilele noastre se foloseşte totuşi expresia «filosofia ştiinţei», practic ca sinonim pentru teoria ştiinţei.

luată în serios. Vom nota doar că dacă câmpul său este mai limitat decât acela al filosofiei speculative, aceasta din urmă este totuşi mult mai puţin sigură şi obiectivă.

Rezumând, concepţia propusă aici cu privire la filosofia ştiinţei are un caracter exclusiv metodologic în cadrul câmpului filosofic. Apărăm însă teza conform căreia separarea celor două tipuri de cercetare este esenţială pentru progresul filosofiei, întrucât numai o astfel de separare permite evitarea a numeroase neînţelegeri între oamenii de ştiinţă şi filosofi, fiind totodată vitală din punct de vedere metodologic. Având mereu în vedere diferenţa între aceste două tipuri de filosofie, numeroase probleme aparent insolubile devin clare, iar confuzia care le-a generat dispare. Mai mult, filosofia ştiinţei este relativ independentă faţă de filosofia speculativă datorită faptului că poate fi dezvoltată fără a se face apel la aceasta din urmă, în timp ce contrariul nu poate fi adevărat.

Această concepţie a filosofiei ştiinţei prezintă anumite dificultăţi asupra cărora se cuvine să insistăm.

În filosofia tradiţională, cu tendinţă speculativă, filosofii pretind, în general, că procedează în mod raţional. Cu toate acestea, genul de raţionalitate al speculaţiei clasice diferă de acela atribuit filosofiei ştiinţei. Diferenţa se rezumă după cum urmează: în filosofia ştiinţei, aşa cum am arătat, se folosesc mai ales concepte ştiinţifice. Evident că nu este vorba de concepte ştiinţifice în sens strict. De exemplu, în munca sa cotidiană, fizicianul nu foloseşte *direct* conceptul de *teorie*; totuşi, această noţiune este pentru el comprehensibilă şi, în numeroase împrejurări, o foloseşte (uneori implicit). De fapt, fizicianul afirmă în mod curent că va testa o teorie sau că o anumită teorie dată are doar o valoare aproximativă. Cu alte cuvinte, fizicianul este compromis nu numai cu ideile exprimate de diferitele limbaje tehnice ale fizicii, dar şi cu ideile metalimbajului acestei ştiinţe.

La nivel speculativ, introducerea unor concepte lipsite de caracter ştiinţific este esenţială. Termenii «spirit» în filosofia lui Hegel, «suflet» în accepţiunea scolastică şi «elan vital» în filosofia lui Bergson au, evident, conotaţii speculative.

Dar care este, în fond, deosebirea între conceptele ştiinţifice şi conceptele speculative? Fără a recurge la conceptele speculative, unicul răspuns posibil pare a fi următorul: o astfel de distincţie depinde de istoria ştiinţei. Într-un moment determinat al acestei istorii, există concepte considerate fără nici un dubiu ca fiind ştiinţifice, altele care sunt considerate

unanim ca fiind speculative, şi mai există unele greu de clasificat în absenţa unor criterii plauzibile.

Teoria electricităţii şi a magnetismului a lui Poisson presupunea existenţa unor fluide apte să explice fenomenele electrice şi magnetice cunoscute la acea vreme. A face însă astăzi apel la astfel de fluide într-un mod atât de naiv cum o făcea Poisson ar fi ceva arhaic; conceptele fundamentale ale savantului francez au încetat de a fi ştiinţifice şi au devenit desuete. Ceva asemănător s-a produs şi cu vechea teorie a căldurii, respinsă de americanul Rumford.

Este interesant de observat că, după ce a trecut printr-o fază ştiinţifică, un concept poate face parte din ideile speculative, pentru a obţine apoi din nou un statut ştiinţific. Este ceea ce pare a se întâmpla cu noţiunea de eter: în fizica secolului trecut, eterul avea un rol explicativ fundamental. Pentru fizicienii secolului al XIX-lea, eterul nu reprezenta doar un concept teoretic a cărui singură valoare ar fi fost aceea de a ajuta la sistematizarea experienţei; dimpotrivă, el desemna ceva real: pentru a depăşi dificultăţile teoriei sale electromagnetice referitoare la posibilitatea conceperii unei mişcări absolute, Lorentz susţinea că este posibil să se calculeze viteza unui corp în raport cu eterul, iar Michelson şi Morley au încercat să calculeze în acelaşi mod viteza Pământului. Dar, o dată cu dezvoltarea teoriei relativităţii, eterul a fost cvasieliminat din fizică. S-ar părea totuşi că asistăm astăzi la o întoarcere a sa, în pofida criticilor lui Einstein.

În mod general, dat fiind că, la origine, ştiinţele particulare s-au desprins din filosofie, nu trebuie să ne surprindă că numeroşi termeni tehnici ai ştiinţelor pozitive au fost folosiţi mai întâi ca termeni speculativi. Este, de pildă, cazul termenului «cauză».

Să mai reamintim că exisă termeni folosiţi simultan în ştiinţă şi în filosofia speculativă. Este cazul termenilor «viaţă» şi «cauză». Dar este clar că, deşi termenii sunt aceeaşi, conceptele pe care le desemnează sunt diferite, având totuşi ceva în comun.

Exemplele noastre arată că clasificarea conceptelor în concepte ştiinţifice şi concepte speculative nu este absolută. Cu toate acestea, deşi această separare nu este atât de tranşantă cum s-ar putea crede la prima vedere, ea este legitimă şi se poate deduce de aici că, deşi raţiunea este unică, există două tipuri de *raţionalitate*: raţionalitatea *ştiinţifică* şi raţionalitatea *speculativă*.

O problemă legată de tipurile de raţionalitate este aceea a tipurilor de obiectivitate; filosofia speculativă, aşa cum totul o indică, foloseşte metode ce conduc la o precizie raţională mult superioară celei atinse de anumite ştiinţe (de exemplu, arheologia) şi chiar superioară anumitor domenii ale filosofiei ştiinţei. Nu se poate nega, de exemplu, că în filosofia tomistă discuţiile prezintă un anumit grad de obiectivitate; numeroase dezbateri îşi pot găsi o rezolvare, iar una dintre metode constă în exegeza textelor Sfântului Toma. Pe de altă parte, pot fi lesne citate capitole ale ştiinţei unde obiectivitatea este slabă şi unde, în consecinţă, polemicile nu au sfârşit; este ceea ce se mai întâmpla încă la începutul secolului al XX-lea în biologie cu discordanţele între lamarckieni şi darwinişti. Toate acestea par a constitui un argument împotriva celor spuse de noi anterior, şi anume, că filosofia ştiinţei este mai obiectivă decât filosofia speculativă. Dar această concluzie este prematură şi rezultă din confuzia între formele de raţionalitate puse în joc în activităţile ştiinţifice şi speculative.

Într-adevăr, obiectivităţile ştiinţifică şi speculativă diferă pentru că atitudinile ştiinţifică şi speculativă diferă. Şi suntem obligaţi să recunoaştem că, din punct de vedere istoric, activitatea ştiinţifică apare ca fiind mult mai consistentă decât activitatea speculativă, deoarece prima se supune întotdeauna unor criterii determinate, mai mult sau mai puţin explicite, care permit să fie judecată, în timp ce nu acelaşi lucru se întâmplă şi cu speculaţia luată în ansamblu. Se poate deci afirma că atitudinea ştiinţifică este mai obiectivă decât atitudinea speculativă.

Dar, în ultimă instanţă, obiectivitatea cercetării ştiinţifice este un produs al istoriei. Situaţia este aici analoagă problemei raţionalităţii proceselor ştiinţifice şi nu merită să vorbim despre ea.

Cum îşi atinge filosofia ştiinţei scopurile? Am prezentat deja în detaliu atitudinea spirituală care o orientează. Este totuşi de dorit să vorbim, fie şi în general, despre metodele particulare de care dispune ea pentru a-şi atinge obiectivele, printre care se află reflecţia analitică şi critică. Metodele sale principale sunt următoarele:

1. analiza semiotică;
2. recursul la ştiinţele specifice;
3. exemplificarea istorică;
4. elaborarea unor modele ipotetice.

Vom utiliza aceste metode de mai multe ori. Dar, înainte de a le defini, trebuie să insistăm asupra faptului că numai aplicarea lor sistematică şi repetată ne va permite să le înţelegem perfect.

Analiza semiotică se realizează în două moduri: cu sau fără ajutorul tehnicilor formale. Primul este analiza lingvistică formală, menită să rezolve probleme precum cea la care se referă Rosenbloom în următorul pasaj: «Sugerăm aici criteriul lui *put up or shut up* ca element de susţinere pentru valorizarea discuţiilor în logică. Dacă susţinem că sunt de dorit anumite caracteristici în logica formală, atunci trebuie să prezentăm sistemul care posedă *demonstrativ* aceste proprietăţi. Dacă este posibil, trebuie să arătăm că acest sistem este adecvat măcar pentru aritmetică. Dacă sunt criticate anumite caracteristici într-un sistem logic, atunci trebuie prezentat un sistem adecvat raţional care să posede *demonstrativ* aceste proprietăţi. Desigur, când o teoremă ca aceea a lui Gödel arată că s-ar putea ca dovada dorită să nu existe, criteriul poate fi micşorat. O discuţie vagă şi informală poate fi utilă ca ghid pentru munca în viitor, dar nu trebuie considerată altceva decât o schiţă preliminară, atâta timp cât tezele nu au fost enunţate într-un limbaj obiectiv precis formulat şi având calităţile dorite. Cât timp astfel de criterii nu sunt strict aplicate, discuţiile despre logică şi fundamentele matematicii riscă să degenereze într-un gen de controversă filosofică unde nu se ştie niciodată care este exact problema, nici când este ea rezolvată.»[5].

Analiza semiotică fără suportul tehnicilor formale se efectuează prin analiza semnificaţiei şi a utilizării termenilor lingvistici, a limbajului comun sau ştiinţific, încercând să se clarifice sensul real al simbolurilor vagi şi al structurilor lingvistice în care ele apar. Se poate astfel studia principiul identităţii, enunţat de regulă în felul următor: A este A. Se începe prin a se clarifica semnificaţia simbolului «A». Este o variabilă? Dacă da, care este domeniul său? Şi ce semnifică copula «este»? Aparţine oare judecata «A este A» formei subiect-predicat? Pornind de la întrebări similare şi de la diferite răspunsuri parţiale ce se pot obţine, efectuăm o analiză lingvistică informală, clarificând principiul în cauză. Din punct de vedere raţional, importanţa analizei provine din conexiunea, menţionată deja, între raţiune şi limbaj.

---

[5] P. Rosenbloom, *The Elements of Mathematical Logic*, Dover, New York, 1950, pp. 64–65.

Evident, metoda axiomatică reprezintă una din variantele analizei semiotice şi a fost aplicată într-un mod întru totul semnificativ în ştiinţă[6].

Cercetări asupra axiomaticii, de o mare importanţă pentru ştiinţele empirice, referitoare la teme precum probabilitatea, mecanica raţională şi teoriile despre spaţiu şi timp, au fost făcute de autori ca A.N. Kolmogorov, G. Hamel, W. Noll, C. Truesdell, H. Reichenbach, R. Carnap, B. Russell, A.N. Whitehead şi H. Mehlberg.

În filosofia ştiinţei s-a recurs adesea la diferite discipline pozitive specifice. Să presupunem că se studiază conceptul de spaţiu. După ce am constatat că există diferite spaţii – spaţiul psihologic, spaţiul fizic şi spaţiul geometric pur – să presupunem că vrem să tratăm despre geneza primului. Este el oare rodul experienţei? Sau o formă a sensibilităţii noastre externe, cum credea Kant? Sau este poate produsul experienţei şi al raţiunii? Referitor la această problemă, recursul la psihologie şi la fiziologie se dovedeşte indispensabil. În mod deosebit, cercetările lui Mach asupra rolului curentelor semicirculare ale urechii interne în geneza noţiunii de spaţiu, nu pot fi ignorate întrucât sunt extrem de pertinente pentru înţelegerea adevăratei semnificaţii a acestei noţiuni. Vedem aşadar că ştiinţele specifice pot fi de ajutor filosofiei ştiinţei.

Exemplificarea istorică constituie, de asemenea, o excelentă metodă de clarificare a ideilor. Dacă intenţia noastră este, de pildă, aceea de a înţelege rolul conceptului de lege în ştiinţele naturale, cel mai bine este să recurgem la istoria ştiinţelor, încercând să vedem cum a evoluat această idee. Kepler, de exemplu, avea o concepţie despre lege total diferită de cea pe care o avem astăzi. După Enriques,[7] atunci când Kepler a descoperit că revoluţia lui Marte urma o elipsă unde soarele ocupa unul din focare, el era mândru şi sigur că a descoperit o lege eternă, operă a lui Dumnezeu. Pentru astronomul german, o astfel de lege constituia un adevăr absolut. Enriques adaugă: acest mod de a vedea nu este împărtăşit de nici un om de ştiinţă actual, căci, strict vorbind, legea lui Kepler este doar aproximativ adevărată, ea conţine o «eroare» pe care teoria newtoniană a corectat-o.

---

[6] Vezi, de exemplu, D. Hilbert, «Axiomatisches Denken», *Math. Annalen*, 78 (1918), 405–415; P. Suppes, «Set- theoretical structures in science», lucrare litografiată, Stanford University, 1988; W. Blazer, C.U. Moulines şi J.D. Sneed, *An Architectonic for Science*, Reidel, Dordrecht, 1987; J.-L. Destouches, *Qu'est-ce que la physique mathématique?*, Gauthier-Villars, Paris, 1967; N.C.A. da Costa şi F.A. Doria, «A Suppes predicate for general relativity and set-theoretical generic space-times», *Int. Journal of Theoretical Physics*, 19 (1990), pp. 935–961.

[7] F. Enriques, *Sigification de l'histoire de la pensée scientifique*, Hermann, Paris, 1943, p. 6.

Istoria ne arată că o dată cu progresele tehnicii şi cu evoluţia ştiinţei, legile încetează să fie exacte şi se transformă în enunţuri valide doar la o primă aproximare. În mod paradoxal, când un cercetător din zilele noastre stabileşte o lege a naturii, el ştie dinainte că ea este imperfectă şi că, în viitor, va fi cu siguranţă înlocuită de o alta, mai exactă. În ceea ce priveşte noţiunea de lege a naturii, aceasta este lecţia istoriei.

Deoarece istoria este o ştiinţă printre altele, putem încerca să aflăm de ce metoda pe care am utilizat-o este considerată diferită de prima. Este sigur că folosind metoda exemplificării ştiinţifice am recurs la o ştiinţă specială. Cu toate acestea, separarea este legitimă, întrucât există în mod evident o diferenţă între cele două: metoda exemplificării istorice nu contribuie decât indirect la elucidarea problemelor filosofiei ştiinţei, în timp ce contribuţia celorlalte ştiinţe particulare este directă şi constructivă, adică istoria poate doar clarifica, în timp ce ştiinţele specifice clarifică şi oferă elementele pentru elaborarea conceptelor filosofiei ştiinţei.

În final vom examina metoda de ***elaborare a modelelor ipotetice***. Poincaré, de exemplu, a folosit-o adesea: pentru a arăta posibilitatea reală de utilizare a geometriilor neeuclidiene în sistematizarea experienţei, el a imaginat nişte lumi ipotetice şi logic posibile, prevăzute cu condiţii care să permită fiinţelor ce le-ar fi populat să creeze în mod natural o geometrie neeuclidiană, în opoziţie cu noi. Pe de altă parte, Einstein a recurs după cum se ştie în mod repetat la această metodă pentru a-şi fixa ideile şi a-şi face concepţiile mai intuitive: de exemplu, referitor la identitatea maselor inerţiale şi gravitaţionale, el a formulat bine cunoscutul *model al ascensorului*. Metoda modelelor contribuie în mare măsură la elucidarea anumitor concepţii complicate, după cum ea constituie un procedeu care oferă contra-exemple, scoţând astfel în evidenţă faptul că anumite poziţii pe care le susţinem conştient sau inconştient sunt lipsite de temei.

În încheierea acestei introduceri vom recapitula trei caracteristici ale raţionalităţii ştiinţifice care se desprind clar din expunerea noastră. În primul rând, ea este istorică: ceea ce astăzi este raţional, nu va fi neapărat la fel şi mâine. Raţiunea şi raţionalitatea (ştiinţifică) se organizează pe măsură ce istoria se derulează. Fără ajutorul doctrinelor speculative, nu putem transcende complet istoricitatea raţiunii. În al doilea rând, atitudinea raţională repune neîncetat în discuţie rezultatele la care ajunge, rezultate obţinute uneori cu mare dificultate, ca însăşi postulatele ce îi guvernează acţiunea; cu alte cuvinte, ea este *dialectică*: dialectizarea cuceririlor şi a principiilor sale constituie una din trăsăturile marcante ale raţiunii orientate

ştiinţific. În sfârşit, istoria raţiunii cunoaşte în mod evident un anumit progres. Această istorie nu este doar o înlănţuire de fapte, ci o succesiune de etape, fiecare dintre ele fiind mai bogată decât precedentele, în sensul în care putem înţelege mai bine obstacolele ce barează drumul gândirii raţionale, precum şi limitele şi sensul principiilor care o guvernează. Aceasta înseamnă pur şi simplu că raţiunea nu este statică şi că în dinamica sa întâlnim germenul perfecţionării[8].

[8] Din tot ce am spus rezultă că filosofia ştiinţei nu are prea mult de a face cu *scientismul* sau cu curentele pozitiviste fie că este vorba de pozitivismul mai vechi al lui Comte, fie de neopozitivismul contemporan. Ea înglobează, între altele, teme epistemologice, semiotice, metodologice şi gnoseologice.

1 raţiune, logică şi limbaj

I. Raţiune şi logică

În ceea ce priveşte relaţiile dintre raţiune şi logică, putem distinge două poziţii fundamentale pe care le putem boteza poziţia dogmatică şi, respectiv, poziţia dialectică.

Prima se caracterizează prin următoarele principii:

1. Logicul şi raţionalul coincid într-o oarecare măsură. Principiile formale esenţiale ale raţiunii (sau ale contextului raţional) constituie, în realitate, legile logicii (matematice) tradiţionale. Nu este posibil să ne abatem de la principiile fundamentale ale logicii fără a distruge discursul sau, cel puţin, fără a-l complica în mod inutil.

2. Legile logicii (şi ale matematicii) nu depind practic de experienţă. Aceasta poate ajuta la descoperirea sau la structurarea legilor logice, dar nu contribuie la legitimarea lor.

3. Cu toate acestea, argumentele evocate de dogmatici variază, mergând de la poziţii metafizice (anumite forme de platonism) până la poziţii pozitiviste (Carnap) sau pragmatice (Quine, a cărui poziţie este calificată drept logicism pragmatic); cert este că există o *univocitate* indiscutabilă în interpretările date logicii: există în esenţă o logică unică, ce poate varia în sistematizările sale posibile numai cu privire la unele aspecte de detaliu.

Cât despre concepţia dialectică, ea contrastează cu concepţia dogmatică tocmai prin aceea că:

1. Pentru ea, logica şi raţionalul nu sunt niciodată identice. Exerciţiul raţiunii se poate efectua în sisteme logico-matematice distincte, sisteme apte de a se deosebi unele de altele prin faptul că admit sau nu anumite principii centrale ale logicii numite tradiţională.

2. Raţiunea nu este auto-suficientă; sistemul logic care îi reflectă exerciţiul depinde de experienţă şi variază în conformitate cu tipurile de obiecte la care se aplică. Mai exact, o parte a logicii se întemeiază pe interconexiunea între raţiune şi experienţă. Aceasta înseamnă, cu alte cuvinte, că experienţa contribuie la legitimarea normelor raţionale.

3. Nu există o singură logică. În principiu, există mai multe, toate licite din punct de vedere raţional. A alege între ele, în contextul ştiinţei sau în corpul unei doctrine particulare, seamănă mai mult sau mai puţin cu alegerea de către fizician a geometriei care se potriveşte cel mai bine cercetărilor sale dintre diferitele geometrii matematic posibile.

Conform concepţiei descrise mai sus, şi care ne aparţine, putem spune că raţiunea este dialectică. Nu încape nici o îndoială că termenul «dialectic» este foarte ambiguu; cu toate acestea, credem că, din punct de vedere istoric, modul în care îl folosim este licit: el se regăseşte, de exemplu, în centrul cercetărilor unor gânditori ca Bachelard şi Gonseth. Să precizăm ceea ce am spus în *Introducere*; afirmând că raţiunea este dialectică, vrem să spunem doar că ea nu poate fi codificată *a priori* printr-un sistem logic fix şi că, în realitate, categoriile sale sunt istorice, născându-se, modificându-se şi completându-se prin propria sa activitate. Raţiunea evoluează pe măsură ce ştiinţa progresează. Acest fapt rezultă în mare parte din propria sa autocritică şi din dificultăţile cu care se confruntă teoriile ştiinţifice pentru a descrie şi explora realitatea. Se impune totuşi o precizare; caracterul dialectic al raţiunii nu implică faptul că ea ar fi complet arbitrară sau că procesul raţional ar putea fi modificat ori transformat *ad libitum*. Dimpotrivă, aşa cum vom încerca să subliniem, toate expresiile posibile ale raţiunii prin mijlocirea sistemelor logico-formale şi a categoriilor au în comun un nucleu invariant, care este totuşi de natură profund diferită faţă de ceea ce am fi înclinaţi să credem în mod natural.

Einstein a afirmat că, în măsura în care se referă la realitate, legile geometriei sunt false şi că, în măsura în care nu se referă la ea, sunt adevărate. Conform doctrinei dialectice a raţiunii, ceva similar se produce şi cu logica, într-un sens pe care îl vom clarifica mai departe.

Încă un comentariu legat de terminologie: *a dialectiza* o concepție determinată înseamnă a o chestiona, a o reformula, a o repune în discuție și chiar a o nega parțial, demonstrând că presupozițiile ce îi sunt subiacente sunt prea naive și trebuie înlocuite cu altele, mai fine și mai bine adaptate la fapte; aceasta se petrece mai ales atunci când apar niște evidențe și situații recente care constrâng la alterarea vechilor modele explicative. Astfel, pentru a da un exemplu, teoria relativității s-a născut dintr-o dialectizare a fizicii newtoniene, la fel cum mecanica cuantică a dialectizat, între altele, conceptul de corpuscul elementar conceput ca particulă ce se supune legilor mecanicii tradiționale. O concepție este *dialectizabilă* dacă, în principiu, poate fi dialectizată, chiar dacă pentru moment nu există încă mijloacele spre a o face. O *dialectică* a unei anumite concepții *A* este un ansamblu organizat de considerații critice elaborate cu intenția de a-l dialectiza pe *A*. Nu există o dialectică a propozițiilor izolate; nu există nici o dialectică a lui «2 + 2 = 4», cu excepția cazului în care o astfel de dialectică ar fi o dialectică a unei concepții determinate referitoare la aritmetică. Singurele care se dialectizează sunt concepțiile, sistematizările raționale și teoriile[1].

II. Logică și matematică

Între logică și matematică există o legătură strânsă. Școlii logiciste îi revine meritul de a fi demonstrat că separarea logicii de matematică este arbitrară. Acest fapt a fost evidențiat în principal de Frege și Bertrand Russell; logicianul englez a mers chiar până la a afirma, împreună cu Whitehead, că în *Principia Mathematica* au ajuns, pornind de la principii unanim admise ca fiind logice, la teoreme al căror caracter matematic nu poate fi pus la îndoială. Dacă lăsăm de o parte chestiunile de detaliu, cum ar fi problema ridicată de axioma reductibilității, care nu invalidează asertiunile noastre, această ascensiune de la logică la matematică, fără soluție de continuitate, arată clar interconexiunile între logică și matematică. Situația este și mai frapantă dacă observăm că, într-un anumit sens, toate matematicile uzuale pot fi derivate din teoria mulțimilor, aceasta din urmă fiind întemeiată pe calculul predicatelor de ordinul întâi.

---

[1] O analiză detaliată a diferitelor accepțiuni ale termenului echivoc «dialectic», în special la autorii contemporani care se consacră filosofiei științei (Gonseth, Cavaillès, Lautman, Bachelard și Casanova, acesta din urmă adept al marxismului) poate fi găsită în: G. Bouligand și J. Desgranges, *Le déclin des absolus mathématico-formels*, Sedes, Paris, 1949.

Cu toate acestea, trebuie să fim prudenţi când facem afirmaţii precum cele din paragraful anterior. Astfel, ceea ce am spus nu implică faptul că matematica s-ar reduce pur şi simplu la logică, conform tezei logiciste primitive a lui Frege şi Russell. Conform formulării iniţiale (matematica *se reduce* la logică), teza logicistă este falsă, între altele, din următoarele motive:

1. După cum se ştie, pentru a da matematicii un fundament logic, Russell a avut nevoie de anumite axiome ale căror caracteristici logice sunt discutabile. De exemplu, axioma reductibilităţii, axioma infinitului şi axioma alegerii.

2. Anumite domenii ale matematicii, cum ar fi doctrinele intuiţioniste, nu ar fi reductibile la logică în concepţia sa uzuală.

3. Împrumutul sistematic de tehnici matematice în studiul problemelor logice, ca în cazul teoriei modelelor şi al logicii algebrice, conferă tezei logiciste o anumită ambiguitate.

Astfel, apropiind logica şi matematica, vrem doar să subliniem că ele sunt profund legate atât prin obiectivele lor, cât şi prin metodele lor. Pe scurt, ele constituie ştiinţele formale, în opoziţie cu ştiinţele realului ca fizica, biologia sau economia. Între ştiinţele formale şi ştiinţele realului există diferenţe esenţiale, nu atât de clar cum ar putea presupune raţionalismul tradiţional.

Apare totuşi o dificultate: în mod obişnuit, logica este definită ca ştiinţa a cărei finalitate principală constă în studiul inferenţelor valide. Pe de altă parte, nu pare oare puţin deplasat, măcar la prima vedere, să se susţină că disciplinele matematice, cum ar fi geometria şi analiza, sunt strâns legate de logica astfel concepută? În geometrie, de exemplu, ne servim de logică; cu toate acestea, există între ele diferenţe radicale: ele au finalităţi complet distincte.

Prima noastră sarcină, în cele ce urmează, va consta în a arăta că o astfel de dificultate reprezintă de fapt rezultatul unor concepţii simpliste din domeniile actuale ale logicii şi matematicii. Este vorba de pseudo-dificultăţi uşor de surmontat.

Logica actuală este mult mai mult decât doctrina inferenţelor valide. Nu încape nici o îndoială că temele logicii din zilele noastre au puţin sau deloc de-a face cu doctrina formelor de gândire. De exemplu, diferite subiecte aparţinând teoriei modelelor şi fundamentelor teoriei mulţimilor (teorema lui Lyndon despre structurile păstrate prin homomorfism, cercetările

asupra consistenţei şi independenţei ipotezei continuului...) nu se încadrează într-o concepţie a logicii care s-ar limita doar la studiul raţionamentului valid. Cert este faptul că logica, în faza actuală a evoluţiei sale, înglobează fără îndoială acest studiu, însă merge mult mai departe înglobând teme ce sunt departe de a avea legătură cu tipurile de inferenţe valide. În ele se regăsesc chestiuni de mare importanţă, unele efectiv legate de formele valide de raţionament, altele având origini diferite, de exemplu în legătură cu chestiuni de natură filosofică sau cu probleme de natură tipic matematică.

Pe de altă parte, matematica curentă a evoluat în aşa fel încât a devenit din ce în ce mai abstractă şi riguroasă, apropiindu-se astfel de logică. În plus, aşa cum am menţionat deja, logica a profitat din ce în ce mai mult de tehnicile matematice: teoria recursiei şi logica algebrică atestă acest lucru.

În fond, una din cauzele apropierii observate încă de la sfârşitul secolului trecut între logică şi matematică rezidă în folosirea fundamentală de către cele două a metodei axiomatice şi a formalizării. Chiar şi pentru matematicienii intuiţionişti, care apără teza că matematica şi logica nu sunt în principiu formalizabile, tehnicile axiomatico-formale au o importanţă capitală, cel puţin pentru a-şi formula mai bine poziţia şi a-şi preciza ideile.

III. Formalizarea

Metoda fundamentală de codificare şi de sistematizare a disciplinelor deductive (adică logico-matematice) este metoda axiomatică. Chiar şi în privinţa ştiinţelor realului, ea joacă un rol pertinent şi, ori de câte ori este posibil, se recurge la utilizarea ei. Datorită ei devin explicite presupoziţiile şi principiile pe care se întemeiază o disciplină dată, astfel încât să ne putem face o idee mai clară despre structura sa. Totuşi, este evident că un astfel de procedeu nu poate fi utilizat decât pentru disciplinele ce au atins deja un anumit grad de maturitate în urma unei evoluţii care, în anumite cazuri, trebuie să fie lentă. Aparent, în ştiinţele realului, în opoziţie cu ştiinţele deductive, axiomatizarea este întotdeauna ceva precar şi nu joacă un rol atât de fundamental.

Există două nivele ale axiomatizării: primar şi secundar. Sistematizarea unei discipline *A* se face la nivelul secundar, cel mai curent, după cum urmează: se aleg noţiunile determinate ale lui *A*, acceptate fără definiţie, noţiunile (sau simbolurile) primitive şi anumite propoziţii care leagă aceste noţiuni primitive ale lui *A* (şi, în anumite cazuri, noţiuni din alte ştiinţe

indispensabile fundamentării axiomatice a lui A), acceptate fără demonstraţie. A se reduce aşadar la ansamblul consecinţelor care, graţie legilor logice, pot fi deduse din propoziţiile primitive acceptate sau permite introducerea unor noi simboluri în A, prin definiţie, cu scopul principal de a scoate în evidenţă ideile importante sau de a simplifica expunerea). Evident, dacă axiomatizarea lui A depinde de alte discipline, de exemplu $A_1, A_2, \ldots, A_n$, nimic nu ne împiedică să axiomatizăm simultan $A_1, A_2, \ldots, A_n$, în aşa fel încât esenţialul, în axiomatizarea secundară, să rezide în a presupune o ştiinţă unică de bază – logica subiacentă.

La rândul său, axiomatizarea logicii nu poate fi secundară, adică nu poate presupune o altă ştiinţă. Sau, într-o formulare mai precisă: orice axiomatică a logicii, produsă în scopul de a o fundamenta, de a o caracteriza, trebuie să fie independentă faţă de celelalte discipline: ea trebuie să fie primară. Se produce aici ceva asemănător cu ceea se întâmplă în cazul definiţiei: nu se poate defini totul, există întotdeauna termeni acceptaţi fără definiţie, termenii primitivi (cele spuse de noi nu implică totuşi faptul că un studiu metateoretic al formulării axiomatice a logicii date ar fi imposibil). Astfel, în rezumat, caracterul primar al unei axiomatici oarecare a logicii ilustrează natura proprie a acestei ştiinţe. Ea trebuie să servească drept fundament pentru toate celelalte.

Rezultatul axiomatizării lui A este obţinerea unui sistem axiomatic S, A fiind una din «realizările» posibile ale acestuia. (Se ştie că sistemele axiomatice pot primi interpretările cele mai variate). În cele ce urmează ne vom limita, din raţiuni evidente, la axiomaticile primare.

O dată S elaborat, pasul următor într-o investigaţie a proprietăţilor sale caracteristice constă în formalizarea sa: se aleg nişte simboluri adecvate şi regulile de formare care dau combinaţiile simbolice ale lui S prevăzute cu sens, astfel încât regulile de inferenţă, care ne permit să obţinem noi aranjamente simbolice pornind de la altele, date, să fie enunţate în mod precis. S este deci convertit într-un fel de joc grafo-mecanic, construit din simboluri fixe şi cu ajutorul unor reguli bine definite.

În logică şi în matematică, rigoarea decurge din formalizare (sau din posibilitatea, în principiu, de formalizare): o deducţie sau demonstraţie determinată în A este riguroasă dacă se ştie, măcar teoretic, cum trebuie *formalizată*, i.e. reprodusă într-o formalizare potrivită a sistemului axiomatic S, care constituie un fel de imagine a lui A (evident, o teorie poate fi axiomatizată în diferite moduri distincte, ceea ce implică faptul că avem atunci şi diferite formalizări).

Axiomatizarea disciplinei sau teoriei A poate fi considerată întotdeauna primară: este suficient ca axiomatizând A să se axiomatizeze în

acelaşi timp disciplinele de care depinde *A*. În realitate, orice formalizare este o formalizare a unui sistem axiomatic primar. Produsul originar al formalizării, i.e. sistemul grafo-mecanic obţinut, este denumit *formalism* sau *sistem formal*.

Organizarea finală a oricărei teorii, logico-matematică sau a ştiinţelor realului, tinde să fie axiomatică. Este util să ştim care sunt principiile teoriei, ideile sale capitale etc., iar acestea devin clare prin analiza axiomatică. Datorită metodei axiomatice, raţiunea se obiectivează. Structurarea axiomatică a contextelor ştiinţifice devine din această cauză una din trăsăturile sale marcante; ele sunt, în principiu, ipotetico-deductive. Tendinţa de a utiliza metoda axiomatică, flagrantă în logică şi în matematică, apare tot mai puternică în ceea ce priveşte ştiinţele realului, atât la nivelul ştiinţelor naturii (fizică, biologie...), cât şi al ştiinţelor umane (psihologie, economie...). În ştiinţele realului, care depind toate de experienţă, trebuie să se recurgă la procedee inductive, cu toate acestea, reconstrucţia logică a ştiinţei este deductivă. Prin urmare, inducţia este mai ales o metodă de *descoperire*, în timp ce deducţia este o metodă de expunere şi de sistematizare.

Unul din simptomele înclinaţiei ştiinţelor actuale pentru sistematizarea deductivă este căutarea unor teorii unificatoare ce apar în diferite ramuri ale cunoaşterii. Astfel se întâmplă, de exemplu, cu tentativele de unificare într-o concepţie unică a unor forţe ale naturii aparent ireductibile cum sunt gravitatea şi forţele electromagnetice. Să nu uităm nici faptul că nu doar Euclid şi-a prezentat sistemul geometric conform canoanelor metodei axiomatice, ci şi numeroase alte opere ştiinţifice care şi-au marcat epoca, precum *Principia* a lui Newton şi *Mecanica analitică* a lui Lagrange au utilizat metoda axiomatică. Şi, pe lângă aceasta, una din celebrele probleme formulate de Hilbert în anul 1900, ca moştenire de la matematicienii secolului XIX, mai precis problema a şasea, se referă la chestiunea formulării unor axiomatici adecvate diferitelor discipline ale fizicii.

IV. Logică şi limbaj

Principiile logicii reflectă, într-un anumit mod, legile ce guvernează exerciţiul raţiunii. Nu există activitate logico-raţională fără vehiculul lingvistic. Raţionamente foarte simple, ca de exemplu anumite inferenţe imediate, pot fi efectuate fără a se recurge sistematic la instrumentele lingvistice. Totuşi, rezultatele desăvârşite şi finale ale raţiunii se materializează, aşa cum am văzut deja, în contexte lingvistice. Aşa stând lucrurile, legile logice sfârşesc prin a fi caracterizate cu ajutorul limbajului. Dacă

dorim să studiem principiile raţiunii reflectate de principiile logice, devine indispensabil să tratăm anumite aspecte fundamentale ale teoriei limbajului. De altfel, trebuie să insistăm asupra faptului că ştiinţa desăvârşită şi contextul lingvistic comunicat constituie un corpus lingvistic având o viaţă proprie; vedem aşadar pertinenţa unor consideraţii de ordin lingvistic pentru înţelegerea activităţii raţionale.

Dacă rezumăm afirmaţiile noastre, putem spune că legile raţiunii pot fi obţinute, în mare parte, prin analiza critică a contextelor expunerii ştiinţifice. Acestea se compun din sistematizări lingvistice prin care se comunică rezultatele cercetării ştiinţifice, fie în domeniul ştiinţelor formale, fie în acela al ştiinţelor realului. Contextele ştiinţifice îşi găsesc locul în diversele discipline ştiinţifice, împărţite şi distribuite în diferite ştiinţe, într-o epocă dată, în conformitate cu stadiul de dezvoltare al cunoştinţelor în respectiva epocă. Sistemul total al ştiinţelor C_t, într-un moment istoric determinat t, nu este mereu acelaşi, el depinzând de t. Evident, sistemele ştiinţifice din vremea lui Euclid, din Evul Mediu şi din epoca noastră apar ca fiind complet distincte. Cu toate acestea, diferitele sisteme C_t prezintă la prima vedere o infrastructură constituită de ordinea logicii subiacente, mai mult sau mai puţin imperfectă, dar întotdeauna existentă; de fapt, indiferent de epocă, contextele, teoriile şi disciplinele ştiinţifice formează o înlănţuire logică de noţiuni şi propoziţii. În mod ideal, pentru orice valoare a lui t, C_t constă într-un edificiu lingvistic, în sens larg.

Grosso modo, un limbaj L este un ansamblu de semne (sau de simboluri) utilizate în mod sistematic şi organic. În L simbolurile denotă direct obiecte sau contribuie indirect la formarea unor structuri simbolice care le denotă. În afară de aceasta, având în vedere semnificaţia acestor simboluri şi aranjamente simbolice, anumite inferenţe în L sunt licite.

Pentru a facilita expunerea, deşi nu este indispensabil, vom presupune că L este un limbaj compus din simboluri scrise (în opoziţie, de exemplu, cu limbajele vorbite).

Atragem atenţia, în primul rând, asupra structurii pur simbolice a lui L sau, altfel spus, asupra sintaxei sale, pe care o vom desemna prin L_f. În fond, sintaxa lui L nu este nimic altceva decât formalismul pe care putem, măcar în principiul să i-l asociem. Aspectul sintactic, formal, al limbajului matematic este atât de important încât există gânditori, de pildă unii formalişti, care identifică ştiinţa lui Gauss cu un simplu studiu al formalismelor: conţinutul teoriilor matematice nu l-ar interesa în mod fundamental pe matematician, ci mai degrabă doar pe acela care le aplică. Matematicianul şi logicianul, ca atare, s-ar limita să trateze despre sintaxa teoriilor, discutând chestiuni formale cu caracter pertinent (o concepţie analoagă era aceea a lui Carnap în operele sale de început).

La urma urmei, un limbaj se referă la obiecte şi situaţii: unele dintre simbolurile sale denotă entităţi determinate, iar enunţurile sale sunt legate de fapte. Dacă ne limităm la aspectul sintactic al lui *L*, nu putem trata despre noţiuni precum: conceptele de adevăr, de denotaţie, de sens şi altele asemănătoare. Pe scurt, aşa cum au evidenţiat în special Carnap şi Tarski, trebuie avută în vedere şi dimensiunea *semantică* a limbajului. În semantică ne interesează interrelaţiile existente între limbaje şi obiecte şi situaţiile la care se referă.

Astfel, în privinţa lui *L*, pe lângă dimensiunea sintactică trebuie luată în discuţie şi dimensiunea sa semantică, L_s. În mod evident, pentru studierea lui L_s devine indispensabilă cunoaşterea structurii formale a lui *L*, i.e. L_f. Deci, într-un anumit sens, L_s îl înglobează pe L_f cu alte cuvinte, investigaţia semantică a lui *L* presupune studiul său sintactic.

Sintaxa şi semantica sunt deci disciplinele care se referă la dimensiunile sintactice şi, respectiv, semantice ale limbajelor.

Morris a observat că un limbaj, să spunem limbajul nostru *L*, nu are ca dimensiuni demne de luat în seamă din punct de vedere teoretic doar dimensiunile sale sintactică, L_f şi semantică, *Ls*. În semioză, i.e. în folosirea semnelor, se află în joc nu numai semnele, obiectele şi situaţiile pe care le desemnează, ci şi persoanele care le utilizează. Doar prin abstracţie putem studia L_f şi L_s în legătură cu un limbaj, de exemplu limbajul geometriei euclidiene obţinute. Deoarece limbajele sunt creaţii ale oamenilor, există chestiuni pertinente ce nu se încadrează nici în sintaxă, nici în semantică, cum ar fi anumite aspecte psihologice sau sociologice legate de semioză. Decurge de aici că pentru a face posibilă analiza completă a semiozei se impune introducerea unei noi dimensiuni în cercetarea limbajului: dimensiunea pragmatică, referitoare la utilizarea semnelor în totalitatea problematicii sale pozitive. Există deci o altă dimensiune a limbajului ce le înglobează pe primele două: dimensiunea pragmatică pe care, în cazul lui *L*, o vom reprezenta prin L_p. Pragmatica este disciplina care tratează despre dimensiunea pragmatică a limbajului.

Morris a sugerat totodată că ştiinţa limbajului se numeşte semiotică. În rezumat, semiotica se împarte în sintaxă, semantică şi pragmatică.

Dintr-un alt punct de vedere, semiotica se împarte în semiotică pură şi semiotică aplicată.

Finalitatea semioticii pure constă în studiul limbajelor ideale, construite axiomatic. Exemple tipice ale unor astfel de limbaje sunt teoriile ordinare ale matematicii şi ale logicii puternic axiomatizate: teoriile mulţimilor ale lui Neumann–Bernays–Gödel şi Zermelo–Fraenkel, diferitele axiomatici ale calculului predicatelor de prim ordin şi aritmetica lui Peano. În toate aceste cazuri, limbajele avute în vedere nu sunt direct legate de experienţa sensibilă.

Dimpotrivă, în semantica aplicată se studiază limbajele ordinare pentru a căror elaborare şi dezvoltare experienţa este absolut indispensabilă: ele nu pot fi studiate decât cu condiţia de a nu fi separate de nivelul empiric. Limbajele din această categorie sunt limbajele comune, ca româna* şi franceza, precum şi teoriile şi disciplinele realului. În acest caz, este clar că experienţa constituie un factor fundamental ce nu poate fi ignorat, aşa cum se întâmplă în cazul limbajelor ideale ale semioticii pure.

Distincţia dintre semiotica pură şi semiotica aplicată este analoagă celei dintre geometria pură, matematică şi geometria fizică, a spaţiului (sau a spaţiului-timp) real.

Atât în semantica pură cât şi în semantica aplicată analiza unui limbaj L se face cu ajutorul unui alt limbaj, L_M. Primul se numeşte limbaj obiect iar cel de al doilea, metalimbaj. Este bine să observăm că diferenţa dintre limbaj şi metalimbaj este relativă. Astfel, de exemplu, L_M poate fi studiat cu ajutorul unui alt limbaj, L'_M; în această situaţie, L_M devine limbajul obiect şi L'_M, metalimbajul. Distincţia atentă între limbaj şi metalimbaj este necesară deoarece, aşa cum a evidenţiat mai ales Tarski, dacă nu se procedează astfel, pot apărea adesea dificultăţi. Vom insista însă asupra faptului că această necesitate nu este absolută: nimic nu ne împiedică să facem analiza critică a unor expresii ale limbajului comun, ca «valoare», «adevăr analitic» şi «sens», graţie propriilor sale resurse. De altfel, una din trăsăturile marcante ale analizei critice constă în faptul că ea poate nesocoti în repetate rânduri ierarhia nivelurilor lingvistice, pertinentă în esenţă pentru chestiunile de semiotică pură.

Cititorului neavizat i s-ar putea părea că pragmatica este importantă pentru semiotica aplicată şi nu pentru semiotica pură. Criteriile pragmatice sunt fără îndoială foarte pertinente pentru înţelegerea limbajelor naturale şi a limbajelor ştiinţelor realului. Dimpotrivă, în cazul limbajelor ideale, abstracte şi, până la un anumit punct, a limbajelor arbitrare ale semioticii pure, lucrurile nu stau la fel: cu adevărat importante sunt aici caracteristicile sintactice şi semantice.

În realitate, deşi în general neexplicitat, acest mod de a vedea este subiacent majorităţii concepţiilor logicii şi matematicii. În câmpul fundamentelor ştiinţelor formale nu există cercetări de pragmatică efectuate sistematic, în sânul semioticii. În general, autorii, în principal cei de formaţie matematică, insistă asupra nivelurilor sintactic şi semantic ale

* În original portugheza (N.T.).

teoriilor formale, fără a lua în considerare sau lăsând pe planul al doilea nivelul pragmatic. După unii, partea sintactică este suficientă pentru a explica și justifica natura științelor logico-matematice, cum se întâmplă, de exemplu, în cazul anumitor formaliști, mai ales în acela al lui Curry și al școlii lui Bourbaki. Alți autori cred că nivelul semantic este nivelul fundamental. Cu toate acestea, credem că cele trei niveluri – sintactic, semantic și pragmatic – sunt esențiale pentru înțelegerea perfectă a stadiului actual al disciplinelor logico-matematice.

Nu vom insista aici asupra pertinenței problemelor sintactice și semantice pentru cercetarea noastră. Vom cita doar câteva fapte notorii care susțin această aserțiune: analiza unei teorii deductive prevăzute cu un anumit formalism este esențială, de exemplu pentru a trata probleme cum ar fi consistența simplă și rolul regulilor sale de inferență; într-un mod identic, noțiunile de validitate, de adevăr și de interpretare, așa cum foarte bine a arătat Tarski, constituie concepte semantice de care trebuie să ținem seama dacă vrem să avem o idee precisă cu privire la fundamentele teoriilor deductive tradiționale.

Este însă necesar să insistăm, dimpotrivă, asupra imposibilității de a ne lipsi de pragmatică atunci când este vorba de probleme ce țin de epistemologia științelor formale, ceea ce vom face în secțiunea următoare.

Pentru a pune capăt reflecțiilor anterioare asupra logicii și limbajului, vom face câteva observații privind sistemul științelor simbolizat prin C_t. Am semnalat deja una din trăsăturile marcante ale lui C_t, și anume faptul că el este o funcție a timpului. Aceasta este valabil în special pentru disciplinele formale ce fac parte din C_t, dar a căror evoluție este mai puțin vizibilă decât cea a științelor naturale și a științelor omului. Se știe, de exemplu, că, în viziunea lui Kant, logica, în sistematizarea sa aristotelică, era o știință desăvârșită și perfectă. Iar această opinie a lui Kant exprima părerea cvasi unanimă a specialiștilor. Totuși, este suficient să comparăm un manual de logică de tip tradițional cu un manual contemporan ce include cuceririle din ultima sută de ani, pentru a nu mai putea pune la îndoială transformarea suferită în secolele al XIX-lea și al XX-lea de știința creată de Stagirit. Faptul că logica nu a variat practic în decursul a două mii de ani se datorează unor factori culturali, în mare parte exteriori logicii, derivați din contingențele istoriei sale. Așa cum totul o indică, logica va continua să se modifice și nu putem garanta, nici afirma, fără ajutorul unor concepții speculative, că ea va ajunge să se cristalizeze, atingând o stare de perfecțiune totală, nici că un astfel de stadiu există.

Referitor la matematică, Wilder[2] a făcut nişte comentarii ciudate. Wilder reaminteşte că prima istorie a matematicii existentă este cea a lui J.E. Montuela, apărută în anul 1758. În istoria sa, Montuela tratează probleme «pure şi abstracte», dar şi altele «fizice şi matematice»; printre temele tratate se află geometria, mecanica, optica, astronomia, astrologia, navigaţia şi muzica. Dacă se compară conţinutul lucrării lui Montuela cu acela al unei istorii recente a matematicii, de exemplu cea a lui Boyer[3], se constată lesne că s-a produs o transformare considerabilă atât în structura logică, cât şi în conţinutul matematicii; de exemplu, astrologia şi muzica nu mai aparţin domeniului matematicii, fie aceasta matematică pură sau aplicată. Wilder însuşi observă că nici una din istoriile matematicii apărute înainte de anul 1900 nu menţionează logica simbolică. În istoriile recente, dimpotrivă, lucrurile stau cu totul altfel, din moment ce această disciplină este întotdeauna luată în considerare.

V. Aspectele pragmatice ale logicii[4]

După intuiţionişti, în frunte cu Brouwer, matematica tradiţională trebuie complet reformată. Mai exact, devine necesar ca ea să fie abandonată şi să se construiască o alta, nouă.

Matematica este opera matematicienilor şi a exista, în matematică, nu înseamnă nimic altceva decât a fi construit de mintea noastră. Pornind de la o intuiţie fundamentală ce reaminteşte de intuiţia temporală a lui Kant, matematicianul elaborează *conceptul de unitate* şi, constructiv, restul matematicii, în special numerele naturale 1, 2, 3... Acestea nu există ca o totalitate dată, ci ca o totalitate potenţială, *in fieri*. Deoarece majoritatea noţiunilor uzuale ale matematicii nu au un conţinut constructiv, ele trebuie abandonate, căci, în fond, pentru intuiţionişti, sunt lipsite de sens.

Pe de altă parte, logica nu preexistă matematicii şi, tocmai din această cauză, nu îi poate servi drept fundament. Dimpotrivă, contrariul este cel adevărat: logica nu este altceva decât codificarea regularităţilor ce pot fi

[2] R.L. Wilder, *Introduction in the Foundations of Mathematics*. John Wiley, New York, 1960.

[3] C.B. Boyer, *A History of Mathematics*, John Wiley, New York, 1968.

[4] De acum înainte vom folosi adjectivul «pragmatic» doar cu semnificaţia sa semiotică. Atunci când ne vom referi, nu prea frecvent, la doctrina lui W. James şi a continuatorilor săi, vom folosi adjectivul «pragmatist».

constatate în exerciţiul activităţii constructive a matematicianului. Logica este legată în principal de limbaj şi de etnografie, în timp ce matematica reprezintă, în opinia lui Brouwer, o activitate care nu depinde de limbaj. Ea serveşte doar ca instrument de comunicare a adevărurilor construite de matematician.

Dacă ne ocupăm de sistematizarea regularităţilor ce se ivesc în activitatea constructivă desfăşurată de matematicieni, verificăm faptul că noţiunile de conjuncţie, negaţie, cuantificare etc., astfel obţinute, diferă mult de noţiunile corespunzătoare din logica tradiţională. De exemplu, după cum se ştie, principiul terţului exclus nu este valid în logica intuiţionistă.

Nu vom critica aici gândirea intuiţionistă. Ceea ce ne interesează este să scoatem în evidenţă că, din punct de vedere al fundamentelor disciplinelor formale, intuiţionismul introduce criterii de ordin pragmatic. Vrem să spunem prin aceasta că, pentru intuiţionist, matematica nu este independentă de matematician: după brouwieni, nu vom putea înţelege niciodată semnificaţia disciplinelor formale dacă ne mărginim la aspectele lor sintactice şi semantice. Nivelul pragmatic apare aici ca fiind esenţial; fie că vrem să apărăm sau să respingem intuiţionismul, trebuie să recurgem la ideile pragmatice.

Vom menţiona o altă problemă legată de fundamentele ştiinţelor formale şi care, după opinia noastră, necesită o abordare pragmatică: este vorba de vechea polemică cu privire la axioma alegerii.

În 1905, Zermelo a introdus o nouă axiomă în teoria mulţimilor, axioma alegerii (care fusese deja aplicată anterior în mod implicit; primele menţiuni explicite ale acestei axiome se regăsesc la Peano, care o considera ilegitimă, şi la Beppo Levi, la sfârşitul secolului trecut), pentru a demonstra teorema numită a bunei ordonări bune. Apoi, în 1908, Zermelo însuşi, prezentând prima axiomatică a teoriei lui Cantor, a folosit axioma în cauză ca un postulat fundamental.

Enunţul axiomei alegerii este următorul: fie K o mulţime nevidă, ale cărei elemente sunt mulţimi nevide, neavând nici un element în comun; există atunci cel puţin o mulţime K' care conţine câte un singur element din fiecare dintre mulţimile ce îi aparţin lui K. (Cazul important este acela în care mulţimea K este infinită. Dacă K este infinită, existenţa lui K' poate fi dovedită pornind de la celelalte axiome ale lui Zermelo).

Există o diferenţă esenţială între axioma alegerii şi celelalte axiome ale teoriei mulţimilor, care ne asigură că anumite totalităţi constituie mulţimi. Cu aceste axiome, mulţimea a cărei existenţă postulată este determinată, este într-o oarecare măsură definită. Astfel, de exemplu, axioma mulţimii părţilor ne garantează, dată fiind o mulţime X, că există o mulţime

$P(X)$ căreia i se dovedeşte unicitatea şi ale cărei elemente sunt toate submulţimile lui *X*. Or, în cazul axiomei alegerii, lucrurile nu se petrec în acelaşi mod: dată fiind mulţimea *K* care se supune condiţiilor enunţate mai sus, mulţimea K', a cărei existenţă este postulată de axioma alegerii, nu este determinată şi definită în mod univoc.

Pentru matematicieni ca, de exemplu, Borel, Baire, Lebesgue şi Lusin, axioma alegerii nu este în general validă. Pentru aceşti matematicieni, calificaţi îndeobşte drept *semi– intuiţionişti* sau *empirişti*, o mulţime există atunci când poate fi definită, descrisă. Cu alte cuvinte, în teoria mulţimilor şi în matematică, în general, nu se pot accepta ca existente decât clasele pe care matematicianul le poate descrie, defini, oferind un criteriu explicit care să ne permită să verificăm, cel puţin în principiu, dacă o entitate matematică oarecare aparţine sau nu mulţimii respective. O dată mai mult ne aflăm în prezenţa unor fenomene de natură pragmatică: în fond, este vorba de a şti ce anume matematicianul *poate* sau *nu* defini ori descrie.

În 1940, Gödel a demonstrat că dacă celelalte axiome ale teoriei uzuale a mulţimilor sunt consistente, atunci sistemul obţinut prin adăugarea axiomei alegerii este de asemenea consistent. Privit superficial, rezultatul lui Gödel pare a fi rezolvat polemica. Dificultatea este însă mult mai profundă: demonstraţia lui Gödel nu face efective utilizările axiomei alegerii, i.e. nu permite definirea sau descrierea mulţimii K', aşa cum o cer semiintuiţioniştii. Din punctul nostru de vedere, aceasta înseamnă că un rezultat sintactic, de genul celui al lui Gödel, nu rezolvă o problemă cu caracter pragmatic.

Studiul pragmatic al unui limbaj sau al unei teorii cuprinde factori sintactici, semantici, psihologici, sociologici şi istorico-genealogici. Totuşi, se uită în general că simbolurile sunt obiecte complexe, aşa cum ne învaţă semiotica din zilele noastre. Pentru a confirma ceea ce am afirmat şi pentru a analiza un ultim exemplu de tip logico-formal a cărui înţelegere corectă necesită luarea în considerare a noţiunilor pragmatice, vom examina ideea de negaţie.

În manualele de logică, negaţia este în mod normal introdusă printr-un tabel de adevăr. Dacă *p* reprezintă o propoziţie iar $\neg p$ negaţia sa, avem:

p	$\neg p$
V	F
F	V

(1)

unde *V* şi *F* sunt abrevierile pentru *vrai* (adevărat) şi *faux* (fals).

În rezumat: p este adevărat dacă şi numai dacă $\neg p$ este fals; p este fals dacă şi numai dacă $\neg p$ este adevărat.

O astfel de procedură este totuşi insuficientă. În primul rând, tabla (1) nu caracterizează perfect negaţia; (1) etalează semnificaţia semantică a lui $\neg$, numai atunci când este aplicată unor propoziţii sau, mai exact, unor enunţuri (enunţurile sunt combinaţii de simboluri care exprimă propoziţii), dar nu dă seama de celelalte utilizări esenţiale ale lui $\neg$. De pildă, dacă avem o expresie ca «x este muritor», (1) nu conferă prin ea însăşi o semnificaţie expresiei «$\neg$(x este muritor)». Tehnic vorbind, negaţia clasică nu poate fi definită riguros decât datorită definiţiei adevărului a lui Tarski, care reprezintă o procedură semantică, ori cu ajutorul unui sistem adecvat de axiome şi de reguli de inferenţă, ceea ce constituie o metodă sintactică.

Independent de abordările sintactică şi semantică, să vedem ce înseamnă negaţia din punct de vedere pragmatic.

Pentru enunţuri simple, ca

Acest trandafir este roşu, (2)

ştim ce înseamnă negaţia.

Astfel,

Acest trandafir nu este roşu, (3)

care reprezintă negaţia lui (2), înseamnă pur şi simplu că (2) est *fals*, i.e., că dacă efectuăm o anumită experienţă, şi anume aceea de a observa trandafirul în cauză, vom avea un gen de senzaţie determinată. În cazul enunţurilor similare cu (2), care exprimă fapte observabile şi simple, sensul negaţiei şi al conceptelor de adevăr şi de falsitate poate fi clarificat datorită anumitor factori pragmatici. Atitudinea naivă serveşte aici drept punct de plecare pentru alte atitudini mai sofisticate. (Trebuie să notăm în trecere că tentativa neopozitiviştilor de a defini sensul unui enunţ ca fiind metoda sa de verificare, şi alte interpretări analoage, constă de fapt în abandonarea dimensiunilor sintactice şi semantice ale limbajului, cu ajutorul unor criterii pragmatice).

Dacă avem în vedere enunţuri de o mai mare complexitate, ca de exemplu:

Orice om este muritor (4)

şi

Oricare ar fi lungimea lui x, există un y mai lung (4′)

lucrurile se complică. De fapt, enunţurile generale implică o anumită *idealizare* a situaţiilor precum cea exprimată de (2) şi folosirea intuitivă a simbolurilor logice. Treptat, conceptele de adevăr, falsitate şi negaţie etc., se idealizează şi se ajunge la definiţii ca aceea a lui Tarski sau la sisteme axiomatice care, într-un anumit sens, constituie o extensie *schematică* şi *idealizată* a conceptelor logice, în special a celui de negaţie.

Procesul de idealizare constă în următoarele: negaţia are un conţinut intuitiv, clar şi simplu, referitor la enunţuri ca (2); totuşi, acest conţinut nu determină în întregime folosirea negaţiei în orice context, mai ales în cele care pun în joc propoziţii generale de genul lui (4) şi (4′) sau în altele mai complexe. În consecinţă, conţinutul primitiv şi iniţial al negaţiei este amplificat şi completat, astfel încât să se obţină, de exemplu, negarea logicii tradiţionale.

Nu încape nici o îndoială că amplificarea nucleului iniţial al negaţiei, a cărui natură pragmatică este evidentă, nu predetermină, în mod absolut, concepţia clasică despre negaţie. În realitatea, aceasta din urmă îşi are originea, înainte de toate, într-o poziţie platonică în logică şi în matematică, şi pare a fi clar că proprietăţile pragmatice, întemeiate pe uzul comun al negaţiei, nu pot legitima o amplificare cu caracter pur platonic. În matematică, de exemplu, o concepţie până la un anumit punct naturală şi antiplatonică, duce la negaţia lui Brouwer, codificată în logica intuiţionistă.

Este interesant să facem câteva comentarii în legătură cu negaţia. Dacă în teoria naivă a mulţimilor se introduce mulţimea lui Russell:

$$R = \{x : x \notin x\}$$

i.e. mulţimea tuturor mulţimilor care nu îşi aparţin lor înselor, se ajunge la o contradicţie:

$$R \in R \wedge R \notin R \qquad (5)$$

Trebuie, deci, negată existenţa lui *R*, deoarece, în caz contrar, ajungem la un paradox.

Din punct de vedere al logicii matematice, această consecinţă se impune cu necesitate. Într-adevăr, oricare ar fi propoziţiile p şi q, formula:

$$(p \wedge \neg p) \rightarrow q \qquad (6)$$

este o teză a calculului propoziţional clasic. Astfel, prin regula lui *modus ponens*, rezultă că dacă se admite că mulţimea lui Russell există, orice propoziţie a teoriei este o teoremă.

Cu toate acestea, mulțimea lui Russell își are originea în aplicarea unui principiu care, din punct de vedere al poziției platonice subiacente teoriei mulțimilor, pare evident. Acest principiu, numit principiul comprehensiunii sau al separării, este următorul:

> Orice proprietate P determină o mulțime formată din obiectele care posedă proprietatea P și numai din ele (7)

De fapt, (7) este incompatibil cu logica elementară clasică. În teoriile axiomatice (clasice) ale mulțimilor se introduc restricții la (7) pentru ca să nu poată fi derivate paradoxuri precum cel al lui Russell.

Restricțiile clasice impuse lui (7) pot fi suprimate, astfel încât, de exemplu, mulțimea *R* să poată exista; pentru aceasta este suficient să se utilizeze o logică distinctă de logica clasică. În mod general, este posibil să se elaboreze teorii inconsistente ale mulțimilor, în care prezența contradicțiilor să nu atragă după sine posibilitatea ca toate formulele lor să fie demonstrabile.

După cum se știe, o teorie *T* este numită inconsistentă dacă, pornind de la ea, se pot demonstra o formulă *F* și negația sa $\neg F$. Teoria *T* se numește trivială dacă toate formele sale sunt demonstrabile. Evident, teoriile triviale nu prezintă nici un interes în mod direct; la fel, este clar că dacă logica lui *T* este clasică, *T* este inconsistentă dacă și numai dacă *T* este trivială. Important este totuși faptul că, grație unor sisteme logice adecvate, se pot construi teorii inconsistente și non-triviale (vezi Anexa 1).

Extrem de interesante sunt teoriile inconsistente ale mulțimilor care cuprind și mulțimea lui Russell și nu sunt triviale. Se poate susține că, în astfel de sisteme, negația nu este cu adevărat negație. În realitate, nu ar exista decât o negație propriu-zisă – negația clasică; nici chiar negația intuiționistă nu ar fi o negație. Cu toate acestea, o argumentație de acest tip este pur verbală. Este același lucru cu a afirma că în geometriile neeuclidiene nu sunt cu adevărat drepte, că nu există decât un singur fel de dreaptă, dreapta euclidiană.

Astfel, din punct de vedere pragmatic, sensul negației este mai mult sau mai puțin determinat în câmpul enunțurilor cu caracter elementar, care se referă la fapte observabile și simple. Pornind de la un astfel de nucleu pragmatic, intuitiv, se pot idealiza diferite feluri de negație ale căror proprietăți sunt sintetizate și sistematizate în sisteme formale bine definite sintactic și având proprietăți semantice interesante și rezonabile. De ce să nu acceptăm atunci aceste negații drept «prelungiri» ale negației intuitive și primitive ce conduce la relativizarea conceptului de negație? Acest fapt

poate fi contestat afirmându-se de exemplu că negaţia clasică este mai naturală, mai simplă sau că are proprietăţi mai interesante. Totuşi, un astfel de raţionament nu ni se pare convingător: există diferite moduri alternative de a *idealiza* negaţiile, fapt ce rezultă din existenţa diferitelor sisteme logice distincte între ele şi care au numeroase aplicaţii, cum vom vedea mai departe. În toate cazurile, pertinenţa consideraţiilor pragmatice pare evidentă pentru elucidarea ideii de negaţia şi, în general, pentru clarificarea problemelor logice.

Mai mult, există probleme pragmatice de ordin tehnic. Astfel, de exemplu, teza lui Church care delimitează ansamblul funcţiilor calculabile identificându-le pe acestea din urmă cu funcţiile recursive, se încadrează în rândul problemelor pragmaticii. În realitate, teza logicianului nord-american tratează şi încearcă să precizeze ceea ce matematicianul, ca fiinţă alcătuiră din carne şi oase, poate în principiu realiza algoritmic.

Este deci evident că pragmatica este pertinentă pentru studiul fundamentelor logicii şi ale matematicii.

În sfârşit, trebuie să punem accentul pe faptul că metodele axiomatico-formale pot fi folosite pentru elaborarea sistemelor pragmatice într-un mod analog celui folosit la nivelurile sintactic şi semantic ale limbajului.

VI. Raţiune şi limbaj

Am văzut deja că procesele raţionale sunt strâns legate de limbaj. În afară de aceasta, unul din motivele aflate la originea simbolizării logicii rezidă în faptul că expedientele ordinare ale limbajelor naturale nu îi sunt suficiente raţiunii pentru a-şi putea exercita funcţia în mod riguros şi adecvat. Se ştie de pildă că teza aristotelică conform căreia orice propoziţie este alcătuită întotdeauna din subiect, predicat şi copulă, s-a născut din confuzia provocată de lipsa de precizie a limbajului natural.

Un limbaj artificial şi simbolic cum este acela al logicii din zilele noastre şi, într-o mai mică măsură, acela al matematicii actuale, înlătură în mare parte dificultăţile menţionate. Dar simbolismul şi formalismul au un alt avantaj: gândirea discursivă se dezvoltă adesea comod atunci când se lasă deoparte semnificaţia simbolurilor şi se operează formal. Când se efectuează un calcul, de exemplu produsul a două numere foarte mari, formalismul aritmeticii elementare ne învaţă cum să procedăm fără a ţine seama de semnificaţia simbolurilor, procedând mecanic. Acelaşi lucru se produce în

logică: în anumite raționamente deductive, formalismul logic oferă mijloacele pentru dezvoltarea grafomecanică fără a fi necesară o reflecție asupra conținutului simbolurilor. Deci, într-un anumit sens, formalismul permite o economie de gândire.

Cu toate acestea, avantajul major al formalismului este acela că, datorită lui, rațiunea poate efectua procesul de idealizare la care ne-am referit mai înainte, extinzând nucleul primitiv al noțiunilor logice (și matematice). Fără formalism, i.e. fără un limbaj simbolic adecvat, acest lucru nu s-ar putea produce.

Se cade să discutăm aici una din consecințele importante ale avantajului despre care am vorbit. Este vorba de următoarele: în general, procesul de idealizare a rațiunii conduce la concepte extrem de abstracte și greu de manipulat, ceea ce face ca inferențele și studiul acestor concepte să fie foarte dificile. Or, prin procesele lingvistico – formale se poate proceda, așa cum au remarcat Whitehead și Russell, orbește, ceea ce simplifică munca. Acest lucru se întâmplă tocmai atunci când se construiesc noi edificii logice ale căror legi nu sunt complet familiare și clare.

În rezumat, fără limbaj și mai ales fără simbolism și formalism, nu există rațiune; sau, cel puțin, aceasta nu-și poate exercita pe deplin funcția.

Rațiunea se folosește în activitatea sa de categorii generale ce aparțin în principal limbajului. Pentru a prezenta unele dintre ele, vom defini noțiunea de gen sintactic, descriind în cele ce urmează o clasă de limbaje care au o mare putere expresivă și în care se poate elabora orice teorie științifică obișnuită, precum și fragmente importante ale limbajului natural. Vom scoate apoi în evidență locul categoriilor în genurile sintactice.

O mulțime de simboluri este numită numărabilă dacă este finită sau echipotentă cu mulțimea numerelor întregi naturale $0, 1, 2, 3, \dots$.

Limbajele scrise avute aici în vedere sunt compuse dintr-o colecție numărabilă (și nu vidă) de simboluri numite simboluri primitive. Dacă se dă un limbaj, să zicem $\mathcal{L}$, un șir oarecare de ocurențe ale simbolurilor primitive ale lui $\mathcal{L}$ se numește expresia lui $\mathcal{L}$. În mod special, o ocurență a unui simbol primitiv dat al lui $\mathcal{L}$ este o expresie a acestui limbaj.

$\mathcal{L}$ conține reguli de formare care determină o subclasă a expresiilor sale, ale cărei elemente sunt calificate drept expresii bine formate (sau expresii cu sens). Acestea din urmă trebuie împărțite în clase, numite genurile sintactice ale lui $\mathcal{L}$; mulțimea acestor genuri trebuie să fie numărabilă. Genurile sintactice ale lui $\mathcal{L}$ sunt denotate de entități naturale (sau de alte artificii, ca de exemplu semne metalingvistice adecvate).

Expresiile bine formate ale lui £ se formează scriind o expresie *s* şi, la dreapta ei, *n* expresii bine formate $E_1, E_2, ..., E_n$. Numărul *n* (gradul lui *s*) şi genurile lui $E_1, E_2, ..., E_n$ depind de genul *k* al lui *s*, ceea ce regulile de formare lasă să se vadă cu claritate. Decurge de aici că genul *k* al lui *s* poate fi reprezentat mai explicit după cum urmează: $< e_1, e_2, ..., e_n; k >$, unde $e_1, e_2, ..., e_n$ sunt respectiv genurile lui E_1, $E_2 ... E_n$, Dat fiind genul *k* al lui *s*, trebuie determinate *n* şi genurile $e_1, e_2, ..., e_n$. În anumite cazuri, e_i, $0 \leq i \leq n$, poate fi o mulţime de genuri, altfel spus, a *i*-a poziţie urmând o ocurenţă a lui *s* poate fi ocupată de expresii de diverse genuri.

Acest lucru odată stabilit, genurile sintactice ale simbolurilor primitive ale lui $\mathcal{L}$ trebuie să satisfacă următoarea condiţie de conformitate: dacă *E* este o expresie bine formată a lui $\mathcal{L}$ de gen *k*, iar *m* şi *m'* sunt simboluri primitive ale aceluiaşi gen, atunci, dacă se substituie o ocurenţa a lui *m'* unei ocurenţe a lui *m* în *E*, expresia rezultată este tot o expresie bine formată de gen *k*.

Aşa cum se va vedea mai departe, o condiţie de conformitate analoagă cu precedenta, cu anumite restricţii, este valabilă şi pentru genurile sintactice în general.

În construirea expresiilor bine formate pornind de la altele mai simple, există unele limitări cu privire la felurile acestora din urmă, dacă astfel de limitări nu sunt respectate, expresia rezultată nu este bine formată (sau nu are un sens sintactic).

De nenumărate ori, pentru a facilita lectura expresiilor bine formate, ca de exemplu o expresie având forma sE_1E_2, se scrie E_1sE_2; atunci devine indispensabil să se folosească simboluri auxiliare, cum ar fi parantezele, căci o expresie ca $E_1sE_2sE_3$ poate fi citită ca $(E_1sE_2)sE_3$ sau ca $E_1s(E_2sE_3)$. La fel de normal se scrie $s(E_1, E_2)$ în loc de sE_1E_2; se foloseşte atunci virgula ca nou simbol auxiliar.

Genurile sintactice ale simbolurilor primitive ale lui £ trebuie să fie disjuncte, dar în general nu este cazul genurilor expresiilor bine formate. Cu toate acestea, este important ca într-un limbaj corect elaborat din punct de vedere sintactic, expresiile bine formate să posede genuri fixe şi condiţia de conformitate să fie respectată. Ambiguităţile limbajelor compuse din cuvinte obişnuite, ca româna, rezultă în principal din faptul că genurile sintactice ale expresiilor nu sunt riguros definite. Astfel, de exemplu, să examinăm în trecere cuvântul «este»: el poate apărea ca *functor binar* (Petru este bun) sau ca *operator existenţial* (Dumnezeu este) ori să conţină o structură sintactică complicată (Orice om este muritor), fără a mai vorbi de multe alte utilizări.

Este clar că toate utilizările cuvântului în cauză nu fac parte spontan din același gen sintactic; de fapt, teoria genurilor sintactice reprezintă reformularea exactă a clasificării gramaticale a cuvintelor (în substantiv, adjectiv, verb etc.). De altfel, condiția de conformitate constituie contrapartea sintactică a postulatului conform căruia simbolurile trebuie să aibă sensuri determinate în contextele raționale. Fără această condiție, contextele sunt lipsite în ultimă instanță de precizie și de obiectivitate. Evident, conformitatea este un ideal care nu poate fi pe deplin satisfăcut în fapt.

Pentru a clarifica mai bine teoria genurilor sintactice, care a luat naștere datorită lucrărilor lui Husserl și a fost dezvoltată de Ajdukiewicz și Lesniewski, vom descrie o clasă de limbaje foarte puternice, indicându-le genurile sintactice.

Vom reprezenta prin *T* un limbaj nedeterminat din clasa pe care o vom aborda. Este lesne de observat că *T* constituie o versiune întărită a teoriei simple a tipurilor propusă de Chwistek și Ramsey ca variantă a teoriei ramificate a tipurilor lui Russell.

Definiția tipului:

1. *i* și *p* sunt tipuri;

2. dacă $t_1, t_2, ..., t_n$, $n \geq 1$, sunt tipuri, atunci un *n* - tuplu $< t_1, t_2, ..., t_n >$ este un tip;

3. nu există alte tipuri decât cele formate prin clauzele 1 și 2. Mulțimea tipurilor va fi denotată prin II. (*i* este tipul *indivizilor*, iar *p* acela al *propozițiilor*).

Vom introduce acum simbolurile primitive ale lui *T*. Genurile sintactice ale acestor simboluri sunt indicate între paranteze drepte, imediat după introducerea lor. Mai mult, se presupune că toate simbolurile primitive se deosebesc între ele[5].

Simboluri primitive ale lui *T*:

1. Pentru orice $t \in \Pi$, o mulțime infinită numărabilă de *variabile*, numite variabile de tipul *t*. [vom desemna genul variabilelor de tipul *t* prin I_t].

2. Pentru orice $t \in \Pi$, o mulțime numărabilă de *constante* de acest tip. [II_t indică genul constantelor de tipul *t*].

[5] Cititorul trebuie să rețină că *indicația* genurilor sintactice a simbolurilor primitive constituie, simultan, o *definiție* a acestor genuri.

3. Conectorii: $\neg$ (negaţie) [gen III_1]; $\wedge$ (conjuncţie), $\vee$ (disjuncţie), $\rightarrow$ (implicaţie), şi $\leftrightarrow$ (echivalenţă); [aceste ultime patru simboluri posedă acelaşi gen: toate sunt *conectori binari*, III_2].

4. Cuantorii: $\forall$ (toţi) şi $\exists$ (există); [aparţin aceluiaşi gen, IV_1].

5. Operatorii: o familie finită sau numărabilă de operatori, fiecare având o aritate fixă nevidă. [genul unui operator de aritate $n(n \geq 0)$ este V_n].

6. Operatorii care formează termeni prin legarea unor variabile: o familie finită sau numărabilă de simboluri, fiecare având o aritate fixă nenulă. [Genul unui operator care formează termeni prin legătura unor variabile de aritate $n(n \geq 0)$ este VI_n].

***Definiţia expresiilor bine formate (termeni şi formule)*:**

1. Dacă X este o constantă sau o variabilă de tip t, atunci X este un termen de tip t;

2. Dacă X este o variabilă sau o constantă de tip p, X este o formulă (atomară);

3. Dacă K este o constantă sau o variabilă de tip $< t_1, t_2, \dots , t_n >$, $n \geq 0$, şi dacă X_1, X_2, ..., X_n sunt respectiv termeni de tipul t_1, t_2, ..., t_n, atunci $KX_1X_2 \dots X_n$ este o formulă (atomară);

4. Dacă K este un operator de aritate n şi $X_1X_2 \dots X_n$ sunt termeni de tipul i, atunci $KX_1X_2 \dots X_n$ este un termen de tipul i;

5. Dacă X este o variabilă şi A o formulă, $\forall X A$ şi $\exists X A$ sunt formule;

6. Dacă A şi B sunt formule, $\neg A$, $\wedge AB$, $\vee AB$, $\rightarrow AB$, $\leftrightarrow AB$ sunt de asemenea formule;

7. Dacă X_1, X_2, ..., X_n sunt variabile respectiv de tipul t_1, t_2, ...t_n, ν un operator formând termeni prin legătura variabilelor de aritate n şi F o formulă, atunci $\nu X_1X_2 \dots X_nF$ este un termen de tipul $< t_1, t_2 \dots, t_n >$;

8. Nu există alţi termeni şi formule, i.e. alte expresii bine formate, decât cele obţinute prin clauzele 1 – 7[6].

[6] Conceptul de operator formând termeni prin legătura variabilelor poate fi generalizat fără dificultate, în cazul în care $\nu X_1X_2 \dots X_nF$, corespunzând condiţiilor din clauza 7, ar fi un termen de tip fixat dar oarecare (diferit de tipul $< t_1, t_2, \dots, t_n >$).

Sunt uşor de definit noţiunile de ocurenţă legată de o variabilă într-un termen sau într-o formulă, de variabilă liberă într-un termen sau o formulă, de termen închis sau fără variabilă liberă, de formulă închisă sau enunţ etc. Modul de specificare a genurilor sintactice a expresiilor bine formate ale lui *t* este atunci imediat: avem astfel, de exemplu, următoarele genuri: termen, termen de tipul *t*, formulă atomică, enunţ, constantă predicat de tipul $< t_1, t_2, \ldots, t_n >$ $(n \geq 0)$ şi variabilă predicat de tipul $< t_1, t_2, \ldots, t_n >$ $(n \geq 0)$. Din însăşi structura definiţiei prezentate a expresiei bine formate se poate vedea că condiţia de conformitate este satisfăcută de *T*.

Pentru a completa definiţia lui *T* ar trebui să introducem structura sa deductivă, formulând axiomele şi regulile de deducţie adecvate. Vom face parţial acest lucru, mai departe; totuşi, astfel de axiome şi de reguli reprezintă adaptări simple a ceea ce găsim în literatura curentă.[7] Vom remarca doar că:

1. *T* poate fi extins în diferite direcţii; una dintre ele ar fi incorporarea operaţiilor modale;
2. Printre *indivizi* pot fi incluse *mulţimile*, obţinându-se astfel limbaje unde se dezvoltă cu precădere teorii ale mulţimilor cu *Urelmente* prin intermediul calculului funcţional de ordinul ω;
3. Pentru a formaliza în *T* anumite părţi ale limbajului natural, este nevoie de a i se modifica structura, introducând, de exemplu, variabile de timp care redau flexiunea temporală a verbelor obişnuite. I se pot de asemenea adăuga lui *T* simboluri legate de folosirea interogativă sau imperativă a limbajului natural.

Toate matematicile uzuale pot fi elaborate luându-se ca bază limbajul *T*. Acest lucru este valabil şi pentru teoriile ştiinţifice obişnuite, începând din momentul când se completează *T* prin adăugarea unor noi simboluri primitive ce se încadrează în genurile sintactice ale acestei clase de limbaje. Aşa cum am semnalat deja, fragmente ale limbajului natural se pot insera în câmpul lui *T*. Astfel *T*, adaptată în mod potrivit, este aptă să servească drept fundament unei mari părţi a contextelor raţionale. Decurge

[7] Vezi de exemplu: A. Church, *Introduction to Mathematical Logic*, vol. I, Princeton University Press, Princeton, 1956, p. 295 şi următoarele, şi D. Hilbert şi W. Ackermann, *Principles of Mathematical Logic*, Chelsea, New York, 1950, capitolul IV. Cu privire la operatorii formând termeni prin legătura variabilelor, se va consulta W. Hutcher şi J. Herring, «Variable binding terms operators, *Zeitsche f. Math, Logik und Grundlogen d. Math, 18* (1972), 177–182, precum şi referatul pe care l-am făcut acestui articol şi care a fost publicat în *Zentralblatt f. Math, 257* (1973), 89–90.

de aici un fapt ce are o semnificaţie cu totul aparte: genurile sintactice ale lui *T* permit sistematizarea unei game întinse a activităţii raţionale. Or, este limpede că genuri sintactice precum acelea de termen, de predicat şi de enunţ atomic corespund categoriilor raţionale de obiect, de relaţie şi de fapt. În general, genurile sintactice fac explicite categoriile *logice* fundamentale ce constituie raţiunea.

Pentru a cunoaşte realitatea, raţiunea se constituie folosind cu titlu de sistem de referinţă categoriile logice care se întâlnesc explicit în genurile sintactice ale lui *T* (eventual modificată şi lărgită). Raţiunea foloseşte astfel în activitatea sa o colecţie numărabilă de categorii logice întâlnite în analiza sintactică a limbajelor ca *T*. Cât despre categoriile mai puţin generale decât categoriile logice, cum sunt cele de cauză, spaţiu, timp, ele sunt tratate de studiul sistemelor simbolice şi conceptuale particulare. În orice caz, categoriile acestor ştiinţe constituie particularizări ale categoriilor logice.

În continuarea cercetărilor precedente am putea încerca să schiţăm o clasificare a principalelor categorii. Totuşi nu vom face aici acest lucru, deoarece nu prezintă un interes direct pentru obiectivul nostru. Însă trebuie să insistăm asupra faptului că un sistem de categorii nu constituie ceva definitiv şi desăvârşit, ci că, dimpotrivă, totul indică o dependenţă faţă de evoluţia ştiinţei. De altfel, existenţa unor atât de numeroase sisteme de categorii propuse de-a lungul istoriei, cum sunt cele ale lui Aristotel, Kant, Hartmann şi Windelband, confirmă ceea ce am spus mai înainte şi întăresc teza potrivit căreia *conţinutul* raţiunii variază. În consecinţă, elaborarea unor teorii definitive ale categoriilor ontologice având drept origine categoriile raţionale ne pare din capul locului sortită eşecului.

În rezumat, contextele raţionale reflectă raţiunea şi, de acum înainte, vom identifica adesea raţiunea şi contextul raţional. Este astfel încă o dată confirmată pertinenţa limbajului pentru cercetările noastre.

Această secţiune a fost destinată discutării relaţiilor existente între limbaj şi raţiune. Intenţia noastră a fost să evidenţiem faptul că genurile sintactice şi categoriile raţionale sunt strâns legate. Astfel, pentru a cunoaşte realitatea şi a ne sistematiza senzaţiile, raţiunea constitutivă recurge la categorii printre care se numără unele ce *corespund* mai mult sau mai puţin direct caracteristicilor structurale ale realităţii (cel puţin aşa s-ar părea), cum ar fi categoriile de obiect, de predicat şi de fapt; există de asemenea noţiuni auxiliare care au doar rolul de a ne ajuta în organizarea cunoaşterii, şi care nu au, prin urmare, nici un corespondent în realitatea spaţio-temporală: este cazul categoriilor legate de genurile sintactice ale conectorilor, variabilelor şi

cuantificatorilor. Este clar că o astfel de distincție, deși imprecisă, conține o parte de adevăr. Dar este, de asemenea, evident că ea depinde parțial de alegerea structurii limbajului, i.e. de genurile sintactice și, parțial, de textura proprie universului în sânul căruia suntem cufundați.

Categoriile logice formează un fel de numitor comun al tuturor științelor, pe când celelalte sunt subiacente unor grupuri mari de discipline științifice. Din această cauză logica, considerată ca fundament al celorlalte științe, reprezintă studiul cel mai general al rațiunii și al principiilor sale, principii ce guvernează gândirea obiectivă. Astfel de categorii și de legi sunt adevărate puncte cardinale ale contextului rațional. Astfel, un sistem logic sau o logică, în sens strict, se compun dintr-un sistem organic de categorii generale și de legi adecvate ce le guvernează, funcționând ca un schelet formal al contextelor raționale. Cu toate acestea, nici categoriile logice, nici legile care le guvernează nu sunt nici imuabile, nici fixe.

În acest sens, cum vom vedea, există diferite logici, tot așa cum există diferite geometrii. Categoriile raționale, inclusiv cele logice, evoluează, iar relațiile lor reciproce se modifică în cursul istoriei, fapt asupra căruia am insistat deja. Fără ajutorul speculației este imposibil să demonstrăm invarianța și necesitatea unor categorii raționale și a principiilor lor. În aceasta se rezumă istoricitatea rațiunii.

O consecință a istoricității rațiunii este caracterul ei dialectic: în principiu, orice codificare a categoriilor și a legilor logice este dialectizabilă. Prin urmare, nu exagerăm dacă spunem, parodiindu-l pe Ortega y Gasset, că rațiunea nu are o natură, ci doar o istorie. Trebuie să insistăm asupra faptului că legile logice și principalele categorii științifice, deși sugerate de experiență, sunt în mare parte elaborări ale rațiunii. Două exemple vor fi suficiente pentru a confirma acest lucru:

1. Analiza logico-matematică a continuității spațio-temporale este, mai presus de toate, un produs al rațiunii, extrapolând limitele experienței. Aceasta din urmă nu ne va oferi niciodată, de exemplu, postulatul continuității al lui Dedekind;
2. În plus, nimeni nu se îndoiește serios de faptul că construcțiile obișnuite ale științelor realului, cum ar fi noțiunile de potențial, de particulă elementară și de lucru mecanic, nu sunt altceva decât creații ale minții noastre a căror virtute esențială este de a ne ajuta în organizarea cunoașterii.

VII. Principiile pragmatice ale raţiunii

Un subiect pertinent şi tradiţional este acela al derivării legilor ce guvernează gândirea validă, i.e. legile fără de care nu există gândire raţională şi care constituie inima raţiunii. Deja Aristotel a susţinut că principiul noncontradicţiei este cel mai fundamental şi cel mai evident dintre toate pentru că fără el raţiunea se distruge, neputând avea cu adevărat o activitate raţională. Printre legile fundamentale ale gândirii raţionale se află, de asemenea, principiul identităţii şi al terţului exclus.

Aceste principii logice vor fi tratate într-o secţiune ulterioară. Pentru moment dorim să formulăm anumite principii care guvernează raţiunea şi pe care le vom numi principiile sale pragmatice. Motivul acestei denumiri este lesne de explicat. Într-adevăr, dacă examinăm contextele raţionale, ele sunt în mod evident nişte principii cu caracter pragmatic în raport cu aceste contexte. Din acest unghi, legile noncontradicţiei, identităţii şi *tertium non datur*, în formularea lor curentă, fac parte dintre legile sintactice şi semantice.[8]

Formulările principiilor pragmatice nu sunt precise şi nici nu pot fi, aşa cum vom vedea după expunerea următoare.

Asemenea contextului raţional, exerciţiul raţiunii se supune anumitor constante formale. Logica decurge din acest fapt. Conform autorilor clasici, dacă analizăm diferite discipline ştiinţifice, observăm că există diferite norme formale care sunt întotdeauna respectate: deşi acţionează în sfere foarte diverse, mintea umană rămâne aceeaşi, astfel încât legile raţiunii, principii logice supreme, trebuie să fie invariabile. Oricare ar fi cauza acestei invarianţe – natura raţiunii sau alcătuirea metafizică a lumii –, ea reprezenta un fapt pentru logicianul tradiţional. Pentru acesta, pe scurt, exista un sistem unic al logicii care condensa legile formale ale folosirii legitime a raţiunii.

Totuşi, în cursul secolului al XX-lea, această stare de lucruri s-a modificat. S-a constatat că era posibil să se elaboreze diferite logici distincte de logica clasică. Acest fapt a fost pus în lumină de Brouwer prin dezvoltarea matematicii intuiţioniste. Logica tradiţională a fost încă de la origine legată de o concepţie metafizică ale cărei rădăcini sunt ancorate în platonism. Într-adevăr, Aristotel a elaborat logica pornind de la presupoziţii metafizice, în aşa fel încât, în opera sa, nu se pot practic separa elementele logice de elementele metafizice.

[8] Sunt posibile totuşi şi alte interpretări. Vezi mai departe, capitolul II, secţiunea 4.

În concepţia sa, «...ceea ce un lucru *este* în esenţă va trebui să se numească pentru totdeauna *substanţă*, iar determinările sale, *calităţi*. Deşi Aristotel adaugă încă opt categorii – cele de continuitate, calitate, relaţie, loc, timp, situaţie, mod de a fi, acţiune şi pasiune –, obiectul logicii sale...se reduce la aceste categorii (de substanţă şi de calitate) şi în cele din urmă la prima. El are deci în vedere nişte obiecte eterne, în afara oricărei determinări *hic et nunc*, cărora li se aplică doar în mod accesoriu categoriile accidentalului: loc, timp etc.».[9] Din această cauză, logica tradiţională de inspiraţie aristotelică se adaptează atât de bine domeniului matematic uzual ale cărui entităţi şi relaţii există în afara timpului şi a spaţiului, mereu identice cu ele însele. Şi tot din această cauză, logica tradiţională, chiar şi în stadiul ei actual, le pare inadecvată intuiţioniştilor: pentru ei, a exista, în matematică, înseamnă numai ceva construit de mintea noastră. În matematica intuiţionistă, obiectele nu există în afara timpului, ci în relaţie cu el. Aceasta atrage după sine divergenţe esenţiale între poziţiile logice tradiţionale şi cele ale intuiţioniştilor. Astfel, pentru a da un exemplu, din faptul că o proprietate nu este universală, nu se poate trage concluzia, în logica intuiţionistă, aşa cum se întâmplă în logica tradiţională, că există un contra-exemplu. Pentru Brouwer, *hic et nunc* este fundamental. S-ar putea afirma că logica intuiţionistă nu este o adevărată logică şi că nimic nu ne împiedică să tratăm creaţiile intuiţioniste la modul clasic. Cu toate acestea, aşa cum vom vedea, a defini *adevărata logică* în opoziţie cu logica intuiţionistă (şi cu altele) presupune să dispunem de criterii pentru a o face. Iar atunci când este vorba de astfel de criterii, sunt preferabile teoriile cele mai ciudate, aşa încât să se poată spune, împreună cu Brouwer, că adevărata logică este logica intuiţionistă şi că logica clasică nu se aplică decât unor situaţii speciale, şi anume atunci când este vorba de mulţimi finite şi de proprietăţile lor. Cu adevărat utilizată este logica subiacentă unor contexte raţionale date şi nu o logică propusă din exterior, din raţiuni extrinsece. Pe scurt, logica intuiţionistă reprezintă dovada perfectă că există logici diferite de logica tradiţională, care au o utilitate şi sunt utilizate efectiv.

Pentru a confirma odată în plus posibilitatea de a dialectiza logica tradiţională, vom mai prezenta un exemplu. Este vorba de principiul nedeterminării sau incertitudinii al lui Heisenberg.

La nivel macroscopic, atunci când se fac măsurători, mărimile măsurate nu sunt practic afectate de operaţie. În microfizică, dimpotrivă,

[9] M. Granell, *Logica*, Revista de Occidente, Madrid, 1949, p. 70.

atunci când se încearcă măsurarea vitezei unei particule elementare, i se modifică starea: instrumentul de măsurat interacţionează cu fenomenul, făcând să varieze în mod incontrolabil celelalte mărimi referitoare la particulă, respectiv coordonatele sale. Heisenberg a generalizat astfel de fapte şi a formulat principiul incertitudinii şi al nedeterminării, conform căruia măsurarea anumitor perechi de mărimi este absolut imposibilă. Astfel, nu se pot măsura simultan viteza (sau, mai riguros, impulsul) şi coordonatele care dau poziţia unui electron. În mod mai precis, dacă se desemnează prin Δxi valoarea erorii în măsurarea coordonatelor electronului şi prin Δpi valoarea erorii în măsurarea componentei corespunzătoare a impulsului acestui electron, se obţine:

$$\Delta x_i \cdot \Delta p_i \geq h,$$

unde h este constanta lui Planck.

În termeni vagi, principiul lui Heisenberg implică imposibilitatea de a măsura simultan poziţia şi viteza unei particule subatomice. Principiul este valabil, de asemenea, la scara macroscopică: numai că în acest caz valorile erorilor în măsurarea vitezei şi a coordonatelor unui corp macroscopic sunt atât de mici în raport cu cantităţile obţinute, încât pot fi neglijate. Este totuşi important să insistăm asupra faptului că obţinerea simultană a vitezei şi a poziţiei unei particule elementare nu este posibilă şi că, prin urmare, există ceva *inobservabil.* Ştim astăzi că una din caracteristicile fizicii actuale, relativitatea şi teoria cuantelor, rezidă în ignorarea mărimilor inobservabile, considerate ca fiind lipsite de sens. Aceasta a fost de altfel lecţia analizei noţiunilor de spaţiu şi de timp absolute, efectuată de Einstein: din punctul de vedere al fizicii, astfel de cantităţi sunt lipsite de sens pentru că nu vor putea fi niciodată observate şi măsurate, deoarece nu există o conexiune între ele şi mărimile fizice *reale.*

Dacă p_v este propoziţia care aserteză că un electron dat, *e*, are viteza v în momentul t, iar p_c este propoziţia de conformitate potrivit căreia electronul *e* are poziţia (x_t, y_t, z_t) dată de coordonatele sale exacte în momentul t, atât p_v cât şi p_c au sens, în timp ce conjuncţia acestor propoziţii nu are. Acest lucru este surprinzător din punct de vedere al logicii uzuale deoarece, conform ei, conjuncţia a două enunţuri cu sens este întotdeauna un enunţ cu sens. Deci, principiul incertitudinii conduce la un fel de paradox: fizica ar fi aparent *ilogică.* Este clar că dificultatea poate fi rezolvată în mai multe feluri, în special introducând în fizică nişte cantităţi non-observabile în mod absolut, ceea ce vine în contradicţie cu tendinţa sa actuală. Este de asemenea posibil să se încerce elaborarea unei noi logici pentru fizică,

transformând schemele logice tradiționale astfel încât să se adapteze la starea actuală a microfizicii: această cale a fost explorată de P. Février[10] și de alți fizicieni și logicieni, dar rezultatele obținute au fost criticate.[11]

Pentru noi nu este important faptul că tentativele de a construi noi logici adaptate unei fizici cuantice au eșuat sau nu; cu adevărat important este faptul că problematica ridicată de principiul lui Heisenberg atestă faptul că aplicarea logicii de stil tradițional la natură este mult mai complexă decât ne-am fi închipuit. În fond, experiența pare a arăta că schemele logice variază în decursul timpului și sunt susceptibile de a fi dialectizate, analog teoriilor fizice.[12] Așa cum am văzut deja, cunoașterea rațională este în esență cunoașterea organizată conceptual. Mai mult, în cazul tuturor domeniilor de obiecte este necesar să se judece și să se infereze pentru a se dobândi cunoștințe. Există așadar, implicit sau explicit, o logică subiacentă oricărui context rațional sau oricărei clase de contexte similare. Și, confirmând reflecțiile precedente, nimic nu indică, în cazul în care ne limităm la criterii științifice și pozitive, că această logică ar fi unică și predeterminată. Mai mult, cei ce susțin că adevărata logică este logica tradițională nu par a ține seama de faptul că logica de origine clasică poate fi exprimată cu ajutorul diverselor sisteme axiomatice care, deși în fond echivalente, diferă totuși între ele în mod semnificativ.

Primul principiu pragmatic al rațiunii este *principiul sistematizării*:

Rațiunea se exprimă întotdeauna prin mijlocirea unei logici.

Vom observa că principiul ar rămâne valid chiar dacă, în exercițiul său fundamental, rațiunea s-ar exprima prin mijlocirea unei singure logici. De altfel, ar fi poate mai bine să îl formulăm spunând că în contextele raționale se află întotdeauna, explicit sau implicit, un sistem logic.

---

[10] Vezi de exemplu P Février, «Les relations d'incertitude d'Heiselberg et la logique», în *Travaux du IXe congrès international de philosophie*, vol. VI, Hermann, Paris, 1937, pp. 88–94.

[11] Vom reveni la acest subiect în Secțiunea 8 din Capitolul II.

[12] Pentru a completa cele spuse cu privire la principiul lui Heisenberg, reamintim că el se aplică de asemenea la noțiunea de undă. În fizica clasică se presupunea că măsurarea amplitudinii și a fazei unei unde, adică a energiei sale în momentul t, sunt întotdeauna teoretic realizabile. Cu toate acestea, principiul nedeterminării introduce aici și niște critici severe: dacă ΔE și Δt reprezintă respectiv marginile de eroare ale măsurării energiei E a undei în momentul t și ale măsurării lui t, atunci avem: $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$. Astfel, o dată cu conceptul de undă apar dificultăți similare celor induse de noțiunea de particulă. În rezumat, nu se pot măsura simultan parametrii E și t ai unei unde.

La prima vedere, principiul în discuţie pare criticabil. De exemplu, s-ar putea argumenta că dacă există diferite sisteme logice, nimic nu împiedică raţiunea să utilizeze simultan mai multe dintre aceste sisteme. Această critică este totuşi uşor de respins: combinarea mai multor sisteme logice utilizate în acelaşi timp, care trebuie să fie armonioasă, este în realitate un sistem unic.[13]

Principiul despre care este vorba tinde doar să exprime clar faptul că utilizările legitime ale raţiunii se realizează prin intermediul unei logici. Raţiunea posedă un oarecare caracter ludic iar principiul insistă asupra faptului că regulile jocului trebuie să fie cunoscute, date.

Cel de al doilea principiu pragmatic, numit *principiul unicităţii*, se enunţă în felul următor:

Într-un context dat, logica subiacentă este unică.

În mod metaforic, acest al doilea principiu ne asigură că, o dată regulile jocului fixate, ele nu mai trebuie schimbate. O schimbare ar modifica imediat jocul iniţial, transformându-l în altul. Într-un mod mai exact, modificarea logicii subiacente unui context raţional îl preschimbă într-un context diferit.

Există obiecţii faţă de acest principiu care survin automat. Astfel, de exemplu, critica deja menţionată împotriva principiului sistematizării poate fi aplicată şi principiului unităţii, dar poate fi şi respinsă în mod analog. O altă obiecţie ar fi aceea că, în activitatea sa reală, raţiunea nu explicitează nici un sistem logic, în timp ce ea se adaptează unor legi precum acelea ale identităţii şi contradicţiei. Riposta la această critică constă în a observa că nu este vorba aici de o chestiune de fapt, ci de una de drept: situaţia reală trebuie considerată dintr-un punct de vedere puţin idealizat.

În sfârşit, există un al treilea principiu, *principiul adecvării*:

Logica subiacentă unui context dat trebuie să fie aceea care i se adaptează cel mai bine lui.

Semnificaţia acestui principiu poate fi rezumată în felul următor: în vederea studierii unui domeniu determinat de obiecte, reale sau ideale, trebuie ales sistemul de categorii raţionale şi de legi universale ce le guvernează care se adaptează cel mai bine la aceste obiecte. Formulat în acest mod, principiul adecvării pare atât de evident încât este greu să fie pus la îndoială.

---

[13] Este ceea ce arată construirea «logicilor multideductive», vezi cu privire la acest subiect N.C.A. da Costa şi M. Tsuji, «The Ω product of abstract logics», Université de Sao Paolo.

O sarcină extrem de importantă este aceea de a defini conceptul de adaptare, concept central al principiului adecvării. Într-adevăr, trebuie luați în considerare mai mulți factori: psihologici, sociali, estetici, istorici, epistemologici, de simplitate logico-formală, reținându-se doar câțiva dintre ei. Totuși, este evident că rațiunea în general își alege regulile în funcție de domeniul examinat. Să dăm un exemplu: în matematica tradițională, logica subiacentă este logica clasică deoarece este cea mai simplă și cea mai comodă, în sensul în care se potrivește cel mai bine matematicii. Pentru mecanica cuantică, în pofida tentativelor făcute de P. Février, Reichenbach și alții, pentru a modifica logica subiacentă se folosește în continuare logica clasică, mai ales din rațiuni de simplitate și facilitate. Conform lui Gonseth,[14] elaborarea sistemelor logice se poate compara cu aceea a teoriilor fizice: nimeni nu ar putea crede că o astfel de teorie este validă în sine și pentru sine, ci că numai experiența o justifică și îi fixează limitele de aplicare; în mod analog, sistemele logice își au jurisdicțiile lor delimitate de experiență și de factori de natură pragmatică.

Justificarea principiilor pragmatice este următoarea: fără primele două, nu există comunicare în știință, așa cum o concepem astăzi. Într-adevăr, în actul de a comunica celuilalt fapte și informații, folosirea limbajului este indispensabilă, făcându-se apel la conceptele potrivite (cel puțin la nivelul cercetării științifice). Or, dacă regulile ce guvernează simbolurile și, indirect, conceptele, judecățile și raționamentele, nu ar fi relativ clare și explicite, nu ar putea exista comunicare. Astfel, de exemplu, dacă se neagă o propoziție p, iar negația sa nu este mai mult sau mai puțin definită, nu se știe care este semnificația lui $\neg p$. Metaforic: nu poți participa la un joc dacă nu îi cunoști regulile. Acest lucru este clar și neîndoielnic, astfel încât nu suntem nevoiți să insistăm asupra problemei comunicării. *A fortiori*, nu există știință fără o logică subiacentă. Cât despre principiul adecvării, justificarea sa rezidă în esență în faptul că avem neîncetat nevoie să cunoaștem și să explicăm realitatea într-un mod comod, simplu și, cum a observat Mach, economic. Schemele complicate și prost adaptate la sistematizarea științifică a realității tind să fie înlocuite cu altele. Acest fapt, confirmat din plin de istoria științei, legitimează cel de-al treilea principiu pragmatic. Dorim să insistăm totuși asupra unui aspect: nu avem pretenția

[14] Poziția lui Gonseth față de logică este foarte apropiată de cea pe care o prezentăm aici, cu diferența că ea ne apare mult prea radicală, neurmând destul de aproape progresele logicii matematice. Vezi F. Gonseth, *Les fondements des mathématiques*, Blanchard, Paris, 1926, *Les mathématiques et la réalité*, Félix Alcan, Paris, 1936 și *Qu'est-ce que la logique?*, Hermann, Paris, 1937.

de-a susţine că logica unui context sau a unei familii de contexte este obţinută întotdeauna prin aplicarea conştientă a principiilor pragmatice: dimpotrivă, în general, ea se constituie lent şi dialectic, ca evoluţia istorică a ştiinţei la care se raportează contextul sau familia de contexte. Principiile pragmatice nu exclud anumite norme ideale, pe care progresul ştiinţific şi cel al gândirii raţionale par a le respecta şi care apar la ora actuală explicit şi critic, de exemplu în matematică şi fizică, respectiv o dată cu logicile heterodoxe şi cu fundamentele logice ale mecanicii cuantice. Pe de altă parte, ele nu sunt principii absolute: poate că într-o zi ne vom abate de la ele; chiar dacă nu ştim cum vom proceda în cazul unei astfel de abateri, a renunţa la ele ar conduce în mod sigur la o ştiinţă excentrică şi bizară.

În încheierea acestei secţiuni vom reaminti că ultimele două principii de care ne-am ocupat, precum şi primul, nu sunt incompatibile cu posibilitatea existenţei unei singure logici: logica tradiţională sau oricare altă logică.

VIII. Principiul constructiv al raţiunii

Fără primele două principii pragmatice nu poate exista un discurs propriu-zis; fără cel de-al treilea, nu putem beneficia din plin de uzul raţiunii. Atunci când enunţăm aceste principii vrem să scoatem în evidenţă, datorită lor, anumite caracteristici fundamentale ale modului în care este folosită astăzi raţiunea în mediul nostru ştiinţific occidental (cum ştiinţa şi gândirea occidentale sunt răspândite în întreaga lume, aceste caracteristici sunt universale); în plus, încercăm să explicităm anumite norme generale, mai mult sau mai puţin implicite, care reglează contextele raţionale (numite şi contexte de expunere), aşa cum sunt ele concepute în mod vulgar. Deşi ar fi interesant, nu ne vom lansa în consideraţii istorice sau etnografice menite a ne arăta dacă principiile formulate rămân valide şi în alte epoci sau în alte culturi, ori dacă ar putea fi respinse în viitor. Am insistat deja asupra faptului că abordăm raţiunea din punct de vedere istoric, catalogându-i principiile actuale care guvernează contextul raţional în zilele noastre. S-ar putea întâmpla foarte bine ca unele cercetări empirice să ne pună în contact sau să ne dovedească existenţa unor culturi unde raţiunea se comportă într-un mod cu totul diferit. Cert este însă faptul că ştiinţele, fie ele formale sau ştiinţe ale realului, în forma lor actuală, întăresc teza noastră conform căreia principiile prezentate mai sus călăuzesc producţia finală şi sistematizată a activităţii noastre raţionale. Poate că nu ar fi exagerat să spunem că fără ele nu poate exista un exerciţiu propriu şi complet al raţiunii, aşa cum am definit-o; ar fi

posibil să prezentăm argumente analoage celor ale lui Aristotel[15], afirmând că principiul contradicţiei constituie o lege care trebuie să conducă obligatoriu la raţiune, căci Stagiritul nu a avut niciodată intenţia să legitimeze legea contradicţiei (şi altele similare) numai pentru cultura elenă a epocii sale: în acest caz, aşa cum se întâmplă în mod curent, filosofia caută «regularităţi absolute».

Există un alt principiu extrem de important pentru raţiune, aşa cum o concepem astăzi, şi despre care ne vom ocupa în prezent. Mai înainte însă trebuie să intercalăm o analiză a ideii de intuiţie. Nu este inutil să observăm că această analiză constituie un exemplu de metodă pe care am numit-o în *Introducere* analiză semiotică fără expedient de tehnici formale, şi care poate fi numită, mai simplu, *analiză informală*. În realitate, ea se dovedeşte a fi o metodă puternică de clarificare conceptuală şi nu doar un proces de elucidare a folosirii şi a semnificaţiei cuvintelor şi a locuţiunilor ce merită a fi discutate în virtutea unor motive speciale.

Cuvântul «intuiţie» este folosit cu semnificaţiile cele mai variate. Dintre ele, reţinem următoarele:

1. Cunoaştere intelectuală evidentă, obţinută în mod nemijlocit şi, în consecinţă, opusă cunoaşterii discursive căreia îi serveşte în general drept punct de plecare; acesta este sensul cartezian.
2. Cunoaştere directă, obţinută prin contemplare, prin viziune directă, a unui obiect prezent în gândirea noastră (dat al sensibilităţii, obiect intelectual, relaţie între concepte...); conform acestei semnificaţii, pe care o găsim la Kant, intuiţia nu este neapărat o cunoaştere nemijlocită, ea putându-se dezvolta în mai multe faze.
3. Modalitate cognitivă a cărei rădăcină nu se află în gândirea *strictu sensu*, ci în sentiment (intuiţia emotivă a lui Dilthey, prin care percepem sensul profund al vieţii şi al istoriei; intuiţia bergsoniană, un fel de simpatie spirituală ce ne dezvăluie lucrurile în ele însele, făcându-ne să *pătrundem* în ele; intuiţia mistico-religioasă) sau în voinţă (intuiţia volitivă a lui Maine de Biran (*Volo ergo sum*).
4. Inspiraţia, un fel de ghicire a datelor referitoare la entităţi de diverse naturi şi a relaţiilor lor.
5. Facultatea spiritului corespunzătoare unui tip determinat de cunoaştere intuitivă.

---

[15] Aristotel discută despre principiul contradicţiei mai ales în cartea Γ a *Metafizicii*. Mai departe, în § 4 din capitolul II, vom vorbi despre poziţia Stagiritului faţă de acest principiu.

Intuiţia proprie disciplinelor formale se ancorează în funcţiile superioare ale spiritului, independent, în principiu, de sensibilitate (i.e. de intuiţia sensibilă, atât internă cât şi externă), de memorie şi de imaginaţie. O vom numi intuiţie intelectuală sau raţională. Facultatea ce îi corespunde este raţiunea; la drept vorbind, fără intuiţie intelectuală nu există nici conceptualizare, nici judecată, nici raţionament. În realitate, intuiţia intelectuală este capabilă să perceapă conexiuni între datele intuiţiei sensibile, precum şi între obiectele şi relaţiile definite conceptual. Acest lucru poate fi înţeles din primele două accepţiuni ale cuvântului «intuiţie». Astfel, *vedem* intuitiv că albastrul şi roşul sunt atribute distincte şi că, dată fiind semnificaţia silogismului în *Barbara*, el este valid. După cum au clasificat-o unii filosofi, intuiţia pe care am descris-o este *formală*. În logică şi în matematică nu avem nevoie de o intuiţie raţională *materială*, adică de o intuiţie care să ne pună în contact cu realităţi supra-sensibile şi inaccesibile gândirii.

Disciplinele formale sunt în esenţă discursive. Astfel, discursul se dezvoltă în diferite faze şi fiecare dintre ele trebuie înţeleasă sau *intuiţionată* (sb. t.), cum a arătat deja Descartes. Chiar dacă raţionăm simbolic sau formal, diferitele etape elementare ale evoluţiei discursului trebuie să fie evidente şi clare, altfel nu ar exista raţionament, iar omul nu ar şti ce este pe cale să facă. Limbajului *T* din § 6 i se pot adăuga reguli de inferenţă şi axiome adecvate, axiomatizând astfel o teorie dată, în aşa fel încât deducţiile să se efectueze formal, fără a se lua în considerare semnificaţia simbolurilor; totuşi, şi aici, folosirea regulilor de deducţie, identificarea grafică a axiomelor etc., presupune intuiţia. Ce înseamnă «intuiţie» în acest caz? Înseamnă două lucruri:

1. viziunea directă asupra obiectelor cu care se lucrează. Nu este vorba aici de o intuiţie sensibilă, pentru că formulele nu sunt neapărat de lungime finită, dacă admitem recursul la anumite principii metateoretice etc. Intuiţia sensibilă ne ajută, dar intuiţia intelectuală predomină, idealizând şi amplificând materialul furnizat iniţial de sensibilitate. Există o vizualizare prevăzută cu o anumită evidenţă, a situaţiilor idealizate, întemeiate pe intuiţia sensibilă;
2. cunoştinţele nemijlocite, referitoare la obiecte şi la relaţii, şi având un grad determinat de evidenţă şi de claritate.

În fond, aceste două semnificaţii ale termenului «intuiţie intelectuală» nu sunt decât una singură: nu poate exista cunoaştere nemijlocită şi evidentă fără contemplarea obiectelor cu care lucrăm sau măcar a relaţiilor conceptuale ce le definesc; în mod analog, nu există contemplare intelectuală care să nu ne permită să formulăm judecăţi directe, cu grade

variate de evidenţă. În continuare, cele două forme ale intuiţiei raţionale nu vor fi distinse explicit: atunci când va fi necesar să facem o distincţie, ea va fi evidentă din context.

Deci se poate trage concluzia că intuiţia intelectuală sau raţională nu ia naştere nici în intuiţia sensibilă, nici în memorie şi nici în imaginaţie. Ea este pură: independentă de aceste facultăţi şi de datele empirice, cel puţin de drept. Dacă putem concepe o formă oarecare de dependenţă, acest lucru nu se produce decât dintr-un punct de vedere euristic.

Vom mai insista asupra faptului că intuiţia nu poate fi încadrată în disciplinele formale. Aşa cum am remarcat deja, în aceste discipline cunoştinţele nu pot fi numai discursive. În consecinţă, există judecăţi nemijlocite: putem încerca să le formulăm ca enunţuri primitive servind drept bază dezvoltării axiomatice a teoriilor deductive, şi în acest caz ele sunt arbitrare şi convenţionale. În geometria elementară, de pildă, postulatele sunt sugerate de experienţă, dar din punct de vedere logico-matematic ele devin afirmaţii arbitrare şi convenţionale constituind baza ştiinţei lui Euclid. Într-un anumit sens, acest lucru este adevărat. Cu toate acestea, matematica nu este pur convenţională: aşa cum am spus mai sus, la nivel sintactic enunţurile trebuie să aibă un conţinut şi, în plus, să fie bazate pe intuiţie. Chiar dacă reducem metamatematica la un minimum admisibil, gândirea intuitivă este absolut indispensabilă. Să reamintim că Bourbaki dezvoltă matematica într-un mod complet formalizat; la urma urmei, în metamatematică este nevoie să se recurgă la intuiţie, de exemplu pentru a enunţa şi a stabili criteriile de formare şi de deducţie[16].

În mod similar, înţelegerea unui concept, în sensul logicii tradiţionale, se compune din două părţi; la rândul lor, acestea din urmă, fiind concepte, sunt compuse şi ele din părţi etc.; cu toate acestea, astfel de părţi, fiind fracţionate, sfârşesc prin a se baza pe intuiţia raţională sau sensibilă. Acest lucru se întâmplă, de exemplu, când definim un termen prin definiţia ostensivă, adică indicând ce anume denotă. Elementele *primitive* ale conceptelor sunt obţinute, în ultimă instanţă, prin intuiţie.

Intuiţia raţională nu este însă nici absolută, nici infailibilă. Dimpotrivă, ea este lucrată (pentru a folosi expresia lui Bachelard) şi dialectizabilă. De altfel, orice dialectică a raţiunii este mai ales o dialectică a intuiţiei intelectuale[17].

---

[16] N. Bourbaki, *Théorie des ensembles*, Hermann, Paris, 1966, capitolele 1 şi 2.

[17] În capitolul IV vom trata din nou despre intuiţie.

În matematica intuiţionistă există o vizualizare intuitivă a entităţilor de care se ocupă. Este vorba de intuiţia intelectuală, iar următorul citat din Heyting este semnificativ în acest sens[18]:

«După Brouwer, matematica se identifică cu partea exactă a gândirii noastre. O ştiinţă conţine matematică în măsura în care postulează aserţiuni exacte; cu toate acestea, a folosi formele matematice nu constituie un privilegiu al ştiinţei întrucât ele se manifestă în mod normal şi în gândurile din viaţa cotidiană, fiind utilizate spontan şi adesea inconştient... Rezultă de aici că nici o ştiinţă, nici măcar filosofia sau logica, nu poate constitui o presupoziţie pentru matematică. A folosi în matematică teze filosofice sau logice, indiferent care ar fi acestea, ca mijloace de demonstraţie, ar însemna a te închide într-un cerc, căci formularea acestor teze presupune a considera conceptele matematice ca fiind deja construite. În acest sens, dacă matematica nu trebuie să aibă presupoziţii, nu îi mai rămâne altă sursă decât o intuiţie care ne pune în faţa ochilor concepţiile şi concluziile sale clare în mod nemijlocit. Să nu interpretăm această intuiţie brouweriană ca şi cum ne-ar da, în mod «mistic», o viziune asupra lumii. Ea nu este nimic altceva decât facultatea de a considera separat anumite concepte şi concluzii ce intervin în mod normal în gândurile noastre obişnuite. Faptul că consideraţiile filosofice prezentate aici pot fi utile pentru a se ajunge la atitudinea fundamentală favorabilă înţelegerii matematice pure nu intră în contradicţie cu independenţa matematicii faţă de filozofie. În timp ce folosirea unor concepte matematice în raţionamentele empirice este de la sine înţeleasă, sistemele matematice nu pot fi izolate decât intensional, iar construirea şi cercetarea susţinută a unor astfel de sisteme pretind o atitudine mentală specială. O dată acest lucru stabilit, consideraţiile preliminare sunt de prisos pentru dezvoltările matematice.»

După Brouwer, matematicianul nu descoperă entităţile matematice: el creează entităţile pe care le studiază. Astfel, activitatea matematicianului creează şi dă formă entităţilor matematice. Referitor la această activitate, Heyting spune[19]:

«Elementul cel mai important al acestei activităţi constă în a izola un obiect sau un complex de senzaţii, ceea ce dă naştere ideii de *entitate* matematică; apoi, posibilitatea unei reprezentări indefinite a acestui act de creaţie a unei entităţi duce la conceptul de număr natural. Din acest punct de

---

[18] A. Heyting, *Les fondements des mathématiques, intuitionnisme, théorie de la démonstration*, Gauthier – Villars, Paris, 1955, pp. 13–14.

[19] A. Heyting, *Les fondements des mathématiques du point de vue intuitionniste*, notă inclusă în cartea: F. Gonseth, *Philosophie mathématique*, Hermann, Paris, 1939, p. 73.

vedere nu suntem obligați să atribuim numerelor o existență independentă de spiritul care le creează. Matematicianul intuiționist, în calitatea sa de matematician, nu se va opune unei filosofii care va susține că spiritul, în activitatea sa creatoare, reproduce ființele lumii transcendente, ci va considera această doctrină ca fiind prea speculativă pentru a servi drept bază matematicii pure».

Intuiționiștii afirmă fără încetare că în matematica brouweriană se vorbește de construcții mentale și de proprietățile lor, și că una din caracteristicile enunțurilor matematice rezidă în faptul că sunt evidente, clar inteligibile. Și tot Heyting scrie următoarele[20]:

«Propoziția că *există* un număr n cu o proprietate determinată (de exemplu că zecimalele $(n-2),(n-1)$ și n din dezvoltarea lui π fac 777) semnifică posibilitatea de a construi mental acest număr, adică de a-l calcula. Negația unei propoziții semnifică posibilitatea de a readuce la contradicție presupunerea că un astfel de număr n a fost calculat. Nu este vorba aici de definiții arbitrare; semnificația propoziției citate nu ar putea fi calculată în alt mod decât prin recursul la ideea unei existențe transcendente a numerelor. Or, acceptând aceste definiții, vedem că nu este necesar să presupunem că în toate cazurile una din cele două posibilități ar fi realizată; această presupunere ar trebui să se bazeze ea însăși pe ideea unei lumi transcendente unde posibilitatea de a-l calcula pe n ar fi reală. Precizăm că nu respingem principiul terțului exclus ca fiind fals; ne mărginim să îl considerăm inadecvat pentru a servi drept bază matematicii».

Trebuie totuși să înțelegem că intuiția brouweriană este o intuiție ce se referă în mod primordial la situații abstracte și idealizate: când intuiționistul afirmă, de exemplu, că un număr poate fi construit mental, este echivalent cu a afirma în general că, *în principiu*, anumite construcții sunt posibile. Într-adevăr, enunțul:

$$\exists x\left(x=10^{10^{10}}\right)$$

este adevărat din punct de vedere intuiționist. Cu toate acestea, dacă suntem capabili să *efectuăm* construcția mentală corespunzătoare lui 10, nu la fel se întâmplă cu:

$$10^{10^{10}}$$

În acest caz, avem doar intuiția posibilității ideale a construcției corespunzătoare, a metodei care ne permite în principiu să o realizăm.

[20] A. Heyting, *Ibid.*

Dimpotrivă, în matematica tradiţională nu există intuiţia obiectelor studiate, cel puţin nu o intuiţie similară celei a construcţiilor, fie ele idealizate, din matematica lui Brouwer şi Heyting. Aşa se întâmplă, de exemplu, în cazul cardinalelor transfinite; în mod analog, nu există o viziune directă, constructivă, fie şi idealizată, asupra totalităţii numerelor reale introduse uzual în analiză (cu ajutorul tăieturilor lui Dedekind, al succesiunilor lui Cauchy etc.). Avem însă intuiţia sistemului relaţiilor ce compun definiţiile obiectelor menţionate, sistem furnizat în general prin intermediul sistemelor axiomatice. Aceasta era, în mai mare sau mai mică măsură, concepţia lui Hilbert, conform căreia există două matematici: cea intuitivă şi cea simbolică (sau ideală). Caracterul intuitiv şi evident al primei ar putea servi spre a o legitima; cu toate acestea, după părerea lui, există o singură cale pentru a o legitima pe cea de a doua: a dovedi, prin metode finitiste, că ea este consistentă – vis care a fost practic distrus de Gödel.

E clar că ne putem imagina entităţile matematice clasice. Totuşi, aceasta nu înseamnă că suntem capabili să le intuim, lucru verificat în cazul construcţiilor brouweriene. Marea lecţie a lui Hilbert a constat tocmai în a arăta că metoda axiomatică este singura cale de acces la teoriile clasice ale matematicii unde evidenţa intuitivă nu îşi găseşte pe deplin locul. Aşa cum vom constata mai departe în mod mai amănunţit, nimic nu justifică, în stadiul actual al evoluţiei disciplinelor formale, existenţa unei intuiţii referitoare la entităţile platonice ale teoriilor deductive tradiţionale.

Dar să ne întoarcem la intuiţia brouweriană. Este clar că, fiind idealizată, i.e. prezentând situaţii şi procese idealizate ce depăşesc experienţa concretă, ea nu este sensibilă iar asemănarea dintre doctrinele lui Brouwer şi Kant este doar aparentă. Pentru a insista asupra acestui ultim aspect, să observăm puţin conjectura lui Goldbach:

Orice număr natural par mai mare ca 2 este suma a două numere prime. (g)

$$g \vee \neg g \tag{1}$$

nu este adevărată pentru intuiţionişti cu excepţia cazului în care (g) este demonstrată sau se dovedeşte că g este absurd, i.e. se demonstrează ¬g.

Fie acum enunţul:

Dacă n este un număr natural par mai mare ca 2 şi mai mic decât $10^{10^{10}}$ atunci n nu e suma a două numere prime. (g')

Atunci, referitor la

$$g' \vee \neg g' \tag{2}$$

totul se schimbă: cum numerele n astfel încât $2<n<10^{10^{10}}$ aparţin unei mulţimi finite, se constată că, în principiu, pot fi efectuate operaţiile necesare pentru a demonstra g' sau g''.

Indiscutabil că afirmând în mod clasic adevărul lui (1) se idealizează la maximum noţiunea de număr natural. Cu toate acestea, (2) conţine de asemenea un anumit grad de idealizare şi de extrapolare pornind de la activităţi mentale executabile. În orice caz, o afirmaţie ce poate fi admisă intuitiv ca adevărată şi care nu ne compromite cu nici o idealizare foarte pronunţată este următoarea:

$$g'' \vee \neg g'' \quad (3)$$

unde g'' este enunţul:

> Orice număr natural par cuprins între 2 şi 45 este suma a două numere prime. (g″)

Pentru intuiţionişti, atât (2) cât şi (3) sunt adevărate; dar există o prăpastie între aceste propoziţii, deoarece $10^{10^{10}}$ este un număr uriaş, iar operaţiile pentru a-l confirma pe (2) nu vor putea fi niciodată realizate efectiv.

Faptul că intuiţia brouweriană este idealizată a provocat apariţia unor concepte ca acelea ale lui Griss şi Essenin–Volpin. Conform celei dintâi, în matematica intuiţionistă nu trebuie să figureze nici o negaţie: singura finalitate este aceea de a trata construcţiile şi proprietăţile lor *pozitive*. Căci folosirea negaţiei implică, în anumite cazuri, faptul de a admite posibilitatea unei construcţii C şi de a dovedi apoi că C nu există, pentru a ajunge la absurd; dar cum să fie justificată validitatea unor raţionamente intuitive şi constructive referitoare la nişte construcţii absurde, care nu există? După Griss, aceste raţionamente sunt iluzorii şi nu pot fi justificate teoretic; folosirea negaţiei are doar o valoare euristică pentru activităţile prematematice. Essenin–Volpin încearcă la rândul lor să stabilească un gen de intuiţionism şi mai radical decât cel al lui Brouwer, unde idealizările sunt aproape în întregime absente, unde nu se mai manipulează decât construcţii *concrete*: matematicianul rus reduce aproape intuiţia autorizată în matematică la intuiţia sensibilă[21].

---

[21] A.S. Essenin – Volpin, «Le programme ultra–intuitionniste des fondements des mathématiques», în *Infinitistic methods, Proc., Symp. Foundationes of Math.*, Varşovia (1959), Pergamon, Oxford, 1961, pp. 201–223, şi «The ultra–intuitionistic criticism and anti–traditional program for the foundations of mathematics»,în *Intuitionism and proof theory, Proc. Conf. Buffalo* (1968), editat de A. Kino, J. Myhill şi R.E. Wesley, North – Holland, Amsterdam, 1970, pp. 3–45.

Diferenţa dintre doctrina lui Brouwer şi atitudinea mentală de muncă a matematicianului tradiţional se stabileşte în felul următor: pentru cel de-al doilea, enunţurile matematice sunt independente de procesul cunoaşterii, întrucât se referă la realităţi platonice; pentru primul, enunţurile matematice reprezintă, în fond, creaţii ale unui matematician ideal, dependente prin urmare de procesul idealizat al cunoaşterii. Ceea ce încearcă să facă Essenin–Volpin cu ultraintuiţionismul lor este să înlăture idealizările matematicii brouweriene luând în considerare doar ceea ce matematicianul poate construi efectiv şi cunoaşte clar şi pozitiv în munca sa cotidiană, fără idealizări sau extrapolări. Pentru matematicianul tradiţional tipic nu există nici o distincţie epistemologică fundamentală între perceperea finitului şi a infinitului actual. Brouwer consideră totuşi că matematicianul ideal este capabil să perceapă intuitiv finitul – mic sau mare –, însă numai parţial. În sfârşit, ultraintuiţionistul crede că doar finitul de mici dimensiuni poate fi perceput intuitiv: finitul de mari dimensiuni şi infinitul nu pot fi percepute decât potenţial. Deşi restrictive, metodele ultraintuiţioniste aplicate la studiul metateoretic al sistemelor formale ale matematicii ordinare conduc la rezultate semnificative. Nu pretindem, evident, să facem o descriere perfectă a ultraintuiţionismului, dar vom avea ocazia să vorbim din nou despre această doctrină.

Dacă aşa stau lucrurile, logica şi matematica actuale depind de intuiţia intelectuală. Într-adevăr, o intuiţie cel puţin la fel de puternică cum este intuiţia intuiţionistă se dovedeşte indispensabilă pentru ştiinţele formale, aşa cum am semnalat deja. În rezumat: în elaborarea limbajelor formale, în sistemul finitist şi metateoretic al teoriilor formalizate şi în construirea unor noi sisteme logice, există în mod necesar o activitate raţională subiacentă, de natură constructivă şi intuitivă; este universal admis astăzi că nu poate exista o aritmetică formalizată fără o aritmetică intuitivă. În centrul acestui subiect se află vechea dispută dintre Russell şi Poincaré: primul credea că aritmetica poate fi redusă la logică, conform dorinţei lui Frege, prin definirea noţiunii de număr natural pornind de la idei logice mai simple, graţie unui simbolism logic formal adecvat. Cât despre Poincaré, el insista asupra faptului că aritmetica era deja implicită când Russell îşi scria simbolurile, când încerca să le diferenţieze, să le organizeze în expresii simbolice, să le izoleze sau când îşi elabora limbajul artificial şi pasigrafic. Astăzi ştim că amândoi aveau parţial dreptate. De altfel, Bourbaki, de exemplu, prezentând în sistemul său o definiţie a numerelor naturale, spune clar că ele nu trebuie confundate cu întregii intuitivi, neformalizaţi, care apar în matematică. În tratatul său, Bourbaki foloseşte puţin întregii intuitivi, dar în cazul în care am întreprinde un studiu aprofundat al problemelor metateoretice ridicate de teoriile prezentate, am fi obligaţi să lărgim contrapartea intuitivă a operei sale.

În științele formale și în științele realului, orice activitate rațională importantă presupune ceva comparabil cu aritmetica intuiționistă și cu logica corespunzătoare. Vrem să spunem prin aceasta că orice activitate rațională *conține* implicit sau explicit ingredientele constructive a căror sistematizare ne este oferită de aritmetica și de logica intuiționistă. Pe scurt, mai există următorul principiu fundamental al rațiunii, pe care îl vom numi *principiul constructivității*:

Exercițiul deplin al rațiunii presupune că rațiunea posedă o anumită capacitate intuitivă, de idealizare constructivă, ale cărei trăsături specifice sunt descrise de aritmetica intuiționistă (*incluzând logica subiacentă*).

Ne-am putea întreba de ce am formulat principiul de mai sus fără a face apel la toate matematicile intuiționiste. Răspunsul este simplu: în realitate, pentru utilizările normale ale rațiunii, i.e. în construirea contextelor raționale ordinare, nu este nevoie de mai mult (restul părții tehnice a intuiționismului are doar o valoare matematică). Pe de altă parte, ne-am mai putea întreba de ce nu se pretinde mai puțin, de exemplu aritmetica intuiționistă minimală sau matematica fără negație a lui Griss, restrânsă la numerele naturale (sau chiar o formă radicală de intuiționism cum este cea a lui Essenin–Volpin). Din nou răspunsul este simplu: în stadiul actual al evoluției științei nu este nici necesar, nici convenabil să se pretindă mai puțin. Nu este totuși exclusă posibilitatea ca în viitor să fie adoptată o poziție extrem de sofisticată și de radicală ca aceea a lui Essenin–Volpin. (E bine să menționăm că cercetările logicianului rus nu vizează distrugerea matematicii tradiționale, cum s-a întâmplat în cazul lui Brouwer. Este vorba mai degrabă de a o fundamenta pe principii care, după părerea sa, sunt mai solide, încercând, cu metodele sale, să demonstreze consistența teoriei formalizate a mulțimilor a lui Zermelo–Fraenkel).

IX. Concepțiile dogmatice și dialectice ale rațiunii

La începutul acestui capitol am schițat două concepții referitoare la rațiune: concepția dogmatică și concepția dialectică. În prezent, distincția capitală între ele poate fi stabilită cu ajutorul principiilor sistematizării, unității și adecvării. (În ceea ce privește acest aspect, din rațiuni evidente, nu este necesar să ne ocupăm și de principiul constructivității).

Pentru dogmatici, logica tradițională este logica unică și exclusivă rezultată din principiile pragmatice. Rațiunea posedă, ca să spunem așa, un nucleu fundamental al cărui principiu se cristalizează în legile logicii tradiționale. Acesta sunt universale și absolute, valabile pentru totdeauna, independent de obiectele la care se aplică rațiunea. Dogmaticii recunosc că

activitatea intuiţională se poate adapta la cele mai diverse tipuri de obiecte. Totuşi, spiritul, parcurgând diferitele regiuni de obiecte, rămâne acelaşi: *materia* cunoaşterii se schimbă, nu *forma*. Aceasta din urmă este sistematizată în logica tradiţională, în timp ce, pentru a cunoaşte mai bine materia, spiritul recurge la metode potrivite, cu caracter special, care completează logica formală. Obiectivul logicii aplicate, adică al metodologiei, chiar acesta este: a studia metodele specifice fiecărei ramuri a ştiinţei, cu ajutorul cărora raţiunea se adaptează la diferitele metode, păstrând totuşi invarianţa formelor valide ale ştiinţei.

Aşa cum am observat deja în cazul lui Aristotel, putem găsi doctrine speculative subiacente concepţiilor dogmatice.

Se pot aduce numeroase obiecţii împotriva elucubraţiilor speculative, în general, şi împotriva anumitor forme de realism platonic în special, cu privire la logică şi la matematică. Ne vom limita la platonismul comun:

1. Acesta nu explică, în mod suficient de clar, faptul că teoriile logico-matematice pot fi dialectizate. De exemplu, este dificil pentru platonician să depăşească paradoxurile teoriei mulţimilor, ca acelea ale lui Russell, Cantor şi Burali–Forti; toate explicaţiile şi soluţiile menite a le evita apar, din punct de vedere platonician, ca fiind artificiale şi *ad hoc*.

2. Cunoaşterea directă a unor universalii bine determinate al căror studiu constituie finalitatea ştiinţelor formale, implică existenţa unei intuiţii intelectuale şi materiale, intuiţie combătută de Kant. De altfel, se va observa că intuiţia este dialectizabilă şi că, *eo ipso*, aşa cum vom vedea, structura proprie a universaliilor logico-matematice este şi ea dialectizabilă, minând bazele platonismului ordinar.

3. Platonicienii ajung cu uşurinţă la nişte extreme care şochează simţul comun. De exemplu, Bertrand Russell, pe vremea când era platonician, credea că universaliile şi adevărurile ce se referă la ele sunt eterne şi independente de existenţa spiritelor care le cunosc. De aici se trăgea concluzia că, de pildă, conjuncţia «şi», cuantorul «toţi», precum şi legile care le guvernează, posedă o anumită demnitate ontologică neavând nicidecum de-a face cu gândirea care aparent le-a creat.

4. Un alt aspect discutabil este următorul: entităţile platoniciene se limitează la domeniul posibilului: cercul pătrat al lui Meinong şi mulţimea R a lui Russell nu există, nici nu subzistă. Cum vom vedea, există aici ceva extrem de îndoielnic.

5. În sfârşit – şi aceasta este principala obiecţie din punctul nostru de vedere –, dezvoltând o filozofie ştiinţifică, trebuie să evităm teoriile speculative, înlocuindu-le cu altele, pozitive. Speculaţia nu îşi are locul în *desideratum*-ul nostru[22].

Întrucât speculaţia constituie, în general, suportul şcolilor dogmatiste, ele nu mai pot fi, pe bună dreptate, considerate doctrine pozitive ale logicii şi ale matematicii; cum vom vedea, a cincia obiecţie este fatală, din punctul nostru de vedere, oricărei concepţii dogmatiste cu aspect speculativ.

Conform concepţiei dialectice, nucleul raţiunii este format astăzi din cele trei principii pragmatice, în special din primele două, şi din acela al constructivităţii. Raţiunea se poate exercita prin sisteme logice diferite de sistemul clasic: principiile pragmatice şi cel al constructivităţii nu constituie un sistem de ecuaţii determinând o soluţie. În realitate, există soluţii alternative şi complementare, supuse chiar contingenţelor istoriei raţiunii.

Următoarea comparaţie poate ilustra această explicaţie: nimeni nu neagă că metodologia a evoluat şi, aşa cum totul pare să o indice, nu există metodologie (ştiinţifică) absolută. Un studiu sumar al bibliografiei privind istoria şi metodologia ştiinţelor confirmă acest fapt. Foarte bine: apărătorii poziţiei dialectice susţin că în cazul logicii formale, ca expresie a legilor validităţii gândirii raţionale, se petrece ceva asemănător: ea nu rămâne imuabilă în decursul istoriei raţiunii, cum ar spune Brunschvicg, ea este imanentă acestei istorii, supusă tuturor vicisitudinilor.

Concepţia ce decurge în mod natural din istoria ştiinţelor formale este cea dialectică: ea nu încearcă nici să extrapoleze, nici să facă apel la speculaţie, deoarece istoria însăşi nu încurajează acest gen de procedee care ameninţă să distrugă toate castelele speculative ce îşi caută un loc în afara istoriei. Unele dintre concluziile cercetării pozitive şi ştiinţifice, prevăzută cu o dimensiune istorică, aşa cum o vom prezenta în această lucrare, pot fi anticipate (ele vor servi drept bază pentru a răspunde la întrebările formulate în *Introducere*):

I. Logica are o funcţie regulatoare cu privire la elaborarea contextelor expunerii şi la comunicare în general).

II. Deşi sunt posibile mai multe sisteme logice, alegerea unuia dintre ele într-un scop determinat nu este arbitrară, întrucât principiile pragmatice reduc mult libertatea acestei alegeri.

---

[22] Aceste critici nu se aplică tuturor formelor de platonism şi mai ales nu platonismului pe care îl vom apăra mai departe.

III. Limbajul uzual nu este supus decât în parte canoanelor logicii. Orice sistem logic constituie o extensie idealizată şi o perfecţionare a proceselor logice informale.

IV. Legile logicii nu pot fi justificate în mod empiric, aşa cum dorea, de pildă, Mill; dimpotrivă, ele diferă de legile ştiinţelor naturale. Cu toate acestea, necesitatea lor, opusă contingenţei ştiinţelor naturale, este mai degrabă aparentă decât reală. La urma urmei, acest caracter de relativă necesitate a normelor logice, care nu poate fi negat, provine din împrumutul de la sisteme de categorii raţionale adecvate ce satisfac principiile pragmatice şi constructive ale raţiunii.

V. Orice doctrină logică este în principiu dialectizabilă; în consecinţă, derivarea legilor logice din propoziţiile ontologice, din legile fiinţei, reprezintă un procedeu îndoielnic şi discutabil; acelaşi lucru se întâmplă cu derivaţia inversă; a infera teorii ontologice din logică.

Spiritul ce animă doctrina dialectică este foarte bine exprimat în următorul pasaj din Ortega y Gasset, deşi, în calitatea sa de bun filosof, filosoful spaniol exagerează şi deformează puţin situaţia reală:

«S-a întâmplat cu logicitatea acelaşi lucru ca în celelalte mari domenii ale ştiinţei: a fost temeinic explorată. Iar atunci când s-a dorit în mod serios să se construiască logica în mod logic – în logistică, în logica simbolică şi în logica matematică –, s-a observat că acest lucru era imposibil şi s-a descoperit că nu există nici un concept ultim şi identic din punct de vedere logic, că nu există lege despre care să putem fi siguri că nu implică contradicţia, că există legi care nu sunt nici adevărate nici false, că există adevăruri despre care se poate demonstra deşi nu sunt demonstrabile şi că există, astfel, adevăruri ilogice. *Ipso facto*, perspectiva s-a schimbat total o dată cu apariţia logicianului plămădit din ilogicitate, dispare *distanţa patetică existentă în celelalte forme de gândire*. Se dovedeşte acum că gândirea logică nu este o astfel de gândire – presupunând că aceasta ar exista –, şi că poate fi vorba doar de ideea unei gândiri imaginare; adică un simplu ideal şi o utopie ce se ignora pe sine. Creaţie a sfârşitului Greciei, *Logica* lui Aristotel este la fel de ireală – din raţiuni analoage – ca Republica lui Platon»[23].

Poate părea bizar că i-am clasificat pe Camap şi Quine printre dogmatici, întrucât aceşti filosofi nu par a se sprijini pe doctrine speculative pentru a-şi justifica ideile. În realitate, ei adoptă în multe dintre scrierile lor o atitudine analitică şi critică, similară celei din acest eseu. Este prin urmare necesar să justificăm includerea lui Carnap şi a lui Quine în sfera dogma-

[23] J. Ortega y Gasset, *Apuntes sobre el pensamiento, suteurgia y demiurgia*, Obras Completas, Revista de Occidente, Madrid, 1946–47, V, p. 524.

ticilor. Iar ceea ce vom spune cu privire la acest subiect are valoare generală, putându-se aplica și altor gânditori.

Trebuie să insistăm mai întâi asupra faptului că distanța stabilită de noi între dogmatici și dialecticieni nu are ambiția de a fi riguroasă. Iată motivele:

1. În elaborarea doctrinelor lor, adepții concepției dogmatice nu folosesc întotdeauna argumente speculative și, mai ales, metafizice. De exemplu Carnap apără logica tradițională, opunându-se sistemelor cum ar fi sistemul intuiționist, argumentând în mod pozitiv și negând complet legitimitatea speculației (dar, în fond, cum am mai arătat, negația speculației constituie o formă de speculație...). La rândul său Quine, deși adoptă în mai multe dintre lucrările sale o atitudine critică analoagă celei apărate aici, face apologia impenitentă a supremației și a caracterului cvasi absolut al logicii tradiționale.
2. Modul de a pune problema fundamentelor logicii variază în decursul vieții gânditorilor. Astfel, în anumite lucrări, Quine[24] pare a fi un continuator al logicismului, mergând pe urmele lui Frege și ale lui Russell; în altele, apără caracterul relativ al logicii[25], fără a prezenta însă vreo dovadă în acest sens; în sfârșit, în unele lucrări[26], el afirmă, cum am arătat mai sus, incontestabilitatea logicii clasice bazându-se pe argumente de tip gramatical, stimulate de cercetările lui Tarski. Totuși, cel mai surprinzător este cazul lui Bertrand Russell; am văzut deja că el a profesat la început platonismul și că, încercând să dezvolte o filozofie coerentă a logicii și a matematicii, a rămas într-o oarecare măsură fidel sistemului din *Principia* considerat a fi constitutiv pentru logică chiar și după ce a abandonat platonismul. Cu toate acestea, într-o scrisoare din ultimii săi ani de viață[27], el afirmă că logicile bivalentă și polivalentă sunt, ambele, legitime, fiecare dintre ele avându-și câmpul de aplicație adecvat. Iată motivele pentru care ni se pare interesantă o clasificare a contextelor expunerii în dialectică sau în dogmatică, în funcție de conținutul lor, și nu de autorii lor sau pur și simplu din comoditate, încercându-se etichetarea acestor autori ca dialecticieni sau dogmatici.

---

[24] W.O. Quine, «New foundations for mathematical logic», *American Math. Monthly*, 44 (1937), pp. 70–80, reprodus în *From a Logical Point of View*, Harvard University Press, Cambridge, 1953, și *Mathematical logic*, Harvard University Press, Cambridge, 1951.

[25] *Methods of Logic*, H. Holt, New York, 1950. Vezi în special introducerea acestei lucrări.

[26] *Philosophy of Logic*, Prentice – Hall, Englewood Cliffs, 1970.

[27] *Bertrand Russell responde*, Granica Editor, Buenos Aires, 1971, p. 154.

3. Brouwer, a cărui operă a contribuit la coroborarea unei anumite relativităţi a logicii, şi care era un adversar redutabil al şcolii tradiţionale, face parte în mod sigur dintre dogmatici: tezele brouweriene sunt radicale şi nu admit nici o relativizare.

De altfel, diferenţa teoretică între concepţiile dogmatice şi dialectice nu este bine definită. Există posibilitatea, dacă putem spune aşa, să se treacă fără discontinuitate de la orice curent dogmatic la o tendinţă dialectică dată: de aici se trage concluzia că respectiva clasificare are o valoare mai mult sau mai puţin comparabilă cu clasificarea fiinţelor vii în animale sau vegetale; meritul ei este înainte de toate didactic, ajutând ca expunerea să fie mai sistematică. Dar, pe de altă parte, nu ar fi întru totul corect să uităm că o astfel de clasificare nu este în întregime arbitrară şi capricioasă. Pentru dialecticianul tipic, în opoziţie cu dogmaticul tipic (fiinţe ideale, asemenea corpurilor rigide din mecanica raţională...), logica se află cufundată în istoria sa, pe care nu o poate transcende, ceea ce duce la un anumit relativism în domeniul ştiinţelor fonnale; la drept vorbind, nu există nici o doctrină imposibil de dialectizat.

În încheierea acestei secţiuni, un avertisment: este imposibil să criticăm în acest eseu toate teoriile pozitive ale logicii, care îi conferă logicii tradiţionale un *status* privilegiat. Ne vom mărgini să vorbim numai de unele aspecte ale câtorva dintre ele, care ne-au fost utile pentru a ne confirma convingerile. Astfel, vom avea de criticat anumite teze ale lui Quine. Se produce aici ceva similar cu ceea ce se petrece în ştiinţele naturale: când sunt propuse diferite teorii altemative care respectă criteriile ştiinţifice în vigoare, doar timpul şi evoluţia ştiinţei pot da verdictul final. În acest mod, disensiunile dintre teoriile pozitive ale logicii (şi ale matematicii) vor putea fi reglate doar de istorie: subtilităţile şi analizele critice reciproce ajută fără îndoială la clarificarea chestiunilor vagi şi a aspectelor controversate; cu toate acestea, sentinţa finală, atunci când ea este posibilă, îi revine istoriei.

2 logici non elementare şi logici heterodoxe

I. Noţiunea de consecinţă logică

Înainte de a trata subiectul propriu-zis al acestei secţiuni considerăm oportun să facem câteva comentarii cu privire la semnificaţia atribuită aici cuvântului «logică». Sensul său a fost «gravat» pe parcursul paginilor anterioare, până la a dobândi o anumită extindere şi a deviat poate de la accepţiunea sa obişnuită; cu toate acestea, întrebuinţarea acestui termen nu este arbitrară: este vorba de o accepţiune capabilă să capteze, practic, tot ceea ce are importanţă pentru expunerea noastră referitor la logica formală. De altfel, cum apare deja mai mult sau mai puţin clar, există în prezent un pluralism logic rezultând din existenţa diverselor sisteme logice distincte între ele, pe care nimic nu îl împiedică *a priori* să înlocuiască logica tradiţională în studiul anumitor zone obiective. Acest fapt, de care ne vom ocupa în capitolul de faţă, duce la relativizarea logicii fiind legat, totodată, de consecinţele dialectizării anumitor concepte fundamentale, precum cele de adevăr şi de falsitate.

Iată câteva semnificaţii ale cuvântului «logică», folosite deja în expunerea noastră:

1. Un sistem general de categorii şi de principii formale de inferenţă ce le corespund;
2. Orice versiune lingvistico-formală a unui astfel de sistem;
3. Ceea ce fac realmente logicienii din zilele noastre, dintr-un punct de vedere factual;

4. La fel pentru o epocă dată, de exemplu, *logica aristotelică*;
5. În mod similar, o poziție specifică în sânul logicii, având o *continuitate* istorică; este cazul logicii de tip tradițional;
6. Studiul comparativ al diferitelor sisteme logice;
7. Un studiu general, înglobând domeniile la care se referă cuvântul «logică» în diferitele accepțiuni date, *exempli gratia*, cazurile precedente.

Este important să înțelegem faptul că diferitele sensuri ale termenului, deşi departe de a rezulta din confuzii şi din lipsa unor distincții adecvate, sunt toate strâns legate între ele, astfel încât nu merită osteneala să le separăm de fiecare dată; logica este toate acestea şi ceva mai mult; dacă este necesar ca o anumită semnificație să fie discriminată, aceasta va reieşi foarte clar din context.

A deduce înseamnă a infera în conformitate cu sistemul logic *L*. Orice deducție conformă normelor lui *L* este validă în *L*. Orice inferență bine determinată care nu este validă conform lui *L* se numeşte inducție referitoare la *L*. Atât deducția cât şi inducția pot fi caracterizate numai cu ajutorul unui sistem *L*, instituindu-se ca *mecanisme formale* în relație cu *L*. Cu toate acestea, recunoaşterea *inducției non formale* este capitală şi pertinentă, ea fiind necesară, de pildă, în elaborarea unor sisteme de categorii logice atunci când se cer nişte schimbări fundamentale.

Datorită faptului că sistemele de categorii şi limbajul nu pot fi separate, semiotica este legată de logică. Într-adevăr, unele concepte semantice tipice, ca acelea de interpretare, adevăr, validitate şi model, se dovedesc indispensabile pentru dezvoltarea logicii timpului nostru, ceea ce odinioară nu apărea într-un mod atât de evident şi de profund. Mai mult, un sistem de categorii nu devine intersubiectiv, propriu unei utilizări ştiințifice, decât din momentul în care se condensează în structuri lingvistice obiective: de aici se trage concluzia că sistemele de categorii sunt totodată şi sisteme lingvistice, adică limbaje. În consecință, încercarea de a înlătura din logică problemele de ordin semiotic este zadarnică. (Am constatat deja că problemele pragmatice apar spontan în logică şi în matematică. Cât despre semantică şi sintaxă, nu mai este necesar să insistăm din nou asupra conexiunii lor strânse cu aceste ştiințe). Dacă din punct de vedere general logica se împarte în logică formală sau pură (ea este cea care ne interesează în primul rând în această lucrare) şi logică aplicată sau metodologie, putem foarte bine să credem că semiotica este o parte a logicii: partea pură a semioticii privind logica formală, şi partea aplicată, privind metodologia (de exemplu, genurile de definiții folosite în disciplinele empirice, câmpul de aplicare al metodelor lui Mill şi utilitatea calculului probabilităților pentru inferența inductivă). Să

semnalăm, totuşi, că acest mod de a privi relaţia între logică şi semiotică nu are decât o valoare didactică; există într-adevăr alte moduri de a stabili relaţii între aceste discipline. De altfel, dintr-un punct de vedere mai general, există diferite criterii la fel de acceptabile pentru a clasifica ştiinţele[1].

După aceste digresiuni, să trecem la tema centrală a prezentei secţiuni. Se întâmplă în mod curent ca expresia «logică elementară» să fie folosită pentru a desemna calculul predicatelor de ordinul întâi cu sau fără identitate, pentru această parte a logicii tradiţionale există sisteme axiomatice consistente, fiabile şi complete; se definesc uşor noţiunile de interpretare, formulă validă, enunţ adevărat într-o interpretare, model şi consecinţă logică. Dată fiind pertinenţa acesteia din urmă, să-i reamintim definiţia:

Fie Γ o mulţime de enunţuri şi F un enunţ. Spunem că F este o consecinţă logică a lui Γ, ceea ce se scrie $\Gamma \vdash F$, dacă orice model al enunţurilor lui Γ este de asemenea un model al lui F.

Logica este disciplina având printre obiectivele sale fundamentale studiul inferenţelor legitime, i.e. al inferenţelor astfel încât de fiecare dată când premizele sunt adevărate, concluzia este şi ea adevărată. Cu alte cuvinte, una din principalele finalităţi ale logicii este studiul relaţiei de consecinţă logică (sau de consecinţă semantică).

La nivelul logicii elementare se introduce fără dificultate noţiunea de consecinţă sintactică; *grosso modo*, enunţul F este consecinţa sintactică a unei mulţimi de enunţuri Γ, dacă F poate fi *derivat* din Γ prin regulile şi axiomele calculului de ordinul întâi, presupus a fi axiomatizat în mod adecvat. Dacă F este o consecinţă sintactică a lui Γ, se scrie $\Gamma \vdash F$.

Se demonstrează atunci că: 1. Dacă $\Gamma \vdash F$, atunci $\Gamma \models F$ (teorema fiabilităţii); dacă, $\Gamma \models F$ atunci $\Gamma \vdash F$ (teorema completudinii puternice a lui Gödel). Se constată astfel că logica elementară (tradiţională) este un edificiu armonios, reflectând în mod optimal anumite aspecte ale activităţii raţionale. În mod special, orice teorie a silogismului lui Aristotel se inserează, mai degrabă ca o mică parte, în logica elementară: aceasta din urmă este în mod strict mai puternică decât silogistica, fapt ce rezultă din decidabilitatea teoriei silogismului şi din indecidabilitatea logicii elementare.

Dacă ne situăm la nivelul logicii elementare, s-ar părea că ea reflectă fidel mecanismul deductiv: într-adevăr, nu ne conduc oare întotdeauna deducţia şi raţionamentul de la nişte premize adevărate la nişte concluzii adevărate? Iar semnificaţia informală a teoriilor fiabilităţii şi a completudinii

---

[1] Un alt mod de a sistematiza interconexiunea între logică (matematică) şi semiotică este prezentat în articolul nostru «Sobre a teoria lógica da linguagem», *Revista Brasileira de Filosofia*, VIII (1958), pp. 58–70.

nu este oare tocmai aceea că toate deducţiile elementare şi numai ele sunt colectate prin calculul predicatelor de ordinul întâi? Dacă comparăm ideea informală şi naivă despre deducţie cu formulările precise, atât semantice cât şi sintactice, ale conceptului de consecinţă în logica elementară, pare just să afirmăm că ele constituie o formă exactă şi precisă a acestei idei ingenue. Pe lângă aceasta, teoremele logicii elementare sunt adevărate pentru orice interpretare; este o transpunere mai riguroasă a concepţiei lui Leibniz potrivit căreia legile logice sunt adevărate în toate lumile posibile. În rezumat, logica elementară apare, *prima facie*, absolută şi perfectă, nefiind la îndemâna unei analize critice oarecare; situaţia sa este identică cu aceea în care se credea că se află silogistica.

Se pot face numeroase reproşuri la adresa aserţiunilor precedente. Obiecţia cea mai importantă ce se poate aduce pretinsului caracter absolut al logicii tradiţionale şi în special părţii sale elementare este aceea că există *logici heterodoxe* (adică profund diferite de logica tradiţională); vom vorbi despre ele în secţiunea 7. În secţiunile următoare vrem să dovedim, fără a recurge la sistemele heterodoxe, că logica tradiţională clasică, indiferent de forma în care se prezintă, nu este absolută: ea este în mod evident dialectizabilă, de unde relativitatea sa. Altfel spus, nici o sistematizare a logicii tradiţionale nu se bucură de privilegiul unităţii specifice, întrucât există diferite sisteme logice cu caracter clasic care diferă între ele; există numeroase astfel de sisteme, după cum există şi numeroase geometrii matematic posibile.

II. Problema marii logici

Raţionamentul deductiv nu se integrează total în logica elementară. În cazul matematicii, de exemplu, este necesar să recurgem la instrumente logice mai puternice. Pe terenul clasic, logica elementară poate fi întărită pe două căi distincte: prin teoria mulţimilor sau prin calculul predicatelor de ordin superior (teoria tipurilor). În rezumat, trebuie elaborată o *mare logică* sau o *logică non-elementară*. O astfel de construcţie generează probleme de natură mai complexă decât cele întâlnite în cazul logicii elementare şi care sunt întru totul pertinente pentru înţelegerea logicii.

Lărgirea logicii elementare în scopul obţinerii unei mari logici trebuie să facă faţă, aşa cum se ştie[2], unui obstacol foarte greu de depăşit: *paradoxurile logice*.

[2] Vezi, de exemplu, următoarele lucrări: D. Hilbert şi W. Ackermann, *Principles of Mathematical Logic*, Chelsea, New York, 1950 şi W.S. Hatcher, *Fondations of Mathematics*, Saunders, Philadelphia, 1968.

Încă din antichitate se cunoştea paradoxul mincinosului, care a avut numeroase formulări. Cea mai simplă este următoarea: fie enunţul

A) *A* este fals.

Atunci, dacă *A* este adevărat, *A* este fals; iar dacă *A* este fals, *A* este adevărat. Astfel, *A* este adevărat dacă şi numai dacă *A* este fals, ceea ce este absurd.

Fie enunţurile:

B) *C*, mai jos, este adevărat.

C) *B*, mai sus, este fals.

Se poate dovedi cu uşurinţă că *B* este adevărat dacă şi numai dacă el este fals, la fel şi pentru *C*. Acest paradox este o variantă a precedentului.

Ne-am ocupat deja mai înainte de paradoxul lui Russell. Vom reaminti acum alte două paradoxuri ale logicianului englez.

Următorul principiu pare natural şi intuitiv:

P_1) Orice expresie cu sens, $F(X)$, adevărată pentru anumite valori ale lui X şi falsă pentru altele, determină un predicat care este caracteristic obiectelor ce satisfac $F(X)$.

În simboluri, P_1 poate fi exprimat după cum urmează:

$$\exists P \forall X \quad (P(X) \leftrightarrow F(X)) \tag{1}$$

Să presupunem că variabila X reprezintă predicate. Atunci formula $\neg X(X)$ înseamnă că X nu posedă proprietatea X. Din (1), decurge:

$$\exists P \forall X \quad (P(X) \leftrightarrow \neg X(X)), \tag{2}$$

de unde

$$\forall X \quad (R(X)) \leftrightarrow \neg X(X)), \tag{3}$$

adică R este predicatul definit prin $\neg X(X)$.

Din (3) decurge:

$$R(R) \leftrightarrow \neg R(R),$$

de unde se deduce fără dificultate faptul că:

$$R(R) \wedge \neg R(R). \tag{4}$$

Dar (4) este o contradicţie.

P_1 poate fi generalizat la predicate sau (relaţii) n - are, $n \geq 2$. Pentru $n = 2$, de exemplu, avem:

P_2 $\exists P \forall X \forall Y \quad (P(X,Y) \leftrightarrow F(X,Y))$.

În locul lui $F(X,Y)$, se pune atunci $\neg X(X,Y)$, ceea ce dă:

$$\exists P \forall X \forall Y \quad (P(X,Y) \leftrightarrow \neg X(X,Y)), \tag{5}$$

şi, procedând în mod analog celui prin care am trecut de la (2) la (3), urmează că:

$$\forall X \forall Y \ (R_2(X,Y) \leftrightarrow \neg X(X,Y)); \tag{6}$$

din (6) se obţine:

$$R_2(R_2,R_2) \leftrightarrow \neg R_2(R_2,R_2),$$

şi

$$R_2(R_2,R_2) \wedge \neg R_2(R_2,R_2),$$

ceea ce dă o nouă contradicţie.

Paradoxurile lui Russell au fost descoperite în jurul anului 1900 şi publicate în anul 1903.

Un alt paradox surprinzător şi bine cunoscut este acela al lui Grelling (1908). Un adjectiv, adică un cuvânt desemnând un atribut, este numit *autologic* sau *heterologic* după cum posedă sau nu atributul pe care îl desemnează. (Printre adjectivele heterologice se află toate cele care desemnează atribute pe care cuvintele nu le pot poseda). Astfel, «polisilabic» şi «român» sunt autologice; «brazilian» şi «raţional» sunt heterologice. Aparent, definiţia adjectivului heterologic este perfect normală şi inofensivă. Totuşi, se poate arăta că adjectivul «heterologic» este heterologic dacă şi numai dacă el nu este heterologic.

În teoria mulţimilor sunt celebre paradoxurile lui Cantor şi Burali–Forti. Primul a fost publicat în anul 1903 de B. Russell, care l-a redescoperit independent de Cantor, iar cel al lui Burali–Forti a apărut în anul 1897. Cantor a cunoscut aceste paradoxuri cu mult înainte de publicarea lor, dar nu le-a comunicat decât în particular.

Paradoxul lui Cantor scoate în evidenţă existenţa unor dificultăţi profunde legate de noţiunile de număr cardinal şi de mulţime universală, pe când cel al lui Burali–Forti certifică acelaşi lucru în cazul numărului ordinal.

Alte paradoxuri demne de a fi menționate sunt cele ale lui König (1905) privind cel mai mic ordinal ce nu poate fi definit printr-un număr finit de cuvinte, și cel al lui Richard (1905) referitor la numerele reale ce pot fi definite prin expresii compuse dintr-un număr finit de cuvinte.

Propoziții precum cele pe care le vom enunța mai jos au fără îndoială un caracter logic, deși se situează în afara domeniului logicii elementare:

I) Fiind dat un predicat oarecare P și un obiect oarecare x, x posedă P sau x nu posedă P. (În simboluri: $\forall P \forall x (P(x) \vee \neg P(x).)$

II) Fiind dată o clasă oarecare x, există o clasă formată numai din obiecte y care aparțin cel puțin unui element al lui x. (În simboluri: $\forall x \exists z \forall y (y \in z \leftrightarrow \exists t (t \in x \wedge y \in t)).)$

I și II sunt exemple de propoziții cu caracter logic care indică cele două căi naturale ce permit extinderea logicii elementare conducând astfel la o *mare logică* sau la o *logică de ordin superior*: calculul predicatului de ordin superior și teoria mulțimilor. Conform terminologiei tradiționale, prima cale este *intensională* și cea de a doua *extensională*. Dată fiind situația, sarcina principală a logicii non elementare constă în depășirea acestor antinomii.

Au fost propuse numeroase soluții pentru a rezolva problema ridicată de paradoxuri. Însă cea mai mare parte dintre ele se resemnează, asemenea celei a lui Koyré, să arate cu degetul pretinsele erori comise în derivarea respectivelor paradoxuri, în timp ce problema centrală constă în elaborarea unor logici non elementare care să permită în mod sistematic evitarea paradoxurilor.

Primele tentative de construire a unei mari logici care să permită eliminarea paradoxurilor au aparținut lui Russell și Zermelo, ambele datând din anul 1908. Ne vom ocupa acum de teoria lui Russell și vom vorbi mai amănunțit despre cea a lui Zermelo în secțiunea următoare.

Ideea centrală a filosofului englez constă în a presupune că indivizii, predicatele (monadice, diadice...) și propozițiile nu aparțin toate aceluiași *tip logic*. Să ne reamintim limbajul T descris în secțiunea 6 din capitolul precedent: fiecărui simbol trebuie să i se asocieze tipul său, astfel încât secvența simbolurilor care nu respectă restricțiile formulate pentru construirea formulelor și a termenilor să nu poată fi considerate ca expresii prevăzute cu sens. Astfel, de exemplu, expresia $P(P)$ nu are sens din punct de vedere sintactic; ea nu este o formulă a lui T pentru că se abate de la constrângerile impuse în definiția formulelor. Grație ierarhiei tipurilor, anumite paradoxuri, ca acela al lui Russell referitor la predicație, sunt rezolvate automat, întrucât expresiile care le provoacă sunt lipsite de sens.

Totuşi, pentru a elimina toate paradoxurile descoperite, Russell a fost nevoit să introducă pentru fiecare tip o ierarhie a *ordinelor*, aceasta formează aşa zisa teorie ramificată[3] a tipurilor sau, ceea ce este acelaşi lucru, calculul predicatelor ramificat de ordin superior. În pofida meritelor sale, această teorie este cu adevărat prea complicată şi, aşa cum vom vedea, cuprinde printre postulatele sale axioma reductibilităţii, care a generat dezbateri animate; ea este astăzi practic abandonată ca fundament al matematicii tradiţionale[4].

Având în minte natura dificultăţilor provocate de paradoxuri, mijlocul rezonabil de a le evita constă, mai întâi, în a izola pasajele logic inadmisibile în raţionamentele care le produc, printr-o analiză critică adecvată; este vorba apoi de a restructura formal logica naivă a discursului ordinar, având grijă de a prescrie reguli capabile să elimine pasajele greşite. Pentru a face acest lucru, Russell a creat, aşa cum am spus deja, teoria ramificată a tipurilor (sau calculul predicatelor de ordin superior pornind de la care ea se constituie). Referitor la acest subiect, Russell şi Whitehead scriu următoarele:

«O analiză a paradoxurilor care trebuie evitate arată că ele rezultă toate dintr-un fel de cerc vicios. Cercul vicios respectiv rezultă din presupunerea că o colecţie de obiecte conţine obiecte definibile doar în raport cu colecţia luată ca un tot. Astfel, de exemplu, se poate presupune că colecţia de *propoziţii* conţine o propoziţie care afirmă că „toate propoziţiile sunt adevărate sau false". S-ar părea totuşi că o astfel de afirmaţie să nu fie acceptabilă, doar dacă nu cumva „toate propoziţiile" trimite la o anumită colecţie preliminar definită, în care caz nu ar mai putea fi create noi propoziţii cu ajutorul unor afirmaţii referitoare la „toate propoziţiile". Trebuie atunci să declarăm că afirmaţiile referitoare la „toate propoziţiile" sunt lipsite de sens. Dar, în general, dată fiind o mulţime oarecare de obiecte, dacă presupunem că ea poate fi luată ca un tot şi că de aici rezultă că ea posedă elemente ce presupun această totalitate, atunci mulţimea în cauză nu poate fi luată ca un tot. Când spunem că o mulţime „nu poate fi luată ca un tot", aceasta înseamnă că nici un enunţ cu sens nu poate menţiona „toate elementele". Aşa cum ne arată exemplul menţionat, clasa propoziţiilor trebuie considerată ca o mulţime ce nu poate fi luată ca un tot.»[5]

---

[3] Cu privire la teoria tipurilor ramificată, a se consulta lucrările următoare: A.N. Whitehead şi B. Russell, *Principia Mathematica*, Cambridge University Press, Cambridge, vol. I (ediţia a doua), 1925; D. Hilbert şi W. Ackermann, *Grundzüge des theoretischen Logik*, Springer, Berlin, prima ediţie, 1928, ultimul capitol, unde este vorba despre teoria tipurilor ramificată (în ediţiile ulterioare, autorii nu tratează decât despre teoria tipurilor simplă); şi W.S. Hatcher, *Foundations of Mathematics*, citată deja, vezi mai ales capitolul 4.

[4] Să notăm că în logica de ordin superior cuvântul «ordin» are două semnificaţii distincte: poate fi vorba de *ordin* în sensul dat de Russell, sau de *ordin* conform unei accepţiuni despre care vom vorbi mai încolo.

[5] Whitehead şi Russell, *Principia Mathematica*, vol. I, p. 36.

După Russell, totalităţile nelegitime sunt eliminate graţie principiului cercului vicios: «Nu tot ce pune în joc totalitatea unei colecţii poate fi membru al acestei colecţii»[6], sau invers: «Dacă admitem că o colecţie poate fi luată ca un tot şi că datorită acestui lucru ea conţine elemente ce nu pot fi definite decât din perspectiva acestei totalităţi, atunci această colecţie nu poate fi luată ca un tot»[7].

Atunci când o entitate oarecare este definită violându-se principiul cercului vicios, spunem că definiţia corespunzătoare este nepredicativă. Cum putem constata pornind de la explicaţia precedentă, Russell crede că paradoxurile provin din definiţiile nepredicative. Aceasta era şi părerea lui Poincaré care afirma necesitatea de a elimina definiţiile nepredicative din matematică, deşi nu a pus niciodată în practică această teză.

Având ipotetic o mare doză de evidenţă şi de natural, teoria tipurilor a fost propusă drept reconstrucţia dezirabilă a logicii uzuale. În arierplanul tuturor acestor dificultăţi se afla problema cercului vicios şi, de fapt, dacă se respectă ierarhia russelliană a tipurilor şi a ordinelor, paradoxurile dispar.

Dar putem oare considera teoria ramificată a tipurilor ca soluţia adecvată şi definitivă a aporiilor semantice şi logice? Nu, şi aceasta din următoarele motive:

1. Restricţiile inerente teoriei ramificate împiedică dezvoltarea completă a matematicii tradiţionale. În analiză, de exemplu, avem neapărat nevoie de concepte definite în mod nepredicativ, cum se întâmplă chiar în teoria numerelor reale. (Conform ideilor lui Dedekind, demonstraţia faptului că o mulţime de numere reale, limitată la dreapta, are un majorant, conţine deja nonpredicativitate). Pentru a putea reconstrui matematica, Russell a trebuit aşadar să introducă axiomele numite ale reductibilităţii, care nu constituie de fapt altceva decât eliminarea ierarhiei ordinelor în interiorul matematicii pure. Mai mult, aceste axiome nu au un caracter logic şi sunt cel mult un expedient *ad hoc* pentru a include matematica în interiorul teoriei ramificate.

2. Poziţia subiacentă, în mod implicit sau explicit, matematicii tradiţionale este o formă a realismului platonician; or, dacă entităţile matematice nu sunt create de matematician ci descoperite de el, teoria ramificată nu poate fi justificată, această teorie bazată pe axiomele reductibilităţii nu este plauzibilă decât dacă ne asumăm o atitudine constructivistă; nu ne este permis să folosim definiţii

[6] *Ibid.*
[7] *Ibid.*

nepredicative în *construcţia efectivă* a obiectelor matematice. Astfel, s-ar părea că există o anumită incompatibilitate între *filosofia* subiacentă matematicii tradiţionale şi teoria ramificată.

3. Aşa cum este prezentată în *Principia*, logica este *unică* şi *absolută*; teoria tipurilor constituie soluţia antinomiilor şi nu putem cădea la învoială cu ea. Pentru a ne putea exprima raţional trebuie să respectăm ierarhia tipurilor şi a ordinelor. Cu toate acestea, cum putem discuta despre ierarhia însăşi, aşa cum au făcut Russell şi Whitehead, dacă, pentru a o face, trebuie să ne situăm în afara ei? Există aici un fel de nouă aporie.

Dacă observăm paradoxurile, constatăm la prima vedere că ele sunt de două feluri (distincţie datorată lui Ramsey şi Chwistek): cele care pun în joc noţiuni semantice (adevăr, denotaţie, definibilitate), ca paradoxul mincinosului sau paradoxurile lui Grelling şi Richard); şi cele care nu fac să intervină astfel de noţiuni, ca paradoxurile lui Russell, Cantor, Burali–Forti. Primele se numesc paradoxuri semantice, iar celelalte, paradoxuri logice propriu-zise.

După cum au observat Ramsey şi Chwistek, pentru a rezolva antinomiile nu avem nevoie de teoria ramificată: teoria simplă a tipurilor – cea conţinută în esenţă în limbajul nostru T – se dovedeşte suficientă. Într-adevăr, paradoxurile semantice sunt evitate prin simplul fapt că nu pot fi formulate, cel puţin direct, în T. Cât despre paradoxurile logice propriu-zise, excluderea lor este imediată, deoarece sintaxa lui T clasează combinaţiile simbolice care le provoacă în categoria expresiilor lipsite de sens. Întrucât matematicile uzuale pot fi stabilite pe baza teoriei simple, se atrage concluzia că ea este superioară teoriei ramificate, ca fundament al ştiinţelor formale din punct de vedere clasic.

La urma urmei, în cazul în care dorim să dezvoltăm un gen de matematică unde nu se admit definiţiile nepredicative, aşa cum a încercat Weyl[8], teoria ramificată se dovedeşte pertinentă.

În afară de teoria tipurilor (sau a calculului predicatelor de ordin superior), există şi un alt mod de a elabora logica nonelementară al cărei pionier a fost Zermelo: cu ajutorul teoriei mulţimilor. Deoarece teoria naivă, aşa cum a elaborat-o Cantor, este inconsistentă, atunci când vorbim de teoria mulţimilor înţelegem cel mai adesea prin aceasta unul dintre sistemele care încearcă să cuprindă nucleul lui Cantor, fără a conduce totuşi la contradicţii.

---

[8] H. Weyl, *Das Kontinuum*, Veit, Leipzig, 1918.

Principalele sisteme ale teoriei mulţimilor sunt cele ale lui Zermelo–Fraenkel, von Neumann, Bernays–Gödel, Kelley–Morse şi teoriile *ML* şi *NF* ale lui Quine. Dar toate sistemele propuse până astăzi ca restaurare a operei lui Cantor şi diferitele forme ale teoriei tipurilor nu sunt echivalente între ele. Astfel, de exemplu, în *NF* se poate demonstra axioma infinitului, ceea ce nu este cazul nici în teoria tipurilor, nici în primele trei sisteme citate la începutul acestui paragraf, în situaţia în care ele ar fi consistente Pe lângă aceasta, axioma alegerii este independentă de celelalte postulate proprii sistemului lui Zermelo–Fraenkel, presupunând că ele ar fi compatibile (rezultatul lui Gödel şi Cohen), în timp ce ea este falsă în *NF*. Alt exemplu: în teoria tipurilor nu poate fi reconstituită decât o mică parte a cardinalelor şi a cardinalelor cantoriene, ceea ce nu este cazul în sistemele teoriei mulţimilor utilizate, de regulă, în matematică. Există, prin urmare, un pluralism chiar în inima logicii de tip clasic. În practică, se poate utiliza un sistem sau un altul. Astfel, unitatea logicii elementare se rupe atunci când se trece la logica non elementară.

În acest moment, se impun câteva concluzii:

1. Sistemele logicii non elementare nu rezolvă, *stricto sensu*, paradoxurile; se întâmplă doar ca în astfel de sisteme antinomiile să nu apară în aparenţă, în virtutea folosirii unor expediente *ad hoc* ce servesc la a le ocoli. Pentru a rezolva antinomiile, ar trebui să se dezvolte o teorie naturală, bazată pe principiile evidente raţional, permiţând evitarea raţionamentelor ce duc la ele; Russell credea că a realizat acest lucru prin teoria tipurilor, dar astăzi ştim că se înşela.

2. Logicile non elementare existente se deosebesc mult între ele, astfel încât noţiunea de lege logică este îndoielnică şi ambiguă.

3. În consecinţă, aşa cum se va vedea mai amănunţit în cele ce urmează, în logica non elementară nu exisă un concept de consecinţă (sau de inferenţă validă) unic şi bine definit.

Pentru a completa observaţiile precedente privind marea logică, deschidem o paranteză spre a face câteva comentarii istorice.

Din punct de vedere istoric, legile logice nu se supun spiritului în mod nemijlocit şi absolut. Este suficient să ne amintim că raţionamentul apagogic a fost greu acceptat de greci ca formă universal validă de inferenţă. De fapt, atunci când folosim *reductio ad absurdum*, de exemplu în demonstraţiile geometriei ordinare, trebuie să admitem negaţia tezei propoziţiei pe care vrem să o stabilim şi să demonstrăm că acest fapt duce la absurd; de aici se inferează că teza rezultă din ipoteză. Dar unii geometrii greci argumentau

că un astfel de procedeu implică posibilitatea de a raţiona în mod logic cu date absurde. Or, o astfel de presupoziţie le părea total lipsită de semnificaţie sau pur şi simplu falsă. A trebuit să treacă multă vreme până când metoda reducerii la absurd să se impună ca formă legitimă de raţionament, mai ales datorită faptului că nu era posibil să se procedeze în mod direct pentru a demonstra anumite enunţuri. Astfel, ori de câte ori avea posibilitatea, matematicianul grec înlocuia demonstraţiile indirecte cu demonstraţii directe (preferându-le, dintre ele, pe acelea care aveau un caracter constructiv). Tot cu privire la demonstraţiile prin reducere la absurd, sunt bine cunoscute obiecţiile lui Malus la adresa celebrului memoriu al lui Cauchy asupra poliedrelor şi a stabilirii numărului de specii de poliedre conexe.

Nimic nu justifică stăruinţa la infinit asupra reflecţiilor istorice pentru a dovedi următorul lucru: legile logice sunt descoperite şi perfecţionate *pari passu*, aşa cum se întâmplă cu legile ştiinţifice în general, deşi evoluţia lor este mai lentă, din raţiuni evidente. Nu credem, aşadar, că merită osteneala să insistăm asupra acestui subiect.

Este totuşi interesant să analizăm un alt aspect al dezvoltării logicii pentru a confirma punctul nostru de vedere. Aparent, logica tradiţională, prematematică sau prelogistică, a rămas imuabilă de-a lungul istoriei. Partea sa esenţială – teoria silogismului – a rămas neschimbată. Acest lucru s-a întâmplat fără nici o îndoială cu partea operatorie a logicii (care conţine o întreagă serie de contradicţii şi de erori asupra cărora nu vom insista). Dar partea subiacentă corpului operator s-a modificat radical în decursul timpului. Din acest punct de vedere, logica tradiţională s-a transformat mult de la crearea sa de către Aristotel: imuabilitatea sa, atât de des evidenţiată, apare acum puţin iluzorie. Să dăm câteva exemple.

Pentru Stagirit, legile logice sunt legi ale fiinţei. În spatele lumii aparenţelor, al schimbărilor, se află realitatea imuabilă a fiinţei căreia categoriile îi determină forma discursului şi a activităţii raţionale. Substratul care validează conexiunile logice se află în lucrurile însele. Raţiunea nu operează în mod legitim decât atunci când respectă şi reflectă ordinul real al fiinţei. Inferenţa depinde de relaţiile între lucruri şi atributele lor. Pe scurt, logica se întemeiază pe o concepţie metafizică despre lume. Principiile identităţii, noncontradicţiei şi terţului exclus, de exemplu, constituie în mod primordial legi ale fiinţei. Ele rezultă dintr-o doctrină statică a realului: fiinţa este fixă şi permanentă: de aici, a fi mereu identic cu sine (principiul identităţii), a nu putea fi şi nu fi în acelaşi timp (legea noncontradicţiei) şi a trebui să fii sau să nu fii, fără nici o altă alternativă (*tertium non datur*). Astfel de principii constituie legi ontologice şi, în al doilea rând, norme logice.

Doctrina aristotelică a logicii a suferit transformări profunde în perioadele ce au urmat. Nu vom aborda toate vicisitudinile pe care le-a cunoscut poziția subiacentă părții formale și operatorii a logicii pentru a arăta că s-au produs de fapt multe modificări. Va fi suficient să amintim ideile lui Kant (care a afirmat, de altfel, că logica formală nu a făcut nici un pas înainte și nici unul înapoi de la crearea sa de către Aristotel).

Din criticismul kantian rezultă o doctrină a logicii total diferită de cea a lui Aristotel. Și este lesne de înțeles că o poziție ca aceea a Stagiritului conduce în mod natural la a insista asupra caracterului absolut al logicii, în timp ce poziția kantiană, cel puțin prin anumite aspecte ale sale, ne conduce la relativizarea sistemelor logice.

Deci, rezumând, nu doar contrapartea formală și operatorie a logicii evoluează: însuși corpul doctrinei ce îi este subiacentă suferă neîncetat transformări radicale. Ar fi naiv să credem că în viitor situația se va stabiliza. Din acest punct de vedere, științele formale nu diferă esențial de științele realului.

Să închidem acum paranteza istorică și să revenim la teoria tipurilor.

Limbajul *T*, descris în secțiunea 6 din capitolul I, reprezintă punctul de plecare pentru formularea unei teorii simple a tipurilor sau, ceea ce este același lucru, a calculului predicatelor de ordin superior (bazat pe ea). Conform interpretării naturale a genurilor sintactice ale lui *T*, există un domeniu nevid *D* de obiecte, iar constantele și variabilele unui tip dat *t* *reprezintă* entitățile acestui tip *t* obținute pornind de la *D*. Astfel, variabilele și constantele de tip *i* se referă la elemente ale lui *D*, cele de tip *p* la propoziții și cele de tip $t = < t_1, t_2, ..., t_n >$, la predicate de tip *t*[9]. Pentru a evita complicațiile inutile, vom lăsa deoparte, în cele ce urmează, operatorii care formează termeni prin legarea unor variabile.

Postulatele calculului predicatelor de ordin superior (sau de ordinul ω), și anume, axiomele și regulile de inferență, sunt următoarele:

1. Postulate ale calculului propozițional:

A, B și C sunt formule ale lui *T*:

$\rightarrow$ 1) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

$\rightarrow$ 2) $A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$

$\rightarrow$ 3) $A, A \rightarrow B / B$

---

[9] Referitor la acest subiect, vezi lucrările lui Church, Hilbert și Ackermann și ale lui Hatcher citate anterior.

$\wedge$ 1) $A \wedge B \to A$

$\wedge$ 2) $A \wedge B \to B$

$\wedge$ 3) $A \to (B \to A \wedge B)$

$\vee$ 1) $A \to A \vee B$

$\vee$ 2) $B \to A \vee B$

$\vee$ 3) $(A \to C) \to ((B \to C) \to (A \vee B \to C))$

$\neg$1) $(A \to B) \to ((A \to \neg B) \to \neg A)$

$\neg$2) $\neg A \to (A \to B)$

$\neg$3) $A \vee \neg A$

2. Postulate cuantificării:

$A(X)$ este o formulă, X o variabilă, Q un termen de acelaşi tip ca X, C o formulă în care X nu este liber şi Q trebuie să fie liber faţă de X în $A(X)$:

$\forall$ 1) $(\forall X)A(X) \to A(Q)$

$\forall$ 2) $C \to A(X) / C \to (\forall X)A(X)$

$\exists$ 1) $A(Q) \to (\exists X)A(X)$

$\exists$ 2) $A(X) \to C / (\exists X)A(X) \to C$

3. Postulate separării (comprehensiunii sau de abstracţiei):

$F(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ este o formulă în care variabilele $X_1, \ldots, X_n$ de tipul $< t_1, t_2, \ldots, t_n >$ sunt libere şi P este o variabilă de tipul: $< t_1, t_2, \ldots, t_n >$:

$$(S) \qquad (\exists P)(\forall X_1)(\forall X_2)\ldots\ldots(\forall X_n)$$
$$(PX_1, X_2, \ldots, X_n \leftrightarrow F(X_1, X_2, \ldots, X_n))$$

Grosso modo, postulatul S afirmă că indiferent ce formulă

$$F(X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

în care variabilele $X_1, X_2, \ldots, X_n$ sunt libere, defineşte un predicat P care îi corespunde.

Postulatelor de mai sus le putem adăuga postulatul de extensionalităţii, alegerii şi al infinitului. (Identitatea este introdusă prin definiţia

$P = Q =_{df} (\forall X)(X(P) \leftrightarrow X(Q))$. Noțiunile de consecință sintactică, de formulă logic validă, de consecință semantică, de model etc., se conceptualizează în mod analog calculului predicatelor de ordinul întâi[10]. Apare atunci următoarea întrebare: se poate oare dovedi că sistemul axiomatic precedent (eventual lărgit) este complet? Adică, dacă $\Gamma \models F$, atunci $\Gamma \vdash F$? Răspunsul este negativ: în virtutea teoremei de incompletudine a lui Gödel, ştim că nu există sisteme de axiome, în sensul uzual, care să fie complet. Iar acest lucru este adevărat chiar dacă $\Gamma = \varnothing$. Apare aici o altă limită a logicii non elementare: legile sale (care sunt universal valabile şi formulabile în *T*) nu pot fi caracterizate axiomatic.

Din diverse rațiuni, se obişnuieşte să se facă o distincție între diferite sublimbaje ale lui *T*: de prim ordin, de al doilea ordin etc.; *T* în totalitatea sa este de ordinul ω.

Ordinul unui tip se defineşte în felul următor:

1. Ordinul lui *i* este O, iar cel al lui *p* este 1;
2. Fie $t = < t_1, t_2, ..., t_n >$, atunci ordinal lui *t* este cel mai mare ordin dintre $t_1, t_2, ..., t_n$, plus unu.

Acest lucru odată stabilit, în calculul primului ordin se folosesc termeni de ordinul 0 şi 1 şi nu se cuantifică decât variabilele de ordinul 0; în calculul celui de al doilea ordin se folosesc termeni de ordinul 0 şi 1 şi se cuantifică variabilele de ordinul 0 şi 1; în calculul celui de al treilea ordin se folosesc termenii 0, 1 şi 2 şi nu se cuantifică decât variabilele de ordinul 0 şi 1; în calculul celui de al patrulea ordin se folosesc termeni de ordinul 0, 1 şi 2 şi se cuantifică variabilele de ordinul 0, 1 şi 2 etc. În fine, în calculul de ordin ω se folosesc şi se cuantifică variabilele de orice ordin. (Este clar faptul că în calculul predicatelor de ordinul întâi, identitatea constituie o relație primitivă, introdusă cu ajutorul unor postulate potrivite).

Trebuie să inserăm aici o observație cu privire la *T*: din punct de vedere al logicii tradiționale, nu este necesar să folosim atâtea simboluri primitive câte am adoptat; astfel, de exemplu, este suficient să introducem $\vee, \neg$ şi $\exists$ pentru a defini ceilalți conectori şi cuantificatorul universal, ceea ce simplifică structura sintactică a lui *T*. Cu toate acestea, preferăm să procedăm în aşa fel încât să putem aplica *T* nu doar la domeniul logicii tradiționale, ci şi la alte logici cum ar fi logica intuiționistă şi logica intuiționistă minimală.

---

[10] Pentru detalii, cititorul poate consulta lucrările citate în nota precedentă.

III. Sistemul ZF

Ambiţia autorilor lucrării *Principia Mathematica* era, aşa cum am văzut, să fundamenteze matematica pe logică: există o logică unică, iar matematica este prelungirea ei naturală. Cu toate acestea, artificiile şi distincţiile inerente teoriei ramificate a tipurilor nu i-au satisfăcut pe matematicienii profesionişti, care s-au mulţumit în general să ridice din umeri. Nici chiar teoria simplă a tipurilor, ale cărei postulate au fost expuse în secţiunea precedentă, îmbogăţită cu axiomele separării, infinitului şi alegerii, nu i-a sedus pe matematicieni, deşi ea poate fi utilizată ca soclu al tuturor matematicilor uzuale. În paralel, şi în mare parte independent, s-a căutat deci să se stabilească o mare logică mai adaptată şi mai simplă. Elaborarea teoriilor axiomatice ale mulţimilor se datorează căutării unui fundament solid şi natural pentru matematica obişnuită.

Aşa cum a fost creată de Cantor, teoria mulţimilor, calificată astăzi drept teorie naivă, a candidat întotdeauna la funcţia de suport al tuturor matematicilor. O dată cu progresul teoriei cantoriene s-a constatat, *pari passu*, că ideile esenţiale ale matematicii puteau fi definite pornind de la conceptul de mulţime. Mai mult, ea asigura unitatea conceptuală a diferitelor discipline matematice. Cu toate acestea, o dată cu apariţia paradoxurilor au apărut şi unele îndoieli cu privire la fundamentele sale şi s-a dovedit indispensabil să fie reconstruită, recurgându-se în acest scop la metoda axiomatică. Şi, aşa cum am observat deja, s-a petrecut ceva surprinzător cu teoria mulţimilor: diversele reformulări propuse s-au dovedit a nu fi toate echivalente între ele. Din punctul nostru de vedere, acest fapt constituie sentinţa de condamnare la moarte a unităţii logicii non elementare şi, în general, a logicii.

Primul care a formulat o teorie axiomatică a mulţimilor a fost Zermelo (1908). Ulterior, Fraenkel şi Skolem, printre alţii, i-au perfecţionat teoria, cunoscută astăzi sub numele de teoria lui Zermelo–Fraenkel. De la publicarea sistemului lui Zermelo, numeroase alte sisteme şi-au făcut apariţia, de exemplu. acela al lui von Neumann, îmbunătăţit de Bernays şi Gödel, cele ale lui Quine şi Kelley–Morse[11]. De la Bernays încoace se foloseşte ca bază pentru astfel de sisteme calculul predicatelor de ordinul întâi (cu sau fără identitate). [Există teorii – teoriile numite heterodoxe – al căror schelet logic este alcătuit din calculele predicatelor nonclasice, dar nu ne vom ocupa de ele în această secţiune].

---

[11] În ceea ce priveşte sistemele de teorie a mulţimilor, vezi cartea lui Hatcher *Foundations of Mathematics.*

Ideea centrală a axiomatizării teoriei mulţimilor este bine rezumată în următorul pasaj din Zermelo:

«Teoria mulţimilor este ramura matematicii al cărei obiectiv constă în a studia matematic conceptele fundamentale de *număr, ordin* şi *funcţie*, în simplitatea lor primară şi de a dezvolta astfel fundamentele oricărei aritmetici şi ale oricărei analize; iar aceasta constituie o componentă indispensabilă a ştiinţei matematice. Dar existenţa acestor discipline pare a fi repusă astăzi în discuţie de anumite contradicţii sau „antinomii“ ce pot fi derivate din principiile lor – în aparenţă esenţiale pentru gândirea noastră –, şi care nu au fost până în prezent rezolvate în mod satisfăcător. În particular, în virtutea antinomiei lui Russell privind mulţimea tuturor mulţimilor ce nu se conţin pe sine, nu pare a ne fi astăzi permis să atribuim unui concept arbitrar oarecare, definit logic, o mulţime sau o *clasă* corespunzătoare extensiunii sale. Rezultă de aici că definiţia originară dată de Cantor unei mulţimi ca «o colecţie de obiecte ale intuiţiei noastre sau ale gândirii noastre, bine definite şi distincte, reunite într-un întreg», dobândeşte anumite limite, deşi nimeni nu a reuşit până astăzi să o înlocuiască cu o altă definiţie, la fel de simplă, care să nu poată fi pusă la îndoială. În aceste condiţii, nu avem altă alternativă decât să pornim de la teoria mulţimilor existentă istoric şi să căutăm principiile cerute ca bază a acestei teorii matematice. Problema trebuie rezolvată în aşa fel încât principiile să fie suficient de restrânse pentru a evita contradicţiile şi în acelaşi timp destul de puternice pentru a păstra tot ce are valoare în teoria respectivă.»[12]

Pasajul pe care l-am reprodus arată clar că, din punct de vedere istoric, axiomatizarea teoriei mulţimilor a constituit o soluţie extremă pentru depăşirea paradoxurilor şi, în acelaşi timp, pentru fundarea matematicii. Nu se poate spune că ea s-a născut în mod natural şi normal din evoluţia ştiinţei; dimpotrivă, ea prezenta anumite aspecte care i-au şocat pe contemporanii lui Zermelo, îndeosebi caracterul ei artificial. Poincaré a afirmat chiar că *Mengen* ale lui Zermelo nu erau mulţimile matematicianului. Dar, în zilele noastre, după atâţia ani în care am avut timp să ne obişnuim cu situaţia, există unii care cred că teoriile axiomatice ale mulţimilor au de fapt un anumit grad de claritate şi de evidenţă. Totuşi, unele dificultăţi ca acelea care au provocat crearea sistemelor axiomatice din teoria mulţimilor vor apărea probabil mereu în sânul disciplinelor formale. Astfel, opera lui Zermelo şi a continuatorilor săi confirmă teza dialectică în logică şi matematică. În ştiinţele formale, la fel ca în ştiinţele realului şi în conformitate cu metafora lui Gonseth, nu se merge din certitudine în certitudine şi din realitate în realitate, ci din orizont de certitudine în orizont de certitudine şi din orizont de realitate în orizont de realitate.

[12] E. Zermelo, Untersuschungen über Grundlagen der Mengenlehre, *Matehmatische Annalen*, 59 (1908), pp. 261–281. Reprodus în engleză în J. Van Heijenoort, *From Frege to Gödel*, Harvard University Press, Cambridge, 1967, pp. 199–215.

Vom descrie mai întâi în mod succint caracteristicile esenţiale ale teoriei lui Zermelo–Fraenkel (ZF).

Aşa cum am spus deja, logica subiacentă lui ZF este calculul predicatelor de ordinul întâi cu identitate (în anumite prezentări ale lui ZF, această relaţie este introdusă prin definiţie; în acest caz ne putem mulţumi să folosim calculul predicatelor fără identitate). ZF nu are decât un singur simbol de predicat specific: ∈ (simbolul apartenenţei). Astfel, simbolurile primitive ale lui ZF sunt următoarele:

1. Conectorii propoziţionali: un sistem de conectori este suficient pentru a-i defini pe toţi ceilalţi; de exemplu, ¬ (nu) şi ∨ (sau). În funcţie de aceştia pot fi definiţi ceilalţi conectori verifuncţionali; ne vom ocupa în special de conectorii referitori la implicaţie (→), la echivalenţă (↔) şi la conjuncţie (∧);
2. Cunatificatorul existenţial (sau cuantificatorul universal, dat fiind că se pot defini unul prin celălalt);
3. Variabilele: o colecţie infinit numărabilă de *variabile individuale*, non explicitate, care vor folosi intuitiv la a denota mulţimile (astfel de variabile vor fi în general reprezentate prin ultimele litere ale alfabetului latin).
4. Simbolurile identităţii şi ale apartenenţei: = şi ∈, care sunt simboluri ale predicatelor binare;
5. Parantezele: (,).

Se definesc, ca de obicei, conceptele de expresie ale lui ZF (secvenţă finită de ocurenţe ale simbolurilor primitive ale lui ZF), de formulă, de ocurenţă liberă a unei variabile într-o formulă etc., folosind, de asemenea, convenţiile sintactice obişnuite. Deoarece logica subiacentă lui ZF este calculul predicatelor de ordinul întâi cu identitate, noţiunile corespunzătoare, postulatele logice ale lui ZF (axiome logice şi reguli de inferenţă), de demonstraţie (formală), noţiunea de teoremă etc., sunt noţiunile obişnuite. Cât despre postulatele specifice lui ZF, le vom descrie. În formularea lor utilizăm diferite simboluri introduse prin definiţie, deşi nu formulăm definiţiile corespunzătoare, care sunt foarte cunoscute şi se întâlnesc în manualele curente.

Postulatele specifice lui ZF[13]:

(ZF_1) *Postulatul extensiunii*[*]: $\forall z(z\in x \leftrightarrow z\in y)\rightarrow x=y$.

---

[13] Nu vom explicita toate restricţiile ce trebuie impuse postulatelor lui ZF, întrucât ele nu ne interesează în mod direct.

[*] Inspirat, probabil, de axiomatizările din geometrie (vezi, de exemplu, postulatul paralelelor) autorul nu face nici o diferenţă între noţiunile de postulat şi axiomă. În realitate, cele două nu se identifică, postulatele fiind, de regulă, propoziţii pragmatice. În plus, dacă orice axiomă este, sau poate fi un postulat, nu orice postulat este neapărat o axiomă. (I. L.)

ZF_1 afirmă că dacă mulţimile x şi y posedă aceleaşi elemente, ele sunt identice. Date fiind proprietăţile identităţii, se demonstrează fără nici o dificultate că dacă x şi y sunt identice, ele au aceleaşi elemente.

(ZF_2) *Postulatul perechii*: $\forall x \forall y \exists z \forall t (t \in z \leftrightarrow t = x \vee t = y)$.

Acest postulat afirmă că, date fiind x şi y, există o mulţime în mod necesar unică drept consecinţă a lui ZF_1, alcătuită din x şi y şi numai din x şi y. O astfel de mulţime, numită pereche, formată din x şi y, se scrie $\{x, y\}$.

(ZF_3) *Postulatul reuniunii*: $\forall x \exists y \forall t (t \in y \leftrightarrow \exists z (t \in z \wedge z \in x))$.

ZF_3 înseamnă că dată fiind o mulţime x există mulţimea *reuniune* a lui x, i.e. mulţimea formată din toate mulţimile ce aparţin cel puţin unui element al lui x. Această mulţime este reprezentată prin $\cup x$, iar existenţa şi unicitatea sa sunt garantate de postulatele anterioare. Avem prin definiţie: $x \cup y = \cup \{x, y\}$.

(ZF_4) *Postulatul mulţimii părţilor*: $\forall x \exists y \forall t (t \in y \leftrightarrow t \subseteq x)$.

Postulatul ZF_4 afirmă existenţa mulţimii $P(x)$ a tuturor submulţimilor (sau părţilor) mulţimii x. Unicitatea lui $P(x)$ este o consecinţă a lui ZF_1.

(ZF_5) *Postulatul separării*: Fie $F(x)$ o formulă a lui ZF iar x şi y două variabile distincte; avem: $\forall x \exists y \forall x (x \in y \leftrightarrow F(x) \wedge x \in z)$.

ZF_5, care este o schemă de axiomă, garantează că dată fiind «proprietatea» exprimată de $F(x)$, există pentru orice mulţime x mulţimea tuturor elementelor lui z care satisfac $F(x)$. O astfel de mulţime, prin ZF_1, este unică.

Pornind de la postulatele anterioare se poate demonstra existenţa (şi unicitatea) mulţimii vide, $\varnothing$, existenţa (şi unicitatea) intersectării mulţimilor x şi y etc. Se conceptualizează cu uşurinţă noţiunile de pereche ordonată alcătuită din mulţimile x şi y, de relaţie, de funcţie etc.

(ZF_6) *Postulatul alegerii*:

$$\forall x (\forall y (y \in x \rightarrow y \neq \varnothing) \wedge \forall t \forall z (t \in x \wedge z \in x \wedge t \neq z \rightarrow t \cap z = \varnothing)$$

$$\exists t \left(t \subseteq \cup x \wedge \forall u \left(u \in x \rightarrow \exists u (t \cap u = \{v\})\right)\right).$$

Acest postulat, despre care am vorbit deja mai înainte, este cunoscut de asemenea sub numele de axioma lui Zermelo. Gödel a dovedit că dacă celelalte postulate specifice ale lui ZF sunt consistente, sistemul obţinut prin

adăugarea lui ZF_6 este şi el consistent. Cohen a arătat acelaşi lucru pentru negaţia lui ZF_6. Astfel, în cazul în care celelalte postulate ale lui ZF ar fi consistente, axioma lui Zermelo este independentă de aceste postulate.

(ZF_7) *Postulatul infinitului*: $\exists y\left(\varnothing \in y \wedge \forall x\left(x \in y \rightarrow x \cup\{x\} \in y\right)\right)$.

Axioma ZF_7 afirmă existenţa unei mulţimi infinite. Pornind de la postulatele precedente, este posibil să se definească noţiunile de mulţime finită, de mulţime infinită, de număr natural etc., precum şi să se demonstreze proprietăţile elementare ale acestor noţiuni.

(ZF_8) *Postulatul substituţiei*: Fie $F(x, y)$ o formulă unde variabilele distincte x şi y sunt libere şi, presupunând că u şi v sunt variabilele distincte şi diferite ale lui *x şi y*, avem:

$$\forall x \exists y F(x, y) \rightarrow \forall u \exists v \forall y\left(y \in v \leftrightarrow \exists x\left(y \in u \wedge F(x, y)\right)\right).$$

Faptul că $\forall x \exists y F(x, y)$ – i.e. pentru orice x există un singur y astfel încât $F(x, y)$ – se exprimă spunând că formula $F(x, y)$ este y – *funcţională*; iar elementul y asociat univoc de $F(x, y)$ cu x se numeşte F – *corespondentul lui x*. Deci putem enunţa ZF_8 după cum urmează: date fiind o mulţime oarecare u şi formula $F(x,y)$, y – funcţională, F – corespondenţii elementelor lui u formează o mulţime. (Această formulare i se datorează lui E. Farah).

Postulatul (sau schema de axiomă a) substituţiei a fost introdus de Fraenkel şi Skolem. El se dovedeşte indispensabil în studiul diverselor probleme de teorie a mulţimilor, deşi nu a fost inclus de Zermelo în axiomatica sa a teoriei mulţimilor.

Toate matematicile uzuale pot fi dezvoltate pe baza postulatelor ZF_1 – ZF_8. Cu alte cuvinte, toate ideile şi toate propoziţiile uzuale adevărate ale matematicii pot fi definite pornind de la noţiunea de mulţime şi demonstrate cu ajutorul postulatelor în discuţie (plus, evident, postulatele logice). Aceasta înseamnă că matematicile tradiţionale se reduc la teoria mulţimilor. Din raţiuni de ordin *estetic*, în scopul eliminării anumitor tipuri de mulţimi inacceptabile intuitiv, este practic să adăugăm la postulatele anterioare următorul postulat suplimentar:

(ZF_9): *Postulatul regularităţii*: $\forall x\left(x=\varnothing \vee \exists y\left(x \in y \wedge x \cap y=\varnothing\right)\right.$.

Un corolar, printre altele, al postulatului regularităţii este acela că nu există o mulţime x astfel încât $x \in x$. Acest postulat implică de asemenea faptul că, într-un sens precis, toate mulţimile se formează pornind de la

mulţimea vidă, prin operaţiile de reuniune şi de trecere la mulţimea părţilor unei mulţimi date.

În formularea lui ZF pe care am prezentat-o, domeniul obiectelor teoriei este format numai din mulţimi. Mai exact, domeniul variabilelor teoriei ZF este alcătuit numai din mulţimi. Cu toate acestea, postulatele propuse pot fi uşor modificate, astfel încât să se admită printre obiectele aparţinând domeniului teoriei şi obiecte care nu sunt mulţimi şi care în mod normal se numesc *atomi* (sau *indivizi* propriu-zişi). În axiomatica originală a lui Zermelo există atomi şi mulţimi. Dar, aşa cum a observat Fraenkel, pentru a funda matematica nu este cu adevărat nevoie de atomi: mulţimile sunt suficiente. De aici faptul că, în general, ZF se formulează excluzând atomii. Totuşi, este clar că din punct de vedere al aplicaţiilor, prezenţa atomilor este absolut pertinentă. Sistematizările obişnuite ale lui ZF cu atomi sunt echiconsistente cu ZF; i.e. ZF este consistentă dacă şi numai dacă aceste sisteme sunt consistente.

Cum am semnalat deja, ZF nu este singurul sistem al teoriei mulţimilor cu care se poate funda matematica uzuală. Totuşi, modul de a proceda pentru a funda această ştiinţă cu oricare alt sistem al teoriei mulţimilor este în esenţă acelaşi, de aceea este inutil să analizăm aici diferitele alternative ale lui ZF. Conform punctului de vedere formal şi matematic, reducerea matematicii la teoria mulţimilor se dovedeşte interesantă, căci se obţine o sistematizare organică şi armonioasă a matematicii, aparent sigură, în sensul că nu se pot deriva antinomiile cunoscute pornind de la ea (deşi nu există o dovadă convingătoare a acestui fapt). Dar, din punct de vedere analitic şi critic, situaţia nu pare atât de solidă.

În cele ce urmează vom examina anumite aspecte ale reducerii matematicii la teoria mulţimilor, care pot fi puse sub semnul întrebării. Majoritatea observaţiilor noastre este valabilă (cu unele adaptări) pentru orice sistematizare a acestei teorii, deşi ne referim numai la ZF. Mai mult, ele sunt valabile, de asemenea, pentru teoria tipurilor (şi pentru tentativele actuale de a folosi teoria categoriilor în locul teoriei mulţimilor ca bază matematică).[14]

Până la sfârşitul acestei secţiuni vom presupune că cititorul cunoaşte bine logica şi teoria mulţimilor.

Pentru a facilita expunerea, vom împărţi studiul pe care îl întreprindem asupra elementelor discutabile ale teoriei mulţimilor în patru grupe.

---

[14] Cu privire la diferitele sisteme pe care se poate întemeia matematica, a se consulta cartea lui Hatcher şi cea a lui A.A. Franckel şi Y. Bar – Hillel, *Foundations of Set Theory*, North – Holland, Amsterdam, 1958.

Observaţiile lui Skolem şi ale lui von Neumann

Într-o lucrare astăzi clasică, Skolem a subliniat câteva defecte ale teoriei mulţimilor a lui Zermelo[15]. O parte dintre ele au fost depăşite, în timp ce altele persistă şi constituie punctele slabe ale sistemelor axiomatice ale teoriei mulţimilor, în general, şi nu doar ale axiomaticii originare a lui Zermelo. Ne vom mărgini să tratăm două probleme ridicate de Skolem.

Atunci când se formulează o axiomatică referitoare la o teorie dată, simbolurile primitive şi axiomele se referă la un *domeniu de obiecte* care, într-un anumit sens, sunt definite implicit de sistemul axiomatic propus. În cazul teoriilor obişnuite, care presupun logica (şi teoria mulţimilor), această caracterizare implicită a domeniilor de bază ale teoriei nu prezintă nici o dificultate esenţială: diferitele domenii corespund diferitelor modele ale teoriei. Cu toate acestea, în cazul teoriei mulţimilor apare un cerc vicios: postulatele lui ZF (sau ale unui alt sistem oarecare) trebuie să definească *domeniul mulţimilor*: dar domeniul nu este oare o mulţime? Deci, pentru ca un sistem axiomatic să determine conceptul de mulţime, trebuie să ştim dinainte ce este o mulţime.

Această critică mai poate fi perfecţionată. Atunci când sunt analizate semantic, se constată că noţiuni ca acelea de variabilă şi de predicat presupun noţiunea de mulţime sau o altă noţiune echivalentă. Deci, dacă ar fi primitivă în mod radical, presupunând doar câteva idei simple şi constructive în metalimbaj, o axiomatică formalizată a logicii (şi a teoriei mulţimilor) s-ar reduce în mod necesar la un joc mecanic, la un sistem pur formal, fără nici o semnificaţie. Totuşi, în acest caz, logica nu este cu adevărat fundată în *calitate* de sistem formal.

Deci tragem concluzia că atât în cazul logicii elementare cât şi în acela al marii logici, metoda axiomatică nu poate servi drept fundament *per se*. În schimb, ea apare ca un instrument de sistematizare şi de analiză a raporturilor conceptuale.

A doua problemă a lui Skolem care ne interesează este rezumată în «paradoxul» ce îi poartă numele. Ştim, conform teoremei Löwenheim–Skolem, că dacă o mulţime K (finită sau numărabilă) de formule din calcul predicatelor de ordinul întâi cu identitate are un model, atunci K are un model finit sau numărabil. Or, axiomele lui ZF constituie o colecţie numărabilă de formule de ordinul întâi; deci, dacă ZF are un model, ZF are

[15] Th. Skolem, Einige Bemerkungen zur axiomatischen Begrundung der Mengenlehre, *Conférences faites au Cinquième Congrès des Mathématiciens Scandinaves, tenu à Helsingfors du 4 au 7 juillet 1922*. Helsingfors, pp. 217–232, 1923, reprodus în engleză în lucrarea lui von Heijenoort, pp. 290–301.

un model numărabil. (Se poate dovedi uşor că ZF nu posedă un model finit). Mai mult, în virtutea cercetărilor ulterioare, se constată că nimic nu împiedică noţiunile de apartenenţă şi de identitate să-şi menţină semnificaţia în modelul numărabil al lui ZF obţinut prin aplicarea teoremei lui Löwenheim–Skolem. Atunci apare «paradoxul», căci enunţul care afirmă existenţa unor mulţimi infinit nenumărabile este o teoremă a lui ZF, în timp ce, pe de altă parte, se demonstrează că ZF are un model numărabil. Rezumând, se dovedeşte că în *interiorul* lui ZF există mulţimi infinite nenumărabile şi se demonstrează că în *afara* lui ZF există modele numărabile ale lui ZF, în care ea ar fi consistentă. (În *interiorul* unui model *M* al lui ZF, toate elementele unei mulţimi despre care se poate dovedi că există în ZF, aparţin lui *M*).

Paradoxul lui Skolem nu este pur şi simplu o contradicţie; este vorba de un rezultat metateoretic surprinzător şi care se explică astfel: în ZF nu se poate dovedi existenţa unor colecţii arbitrare ci doar a celor garantate de axiome. Astfel, fiind dat *M* un model al lui ZF şi N_M o mulţime de întregi naturali ai lui *M*, faptul că o mulţime *K* a lui *M* nu ar fi numărabilă înseamnă că nu există bijecţie între *K* şi N_M. Cu toate acestea, dacă se raţionează în *afara* lui *M*, poate exista foarte bine o aplicaţie bijectivă între *K* şi N_M care, deşi este o mulţime de perechi ordonate, nu îi aparţine lui *M*.

Consecinţa cea mai importantă a paradoxului lui Skolem este aceea că conceptul de cardinal infinit se dovedeşte a fi relativ; el depinde de modelul lui ZF avut în vedere. Adică nu putem caracteriza complet conceptul de cardinal transfinit şi, *a fortiori*, noţiunea de mulţime, cu ajutorul metodei axiomatice, urmând calea trasată de Zermelo.

Von Neumann a insistat, de asemenea, asupra relativităţii noţiunii de cardinal transfinit[16]. În modelul *M* al lui ZF, două mulţimi pot avea cardinalităţi distincte datorită faptului că nu există bijecţie între ele; cu toate acestea, într-un model M' care este o extensie a lui *M*, cele două mulţimi pot fi echipotente, atunci când în M' există o funcţie ce nu îi aparţine lui *M*, în special o bijecţie între cele două mulţimi în discuţie. Von Neumann subliniază că în teoriile axiomatice ale mulţimilor, cardinalele finite şi numărabile au o anumită obiectivitate, dar susţine că celelalte concepte sunt pur iluzorii. Pe scurt, există o prăpastie între teoria naivă şi sistemele axiomatice.

(Atât Skolem cât şi von Neumann vorbesc, de asemenea, despre relativitatea posibilă a noţiunii de mulţime finită. În modelul *M* al teoriei mulţimilor *T*, mulţimea *C* poate fi finită, după Dedekind; nu există nici o

[16] J. Von Neumann, Eine Axiomatisierung der Mengenlehre, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 154 (1925), pp. 219–240 (van Heijenoort, op. cit., pp. 393–413).

bijecţie între C şi vreuna dintre propriile sale submulţimi. Cu toate acestea, într-un model M' care constituie extensia lui M, este posibil să existe o bijecţie între C şi una din subpărţile sale. În acest caz, C este finit în M şi infinit în M').

Relativismul lui Skolem şi von Neumann a fost pe deplin confirmat în ultimii ani, graţie tehnicii *forcing* introdusă de Cohen.

Teorema lui Wang şi Rosser

Sistemul NF a fost propus de Quine şi studiat mai ales de J.B. Rosser[17].

În NF se poate dezvolta o mare parte a matematicilor uzuale: o mare parte a teoriei naive a mulţimilor, teoriile numerelor naturale, raţionale, reale şi complexe, precum şi aproape întreaga analiză clasică. Astfel, raţionamentele matematice obişnuite au o contraparte formală în NF, care la prima vedere le reflectă bine, cu excepţia câtorva complicaţii referitoare la condiţia de stratificare (şi a subtilităţilor adiacente ca, de exemplu, clasificarea mulţimilor în cantoriene şi non cantoriene).

În general, Wang şi Rosser[18] numesc *non standard* un model oarecare M al teoriei mulţimilor T dacă este satisfăcută cel puţin una din următoarele condiţii:

A) Relaţia care în M constituie interpretarea simbolului de identitate al lui T nu este relaţie de identitate pentru elementele lui M.

B) Partea lui M care reprezintă numerele naturale ale lui T nu este bine ordonată de relaţia $\leq$.

C) Partea din M care reprezintă numerele ordinale ale lui T nu este bine ordonată de relaţia $\leq$.

Acestea o dată postulate, Wang şi Rosser demonstrează următoarea propoziţie: orice model al lui NF, dacă există unul, este *non standard*.

Dar Wang şi Rosser nu se opresc aici: deşi există sisteme de mare logică pentru care se poate dovedi că există modele *standard*, ei afirmă că sistemele de mare logică, foarte puternice, putând servi drept bază tuturor matematicilor tradiţionale, ca acela al lui Gödel[19] sunt lipsite probabil de modele *standard* (Model *standard* semnifică aici ceva mai mult sau mai puţin vag: model ce corespunde intuiţiei noastre).

---

[17] J.B. Rosser, *Logic for Mathematicians*, McGraw – Hill, New York, 1953.

[18] Hao Wang şi J.B. Rosser, Non – standard models for formal logics, *Journal of Symbolic Logic*, 15 (1950), pp. 113–129.

[19] K. Gödel, *The consistency of the continuum hypothesis*, Princeton University Press, Princeton, 1951.

În mod curios, Wang şi Rosser apără ideea că existenţa unor modele *standard* pentru teoria mulţimilor *T* nu reprezintă o obiecţie inadmisibilă pentru ca *T* să poată servi drept fundament matematicii. Ei scriu: «Bănuim că ideea conform căreia o logică ar trebui să aibă un model *standard* pentru a fi acceptabilă ca fundament al raţionamentului matematic reprezintă, în esenţă, o reminiscenţă a credinţei antice într-un adevăr matematic absolut. Desigur, exigenţa existenţei unui model *standard* reflectă anumite noţiuni clasice referitoare la structura identităţii, a întregilor, a ordinalelor etc. poate că aceste noţiuni clasice sunt incompatibile cu proprietăţile sistemelor matematice puternice, caz în care o logică formală adaptată unor astfel de sisteme nu poate avea un model *standard*»[20]. Vedem, aşadar, că Wang şi Rosser, călăuziţi de cercetările lor tehnice, ajung în mod natural să sugereze o poziţie relativistă extremă.

Un alt argument în favoarea acestei poziţii este următorul: fiind dat un sistem suficient de puternic de mare logică *S*, se demonstrează uşor în *interiorul* lui *S* că dacă *S* este consistent, atunci *S* are un model. Cu toate acestea, Wang şi Rosser arată că[21], *grosso modo*, în cazul în care *S* satisface anumite condiţii foarte rezonabile, nu se poate dovedi, în *interiorul* lui *S*, că consistenţa lui *S* atrage după sine existenţa unui model *standard* pentru *S*. Astfel, faptul că *S* are un model *standard* este o proprietate mult mai puternică decât aceea de a avea pur şi simplu un model. De aici, faptul că este mult mai dificil pentru *S* să aibă un model *standard* decât un model *non standard*; de unde concluzia că este foarte posibil ca o gamă importantă de mari logici să fie lipsită de modele *standard*.

Axioma alegerii şi ipoteza continuului

Cum am arătat deja, axioma alegerii şi ipoteza continuului sunt independente de celelalte axiome ale lui ZF, presupunând că ultimele ar fi consistente. De altfel, ipoteza continuului şi ipoteza generalizată a continuului sunt independente de postulatele ZF_1 – ZF_9, presupunând că aceste postulate nu conduc la o contradicţie. De aici posibilitatea de a construi teorii ale mulţimilor botezate de Cohen *non cantoriene*, obţinute pornind de la ZF_1 – ZF_5 şi ZF_2 – ZF_9 prin adăugarea unor postulate incompatibile cu axioma alegerii sau cu ipoteza continuului, generalizată sau nu.

Teoriile mulţimilor *non cantoriene* sunt oarecum surprinzătoare, pentru că ele scot în evidenţă imprecizia conceptului de mulţime. Dacă admitem *conceptul de mulţime definită*, axioma alegerii trebuie să fie

[20] Loc. cit., p. 115.
[21] Wang şi Rosser, articolul citat.

adevărată sau falsă, dar niciodată *nedeterminată*. Acelaşi lucru se întâmplă cu ipoteza continuului: valoarea lui $2^{\aleph_0}$ pare perfect determinată prin definiţie, deşi există teorii non cantoriene în care $2^{\aleph_0}$ are valori diferite de $\aleph_1$. În consecinţă, avem două posibilităţi: sau există un foarte mare număr (infinit) de teorii ale mulţimilor alternative sau postulatele lui ZF nu permit să se *determine* noţiunea de mulţime. De fapt, a doua posibilitate nu poate fi susţinută decât dacă se face apel la o concepţie realistă (platonică) extremă a mulţimilor: tocmai din această cauză ea este inacceptabilă din punctul nostru de vedere. Dar este necesar să insistăm asupra ei: dacă axiomele lui ZF definesc o realitate dată, nu ştim cu certitudine despre ce realitate este vorba, iar axiomele obişnuite se află destul de departe de intuiţie, contrar aparenţelor şi în pofida, de exemplu, a faptului că ZF pare natural. S-ar putea întâmpla, aşa cum credea Gödel, ca în viitor să fie găsite postulate mai eficiente pentru a caracteriza conceptul de mulţime; totuşi, dată fiind situaţia actuală, acest lucru pare puţin plauzibil şi trebuie să admitem existenţa unor teorii alternative ale mulţimilor ca pe un fapt, aşa cum admitem şi existenţa geometriilor alternative.

Să recapitulăm, deci: aşa cum există geometrii neeuclidiene, alături de geometria euclidiană, există şi teorii ale mulţimilor (matematice) noncantoriene alături de teoria cantoriană (uzuală). Semnificaţia epistemologică a teoriilor mulţimilor noncantoriene este mai importantă decât cea a geometriilor neeuclidiene, deoarece teoria mulţimilor este mai fundamentală, logic şi epistemologic vorbind, decât geometria. Apare din nou aici caracterul relativ al marii logici. (La fel cum există teorii ale mulţimilor non cantoriene, există şi *teorii ale tipurilor non cantoriene*). Întrucât matematica obişnuită constituie o prelungire a teoriei mulţimilor, rezultă că există în mod evident matematici ce pot fi botezate matematici non cantoriene. Cu toate acestea, cele mai pertinente sunt matematicile cantoriene, nu numai din punct de vedere teoretic, ci şi din punct de vedere practic. La urma urmei, nimic nu împiedică *a priori* ca în viitor lucrurile să se schimbe, iar matematicilor non cantoriene să li se confere o valoare care să o depăşească pe aceea a matematicilor cantoriene[22]. Paralela cu geometria ne oferă un bun indiciu pentru a urma această pistă: timp de secole, geometria lui Euclid a domnit singură; dar totul s-a schimbat o dată cu apariţia geometriilor neeuclidiene şi cu aplicarea lor ulterioară la fizică.

Demonstraţiile de independenţă în teoria mulţimilor atestă faptul că conceptul de mulţime nu este absolut şi nici bine *definit*. Deoarece există

---

[22] Cu privire la matematicile noncantoriene, întemeiate în esenţă pe rezultatele lui Solovay, a se consulta articolul lui J.D. Maitland Wright, All operator on a Hilbert space are bounded, *Bulletin of the Ann. Math. Society*, 79 (1973), pp. 1247–1250.

teorii alternative şi incompatibile între ele, conceptele de mulţime ce le corespund sunt divergente. Mai concret, să luăm ipoteza continuului. Puterea continuului, i.e. cardinalul mulţimii numerelor reale sau al punctelor dreptei, $2^{\aleph_0}$, poate fi presupus în ZF egal cu $\aleph_n$ sau $\aleph_{\omega+n}$, unde *n* este un număr natural mai mare decât zero, fără ca această supoziţie să-l facă pe ZF inconsistent, presupunând, evident, că $ZF_1 - ZF_9$ sunt compatibile; aceste valori pe care le poate avea $2^{\aleph_0}$ costituie doar o mică parte din cardinalele ce pot avea valoarea puterii continuului, conform cercetărilor lui Solovay. Astfel, axiomele $ZF_1 - ZF_9$ nu definesc conceptul de mulţime şi nu cunoaştem nici o axiomă naturală care să facă acest lucru: axiomele obişnuite nu determină valoarea unei operaţii extrem de elementare, care constă în a ridica pe 2 la puterea $\aleph_0$ iar în prezent singurul mod viabil de a rezolva problema constă în a postula pur şi simplu valoarea lui $2^{\aleph_0}$.

Pentru Kreisel[23] şi alţii, concluziile precedente nu sunt valabile întrucât valoarea ipotezei continuului este fixată de teoria lui Zermelo–Fraenkel de ordinul doi, ZF_2. Logica subiacentă acestei teorii este calculul predicatelor de ordinul al doilea, menţionat deja şi, evident, adaptat (*indivizii* sunt mulţimile); fiind date anumite proprietăţi ale semanticii normale a acestui calcul, două modele (normale) ale lui ZF_2 sunt, *grosso modo*, identice (sau, mai exact, izomorfe), în situaţia în care se limitează cardinalele acestor modele. În virtutea acestui fapt, *aleph* care reprezintă puterea continuului este *realmente* determinat, deşi nu ştim care este el.

Cu toate acestea, nu credem că poziţia lui Kreisel poate fi susţinută. Căci demonstraţia că două modele normale ale lui ZF_2 sunt izomorfe (conform anumitor restricţii care nu prezintă interes pentru argumentaţia noastră) trebuie făcută într-o teorie a modelelor dată, i.e. într-o teorie a mulţimilor dată, să zicem în ZF (de ordinul întâi). Or, conform modelului lui ZF pe care îl presupunem, aleph care exprimă cardinalitatea continuului în modelul de ordinul doi ZF_2 poate varia. Este clar atunci că o dată fixat modelul lui ZF, nu există decât un singur aleph egal cu cardinalul continuului în modelul corespunzător lui ZF_2. Altfel spus, există imposibilitatea intrinsecă de a determina o valoare fixă a lui $2^{\aleph_0}$.

În realitate, progresele recente şi extraordinare din domeniul fundamentelor teoriei mulţimilor confirmă cu claritate că logica non elementară este, dintr-un punct de vedere destul de general, relativă.

---

[23] G. Kreisel, Observations on popular discussions of foundations, *Axiomatic Set Theory*, Ann. Math. Society, Providence, 1971, pp. 189–198.

Teorema lui Gödel de incompletitudine

Am vorbit despre metoda axiomatică în secţiunea 3 a primului capitol. Am văzut că în disciplinele cele mai avansate organizarea cunoştinţelor se efectuează axiomatic. Dacă este primitivă, axiomatica A poate fi formalizată în mod nemijlocit, iar sistemul rezultat A' constituie un fel de imagine concretă a disciplinei avute iniţial în vedere. Este evident că pentru ca A' să poată caracteriza aşa cum trebuie noţiunile de axiomă, regulă de inferenţă şi teoremă, A' trebuie să satisfacă anumite condiţii de *efectivitate*; de exemplu, fiind dată o expresie oarecare a lui A', putem decide *mecanic* dacă o astfel de expresie este sau nu o axiomă a lui A' tot aşa cum dacă se prezintă un şir de formule ale lui A' trebuie să existe posibilitatea de a constata, prin procese efective, dacă este sau nu o demonstraţie a lui A'[24].

Nu ar fi exagerat să spunem că matematicienii secolului XIX şi majoritatea celor din secolul al XX-lea credeau cu pioşenie că este posibil ca teoriile matematice să fie axiomatizate. Iar în primele decade ale secolului XX majoritatea specialiştilor credea că formalizarea completă a matematicii este o problemă de timp, căci nu părea să existe nici o dificultate esenţială în calea atingerii acestui scop. Această credinţă s-a dezvoltat mai ales în virtutea autorităţii ştiinţifice a lui Hilbert. În consecinţă, când Gödel a demonstrat în anul 1931 că orice sistem formal consistent ce se supune anumitor condiţii naturale de efectivitate şi conţine o mică parte a aritmeticii este incomplet, descoperirea sa a avut repercusiuni extraordinare. Iar rezultatele lui Gödel constituie cu adevărat unul din progresele cele mai notabile în logică şi în fundamentele matematicii.

Cercetările lui Gödel arată că orice sistem de mare logică îndeplinind anumite condiţii foarte rezonabile, este incomplet; există enunţuri referitoare la acest sistem care sunt adevărate în mod intuitiv, fără a fi însă teoreme. Mai mult, aşa cum am observat deja, teorema lui Gödel atrage după sine incompletitudinea semantică a calculului predicatelor de ordin superior.

Un alt corolar al teoremei incompletitudinii a lui Gödel este teorema sa referitoare la consistenţă (cunoscută şi sub numele de a doua teoremă a lui Gödel): dacă S este un sistem formal ce se supune condiţiilor deja menţionate – adică consistent –, nu există o demonstraţie a consistenţei lui S formalizabilă în S.

---

[24] Importanţa acestor condiţii de *recursivitate* este minuţios discutată în cartea lui Church. Deşi există posibilitatea ca ele să fie slăbite, se presupune în general că sistemele formale obişnuite le îndeplinesc (cf. § 10, capitolul II).

Dintre consecinţele de natură filosofică ale teoremei lui Gödel vom insista asupra acelora care prezintă un interes nemijlocit pentru cercetarea noastră: noţiunea de adevăr logic, presupunând că o astfel de expresie ar avea sens, nu se lasă codificată, sistematizată în mod raţional dacă ieşim din câmpul logicii elementare. Dacă se referă la marea logică, o astfel de noţiune se dovedeşte a fi îndoielnică şi difuză; nu există mijloace pentru a o delimita. Deci, ea este pentru noi, cel puţin în stadiul actual al evoluţiei logicii, puţin iluzorie. Pe lângă aceasta, cea de a doua teoremă confirmă o trăsătură marcantă a ştiinţelor formale: s-ar părea că nu există o garanţie absolută a legitimităţii sistemelor de logică non elementare: pericolul inconsistenţei nu poate fi micşorat cu ajutorul unor demonstraţii la fel de puţin sigure ca anumite «părţi» ale sistemelor în cauză, plauzibile în mod intuitiv. Din acest punct de vedere, ştiinţele fonnale nu se deosebesc de ştiinţele realului, în orice caz nu prin natura lor, poate doar în grad.

Ce concluzii se pot trage din cele expuse în această secţiune? Fără îndoială următoarele:

1. Noţiunea de mare logică apare ca fiind vagă şi relativă. Există mai multe mari logici – toate meritând a fi calificate drept clasice – care nu sunt echivalente între ele.

2. Chiar şi conceptele fundamentale ale logicii şi ale matematicii, precum acelea de mulţime şi de cardinal, sunt relative. Numai o concepţie dogmatică, platoniciană şi neştiinţifică poate dori să le facă absolute. Dar pentru a se putea realiza acest lucru s-a recurs la speculaţie şi nu dispunem de criterii mai mult sau mai puţin sigure pentru a judeca astfel de elucubraţii. Astfel, din punctul de vedere al poziţiei asumate în această lucrare, tentativele de acest gen nu se justifică.

3. Fundamentele ştiinţelor formale sunt dominate de dialectică. Unele obstacole de ordin tehnic, de exemplu, independent de paradoxuri sau de dificultăţile filosofice, distrug uneori echilibrul existent la baza acestor discipline, relansând mişcarea dialectică de critică şi de reelaborare.

4. Criteriile decisive pentru utilizarea unui sistem logic dat în situaţii concrete nu pot fi decât de origine pragmatică. Mai exact, aplicarea ştiinţelor formale se efectuează conform principiilor pragmatice comentate în secţiunea anterioară, căci nu există un argument pozitiv capabil să legitimeze un principiu regulator de altă natură.

IV. Legile fundamentale ale raţiunii

Pentru logicienii fideli tradiţiei, începând cu Aristotel, există trei principii de bază care guvernează gândirea validă, principiile identităţii, contradicţiei (sau noncontradicţiei) şi principiul terţului exclus.

Din motive de claritate, vom împărţi secţiunea de faţă în trei părţi.

I – Formulările tradiţionale şi versiunile lor actuale

Să precizăm mai întâi că scopul nostru nu este de a intra în detalii istorice şi critice, ci pur şi simplu de a discuta formulările cele mai comune ale principiilor abordate, care apar în textele tradiţionale de logică (nonmatematică) şi în lucrările multor filosofi.

Într-una din formele sale tradiţionale, legea identităţii se enunţă după cum urmează:

$$A \text{ este } A \qquad (1)$$

Anumiţi autori adaugă clauza «şi nu este non *A*». Pentru logicianul de astăzi, o astfel de formulare este inadecvată, căci, între alte dificultăţi, apare următoarea întrebare: presupunând că *A* este o variabilă, care este domeniul său? Mai mult, atunci când afirmăm că *A* este *A*, copula nu este univoc determinată, în virtutea numeroaselor accepţiuni ale cuvântului «este» (desemnează el aici, de exemplu, incluziunea sau identitatea?). S-ar putea evita dificultatea spunând că «A» reprezintă un obiect oarecare, abstract sau concret, să că «este» exprimă identitatea. Totuşi, dacă procedăm astfel, cădem pradă unor noi dificultăţi:

1. Obiectele fizice se modifică continuu, cum pot ele atunci să rămână identice cu ele însele?

2. În câmpul obiectelor abstracte ne lovim de asemenea de unele obstacole: de exemplu, care este criteriul identităţii aplicabil atributelor? Avem în vedere aici atributele din punct de vedere intensional, şi nu este corect să susţinem că două atribute sunt identice dacă şi numai dacă sunt aplicabile aceloraşi obiecte, căci în acest caz am trata atributele din punct de vedere extensional, adică în calitate de mulţimi.

Vom lăsa de o parte, pentru moment, aceste dificultăţi spre a vedea cum se prezintă *principiul identităţii* în logica actuală. El se descompune în realitate conform următoarelor principii (între altele).

În calculul predicatelor de ordinul întâi cu identitate, avem:

$$\forall x(x=x) \quad (2)$$

În calculul predicatelor de ordin superior:

$$\forall Q(Q=Q) \quad (3)$$

unde «Q» este o variabilă de tip oarecare ((3) generalizează pe (2)).

La nivelul calculului propoziţional:

$$y \leftrightarrow y \quad (4)$$

sau

$$p \rightarrow p \quad (5)$$

unde «*p*» este o variabilă propoziţională.

(4) şi (5) pot lua, de asemenea, forma unor scheme valide ale calculului propoziţional:

$$A \leftrightarrow A \quad (4')$$

$$A \rightarrow A \quad (5')$$

unde «*A*» este o variabilă sintactică.

Legea identităţii poate fi prezentată semantic

O propoziţie adevărată este întotdeauna adevărată, iar o propoziţie falsă, întotdeauna falsă. (6)

Sau:

Orice propoziţie are numai o singură valoare de adevăr. (6′)

O altă formulare a lui *principium identitatis* compatibilă atât cu logica tradiţională cât şi cu logica actuală este o interpretare pragmatică:

În orice context, toate ocurenţele unui simbol dat trebuie să aibă acelaşi sens. (7)

Dintre diferitele formulări ale legilor contradicţiei*, o vom reţine pe următoarea:

A nu poate fi în acelaşi timp şi sub acelaşi raport, *B* şi non *B*. (8)

Sau:

«*A* este *B*» şi «*A* nu este *B*» nu sunt niciodată adevărate simultan (8′)

(8) şi (8′) au defecte similare celor dezvăluite cu privire la expresiile tradiţionale ale principiului identităţii. Dar apar noi dificultăţi dacă avem în vedere restricţiile «în acelaşi timp» şi «sub acelaşi raport»; de fapt, astfel de restricţii fac să intervină în (8) noţiunile de timp şi de punct de vedere care sunt cauza unor mari tulburări; astfel, de exemplu, s-ar putea susţine că (8) conţine un cerc vicios: în formularea unui principiu logic fundamental s-a recurs la noţiunea de timp, ceea ce presupune o teorie a timpului, iar pentru elaborarea unei astfel de teorii este nevoie de logică. Pe de altă parte, ce înseamnă *sub acelaşi raport*? Dat fiind *A* şi un predicat *B* oarecare, există oare un aspect unic valabil pentru fiecare dintre ele sau în funcţie de fiecare *A* şi *B* trebuie conceput un raport adaptat? Evident, prima supoziţie pare falsă, deci, pentru orice lucru şi orice predicat trebuie să existe un raport în care (8) să fie adevărat. (8) apare mai degrabă ca un enunţ *existenţial* servind la reglarea judecăţilor atributive: fiind date *A* şi *B* ca mai sus, *există* întotdeauna un raport pe măsură, care face ca (8) să fie adevărat. Având în vedere că timpul poate fi, evident, considerat ca dat, aceasta ne permite să enunţăm legea contradicţiei în felul următor:

A nu poate fi, sub acelaşi raport, *B* şi non *B*. (8")

Un om, de pildă, poate fi sau mic sau mare, după vârstă; uneori el pare palid şi, în acelaşi timp rumen, după poziţia din care este observat. Pe scurt, obiectele fizice variază şi pot fi observate din numeroase puncte de vedere. Din această cauză, restricţia din (8") privind forma ne pare esenţială. Ea constituie călcâiul lui Ahile al legii contradicţiei.

În mod natural, o întrebare ce se pune imediat este următoarea: de ce este formulată legea contradicţiei într-o formă specială, atributivă? Pot fi oare deduse din expresia specială (8") principii mai complexe ale identităţii? De exemplu, următorul principiu:

A_1 şi A_2 nu pot, sub acelaşi raport, să fie şi să nu fie în relaţie reciprocă, în acest ordin, conform relaţiei *A*, (8"')

este el oare o consecinţă a lui (8")? Vom reveni mai târziu asupra acestor întrebări, întrerupând aici criticile la adresa legii (8) pentru a studia modul în care este ea tratată în logica matematică[25].

---

[25] Localizarea spaţială fiind, de asemenea, un raport, în conformitate cu modul în care folosim acest termen, o altă formulare a principiului contradicţiei este următoarea: (8e) *A* nu poate fi, în acelaşi loc şi sub acelaşi raport, *B* şi non *B*.

* Da Costa nu este consecvent în utilizarea termenilor „lege“ şi „principiu“. În unele contexte el vorbeşte despre „legea identităţii“, „legea contradicţiei“ etc. pentru ca în altele să revină la terminologia obişnuită – „principiul identităţii“, „principiul noncontradicţiei“. Adevărul este că în logică, la fel ca în alte ştiinţe, noţiunile de lege şi principiu nu se suprapun. În ce priveşte principiul noncontradicţiei, acesta apare şi sub denumirea de „principiu (sau legea) contradicţiei“, terminologie de mult încetăţenită în logica occidentală.

Dacă precizăm enunțul (8) putem exprima legea contradicției la nivelul calculului propozițional după cum urmează:

$$\neg(p \& \neg p) \tag{9}$$

sau

$$\neg(A \& \neg A) \tag{9'}$$

unde simbolurile au semnificații evidente.

La nivelul calculului predicatelor de ordinul întâi avem, de exemplu:

$$\forall x \neg(P(x) \& \neg P(x)); \tag{10}$$

În acest ultim exemplu, «*P*» poate fi interpretată ca variabilă de predicat monadic sau ca variabilă sintactică denotând o formulă arbitrară. Conform celei de a doua ipoteze, (10) poate fi scrisă în felul următor:

$$\neg(P(x_1, x_2, \ldots, x_n) \& \neg P(x_1, x_2, \ldots, x_n)) \tag{10'}$$

omițând cuantificatorii inițiali; într-un anumit sens, (10′) generalizează, la nivelul calculului predicatelor de ordinul întâi, nu doar (8) și (8‴), ci și numeroase alte enunțuri analoage (ce se referă la o relație *n* – ară oarecare).

În calculul predicatelor de ordin superior, legea contradicției se exprimă în mod similar. Semantic, ea se prezintă după cum urmează:

> Fiind date două propoziții contradictorii, i.e. una fiind negația celeilalte, una dintre ele este falsă. (11)

Din punct de vedere pragmatic există o anumită normă pe care numeroși autori au obiceiul să o boteze legea contradicției, dar care ar putea fi numită mai bine *principiul consistenței*:

> Fie *T* o teorie conținând o negație; atunci *T* nu trebuie să posede teoreme contradictorii. (12)

În general, expresia uzuală a lui *tertium non datur* este următoarea:

A este *B* sau non *B* (13)

sau

O serie de probleme ridică apoi ideea de raport care intervine în formularea acestor principii. În originalul francez apare „aspect“ în loc de „raport“ ceea ce nu este în spiritul logicii aristotelice. Reamintesc că prin „raport“ înțelegem „unghiul de vedere“ (proprietatea) sub care privim lucrurile. (I. L.)

A este B sau A nu este B. (13′)

Totuşi, pentru a fi consecvenţi, trebuie să formulăm legea terţului exclus în mod explicit:

A este, în acelaşi timp şi sub acelaşi raport, B sau non B. (13″)

Din raţiuni similare celor care ne-au făcut să introducem restricţia «în acelaşi timp şi sub acelaşi raport», vom face acelaşi lucru pentru (13). Într-adevăr, enunţul:

A stă jos sau A nu stă jos,

dacă nu presupunem restricţia anterioară invocată implicit, poate primi o interpretare care să îl facă fals. Căci, observându-l pe A într-un anumit moment, el poate fi pe cale să alerge, iar atunci «A stă jos» devine fals; după câteva minute, vrând să se odihnească, A se aşează şi atunci «A nu stă jos» devine fals.

Cu toate acestea, din raţiunile cele mai diverse, specialiştii nu au exprimat niciodată *tertium non datur* sub forma (13″).

Recurgând la logica actuală, se obţin diferite *versiuni* ale lui (13), ca de exemplu următoarele:

$$\forall x\big(P(x) \vee \neg(P(x)\big), \quad (14)$$

în calculul predicatelor de ordinul întâi, şi

$$p \vee \neg p \quad (15)$$

sau

$$A \vee \neg A \quad (15')$$

în calculul propoziţional.

Semantic, legea terţului exclus se enunţă după cum urmează:

Dintre două enunţuri contradictorii, unul este adevărat. (16)

Se va observa că în conformitate cu (11) şi (16) orice enunţ este adevărat sau fals. În plus, prin (6′) orice enunţ are o valoare de adevăr unică. Deci, rezultă că:

Orice enunţ este sau adevărat sau fals. (17)

(17) este numit de obicei principiul bivalenţei. Dintr-un punct de vedere pragmatic, (17) se exprimă după cum urmează:

De preferinţă, o teorie trebuie să fie sistematizată astfel încât enunţurile sale să fie adevărate sau false. (17′)

Nu există o *versiune* pragmatică naturală a terţului exclus.

Prin intermediul algebrelor booleene este, de asemenea, posibil să fie formulate principiile anterioare, aşa cum au făcut-o maeştrii «algebrei logice» (Boole, Schröder, Couturat ...). Cu toate acestea, trebuie să insistăm asupra faptului că legile fundamentale ale gândirii, în formulările lor tradiționale, sunt imprecise, astfel încât este discutabil să susținem că, de exemplu, (2), (3), (4) sau (5) constituie expresii corecte ale legii identității. Afirmăm, deci, că:

1. Pentru logicianul – matematician actual, legile precedente, în formularea lor tradițională, sunt lipsite de exactitate şi ridică probleme până acum ignorate sau lăsate pe planul doi.
2. Astfel de probleme reapar în logica simbolică şi, deşi nu au fost rezolvate până în prezent în mod satisfăcător, ele sunt totuşi clasificate, natura lor fiind mai bine înțeleasă.
3. Confuziile care mai domnesc încă în domeniul logicii tradiționale referitor la principiile analizate se datorează nerecunoaşterii de către unii logicieni şi filosofi a cuceririlor realizate de *noua logică*; astfel, de exemplu, mai există încă gânditori care susțin teza conform căreia principiul identității se află la baza oricărei gândirii şi că se pot deriva pornind de la el cele mai nesperate consecințe, ca de exemplu toate legile logice fundamentale. Aceasta nu poate rezulta, în fapt, decât dintr-o concepție total echivocă despre domeniul şi limitele logicii, cel puțin ale logicii în sensul în care folosim acest cuvânt.

Conform logicii tradiționale, legile (1), (8) şi (13) şi variantele lor au următoarele proprietăți:

1. *Universalitatea*: ele sunt valabile pentru toate obiectele şi guvernează gândirea validă a tuturor persoanelor.
2. *Necesitatea*: (1), (8) şi (13) sunt în mod necesar adevărate şi tocmai din această cauză nici o abatere de la ele nu este posibilă.
3. Ele sunt *a priori* sau independente de experiență.
4. *Evidența*: ele se impun spiritului prin însăşi evidența lor. Toate acestea dovedesc rolul preponderent jucat în istoria logicii de principiile identității, noncontradicției şi terțului exclus.

Observații asupra principiului rațiunii suficiente

Principiul rațiunii suficiente (*nihil est sine ratione*) figura în mod tradițional destul de frecvent alături de cele trei principii pe care le-am discutat, ca un principiu fundamental al rațiunii; dar, în opoziție cu ele, nu a fost formalizat şi a dispărut complet din logica modernă. Iată cum explică Scholz acest fenomen: «Cât despre cel de al patrulea principiu, acela al

raţiunii suficiente, este de ajuns să spunem aici că el nu poate fi pus pe acelaşi plan cu primele trei; şi aceasta din simplul motiv că principiul respectiv face parte din lucrurile care se sustrag oricărei formalizări şi care, în consecinţă, nu pot fi descrise în simboluri.»[26]

Să observăm totuşi că, deşi este adevărat că principiul raţiunii suficiente nu apare neapărat ca un principiu fundamental în logica modernă, asemenea celorlalte trei principii care, adesea, nu mai apar deloc ca axiome explicite în sistematizările logicii clasice, nimic nu ne împiedică să-l formalizăm. (Motivul pentru care, în general, acest lucru nu se întâmplă, pare accidental: la fel, la începutul dezvoltării logicii moderne, nu apăreau operatorii de modalitate concepuţi de Aristotel, ceea ce ar fi putut duce la concluzia că ei nu erau formalizabili pentru că nu apăreau în sistemele de «logistică»).

Propunem, de exemplu, următoarea formalizare a principiului raţiunii suficiente folosind un calcul al propoziţiilor modal cuantificat:

$$\forall p\left(p \rightarrow \exists q\left(q \wedge \neg(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \mathrm{p})\right)\right)$$

Evident, este vorba doar de o formalizare posibilă[27].

În scopul evaluării poziţiei tradiţionale ale cărei caracteristici le-am rezumat mai sus, vom vorbi în a doua parte a acestei secţiuni despre ideile lui Aristotel, în special despre cele incluse în cartea Γ din *Metafizica*. Tot în opera Stagiritului întâlnim discuţia cea mai interesantă cu privire la legea contradicţiei. Iar ceea ce se poate spune despre concepţia aristotelică se aplică aproape *mutatis mutandis* la alţi autori care, strâns legaţi de tradiţie, au mers pe urmele sale.

II. – Principiul noncontradicţiei la Aristotel

Ne vom mărgini să analizăm doctrina cuprinsă în cartea Γ din *Metafizica*, bazându-ne în esenţă pe celebrul studiu al tânărului Łukasiewicz[28].

---

[26] H. Scholz, *Esquisse d'une histoire de la logique*, Aubier, Paris, p. 93.

[27] Pentru mai multe detalii asupra acestei probleme, vezi J.Y. Béziau, «O principio de razao suficiente et a logica secundo Arthur Schopenhauer», în *Atas do VII Coloquio de Historia de Ciencia, Seculo XIX O Nascimento da Ciencia Contemporamea*, UNICAMP, Campinas, 1992, pp. 35–39; J.Y,. Béziau, «On the formalization of the principium rationis sufficientis», în *38th Conference of History of Logic*, Cracovia, 1992, *Bulletin of the Section of Logic*, 22 (1993), 2–3.

[28] J. Łukasiewicz, «On the principle on contradiction in Aristotle», *The review of Metaphysics, XXIV* (1971), 485–509. Acest articol este traducerea, de către V. Wedin, a unui articol al autorului intitulat «Uber den Satz des Widersprachs bei Aristoteles», *Bull. Intern. Acad. Sc. de Cracovie,* classe d'histoire et de philosophie, 1910, care este la rândul său un rezumat al unui articol mai lung pe această temă, publicat de Łukasiewicz tot în 1910, *O zasadzie sprzecznosci u Arystotelesa.*

Deşi părerea noastră cu privire la unele probleme importante diferă de cea a lui Łukasiewicz, nu vom scoate în evidență aspectele discordante; sugerăm cititorului interesat să compare expunerea de față cu lucrarea lui Łukasiewicz şi să examineze pasajele din *Metafizica* citate de Łukasiewicz. (Vom utiliza în general traducerea logicianului polonez, dar ne vom sprijini şi pe traducerea lui W.D. Ross, interpretarea noastră fiind mai aproape de aceasta din urmă.)

1. Cele trei forme ale principiului lui Aristotel: Stagiritul formulează legea contradicției în trei moduri diferite calificate de Łukasiewicz, respectiv, ca formulări ontologice, logice şi psihologice. Iată-le:

Formularea ontologică (Γ3 1005b 19, 20): «Este peste putință ca unuia şi aceluiaşi subiect să i se potrivească şi totodată să nu i se potrivească sub acelaşi raport unul şi acelaşi predicat.» (trad. rom. de Şt. Bezdechi, în Aristotel, *Metafizica*, Ed. IRI, 1999, p. 129)

Formularea logică (Γ6 1011b 13, 14): «...principiul potrivit căruia două judecăți contradictorii opuse nu pot fi adevărate este cel mai sigur din toate.» (trad. rom. cit., p. 155).

Formularea psihologică (Γ3 1005b 23, 24): «Într-adevăr, este peste putință ca un om să-şi poată închipui că unul şi acelaşi lucru este şi totodată nu este» (trad. rom. cit., p. 129).

Încercând să clarifice aceste principii, Łukasiewicz le reformulează după cum urmează:

Formularea ontologică (L): «Nici unui obiect nu este posibil ca aceeaşi caracteristică să-i aparțină şi să nu-i aparțină în acelaşi timp».

Obiect aici înseamnă tot ceea ce este un lucru, iar o caracteristică tot ce poate fi spus ca predicat despre obiecte.

Formularea logică (L): «Două propoziții contradictorii nu sunt adevărate în acelaşi timp».

Propoziție este aici o secvență oarecare de cuvinte sau de simboluri perceptibile prin simțuri, a căror semnificație rezidă în faptul de a atribui sau de a nega o anumită caracteristică referitoare la un obiect.

Formularea psihologică (L): «Două acte de credință (care constituie fapte psihice) corespunzând unor propoziții contradictorii nu pot coexista în aceeaşi conştiință».

După Łukasiewicz, formulările precedente sunt în acord cu concepțiile lui Aristotel, ceea ce apare clar prin prisma unor citate din *Despre interpretare*.

Pentru Aristotel, formulările ontologice şi logice sunt echivalente. Aceasta se explică în mod fundamental prin concepţiile sale metafizice pe care le-am menţionat deja şi prin faptul că, pentru a fi adevărată, o propoziţie trebuie să fie conformă cu realitatea obiectivă. Într-adevăr, el afirmă la sfârşitul cărţii: «A enunţa că ceea ce este nu este, sau că ceea ce nu este este, constituie o propoziţie falsă; dimpotrivă, o enunţare adevărată este aceea prin care spui că ceea ce este este şi că nu este ceea ce nu este.» (trad. rom. cit., p. 156). Date fiind poziţia metafizică a lui Aristotel şi sensul atribuit aici cuvântului «propoziţie», echivalenţa în discuţie pare bine stabilită.

În plus, Aristotel încearcă să demonstreze legea psihologică pornind de la formularea logică (Γ 3. 1005b 26-32 şi Γ 6. 1011 b 15-21). Fără a intra în amănunte, este clar că nu se va putea niciodată deduce o lege empirică, cum este legea psihologică a contradicţiei, dintr-o lege logică. Nu există decât o singură metodă pentru a o confirma pe prima: metoda ştiinţelor realului, în special psihologia, dar până în prezent ea nu a fost stabilită inductiv.

Mai mult, s-ar părea că există exemple care contrazic legea psihologică a contradicţiei: există filosofi ca Heraclit, care au apărat aparent posibilitatea unor credinţe contradictorii.

Din această cauză, nu merită să ne ocupăm de formularea psihologică a legii contradicţiei şi de pseudodemonstraţia ei făcută de Stagirit.

Revenind la formulările ontologice şi logice, ni se pare că pentru Aristotel ele sunt adevărate deoarece lumea este astfel (la modul metafizic).

2. Caracterul nedemonstrabil al legii contradicţiei: Aristotel apără teza conform căreia legea contradicţiei, ontologice sau logice, este o lege finală, nedemonstrabilă; cu toate acestea, justificările sale sunt vagi şi puţin convingătoare (vezi de exemplu Γ 4. 100a 10, 11).

Logica actuală scoate în evidenţă faptul că nu există un principiu ultim şi nedemonstrabil. Conceptul de demonstrabilitate sau este relativ: o propoziţie nu este demonstrabilă sau nedemonstrabilă în ea însăşi, ci în relaţie cu altele. Există sistematizări ale logicii uzuale în care formele riguroase ale principiului contradicţiei sunt demonstrabile şi există sisteme în care unele dintre ele sunt utilizate ca propoziţii primitive, i.e. nedemonstrate. S-ar putea argumenta că aceasta se întâmplă la nivel lingvistic şi că în metalimbajul unde efectuăm mecanismul deductiv principiul este folosit ca presupoziţie primitivă. Un astfel de mod de prezentare a problemei este eronat; în primul rând, pentru că metalimbajul poate fi axiomatizat şi, după cum se ştie, alegerea axiomelor se dovedeşte a fi arbitrară; în al doilea rând, cel ce pune astfel problema pare să creadă într-o doctrină a demonstraţiei total

diferită de cea stabilită de către logicienii contemporani şi care ar trebui să fie, înainte de toate, explicitată în termeni clari şi precişi. Numai în acest caz ar fi posibil să o judecăm.

Nu doar principiul noncontradicției este implicat în manipulările grafomecanice ale mecanismului deductiv, ci şi altele care exprimă, de asemenea, *regularitățile* acestui mecanism. Deci nu înseamnă că principiul noncontradicției este *nedemonstrabil.*

3. Demonstrațiile *elantice* şi apagogice: deşi Stagiritul consideră legea contradicției (atât în forma sa ontologică, cât şi în forma sa logică) nedemonstrabilă, el susține că există argumente cu greutate pentru a o justifica – demonstrațiile numite *elantice* (în traducerea lui Łukasiewicz, *negative* în cea a lui Ross).

După Łukasiewicz, demonstrațiile elantice reprezintă adevărate demonstrații ce nu se deosebesc de demonstrațiile propriu-zise, în măsura în care sunt utilizate ca instrumente de respingere. După alți comentatori, în demonstrațiile elantice, care pot fi numite mai exact *negative*, intră în joc mai mult decât logica pură. În realitate, întreaga argumentație a filosofului grec este, dacă folosim vocabularul actual, de ordin *pragmatic*; obiectivul său fundamental pare a fi acela de a căuta să *arate* că, fără legea contradicției, discursul se distruge, posibilitatea de comunicare dispare. Iar acest lucru se produce fie pentru că simbolurile încetează să acționeze ca simboluri, fie pentru că noi nu mai putem reflecta realul.

Pe lângă demonstrațiile negative, Aristotel mai prezintă şi altele, numite de Łukasiewicz *apagogice* sau *ad impossibile.* Despre acestea putem spune exact acelaşi lucru ca despre cele negative. Aristotel încearcă să scoată în evidență consecințele absurde ale negării principiului contradicției folosind, mai ales, demonstrațiile apagogice.

4. Demonstrațiile elantice: pentru Aristotel – şi considerăm necesar să insistăm asupra acestui fapt – demonstrațiile elantice nu sunt adevărate demonstrații (cel puțin în cartea Γ; dar ceea ce afirmă Stagiritul în alte pasaje, ca de exemplu în *Analitica primă*, B 66b 11, nu pare a fi în concordanță cu această carte). O demonstrație elantică a principiului contradicției începe atunci când oponentul «spune un lucru care are sens nu numai pentru el, ci şi pentru ceilalți». Astfel, oponentul este obligat să admită că foloseşte un cuvânt dat, de exemplu «om», într-un sens determinat, *om* însemnând *animal biped.*

Prima demonstrație negativă este următoarea (Γ 4. 446b 28-34): «Prin urmare, dacă este cu putință să spunem ceva adevărat, rezultă neapărat că omul este un animal cu două picioare. Căci acesta este sensul pe care l-am

dat cuvântului *om*. Dar dacă aceasta este necesar, nu se poate admite că el nu ar fi un animal biped, căci, când se afirmă necesitatea existenţei sale, aceasta înseamnă tocmai că este cu putinţă ca el să nu fie om. În concluzie, este imposibil să afirmăm în acelaşi timp despre acelaşi lucru că este şi nu este om.» (trad. rom. cit., p. 134).

Łukasiewicz reformulează demonstraţia astfel: «Prin cuvântul *A* semnificăm ceva ce este în esenţa sa *B*. În consecinţă, obiectul *A* este în mod necesar *B*. Deci, dacă *A* este în mod necesar *B*, atunci nu este posibil – datorită sensului cuvântului «necesar» – ca el să nu fie *B*. Deci nici un *A* nu poate, în acelaşi timp, să fie şi să nu fie *B*».

A doua demonstraţie elantică se află în Γ 4. 1006b 11-28: «Să rămână deci stabilit că cuvântul trebuie să aibă un sens, şi anume un sens determinat. Atunci nu va mai fi cu putinţă ca expresia „a fi om" să însemne acelaşi lucru cu „a nu fi om", când cuvântul om nu are numai sensul unei determinări ce aparţine omului, ci înseamnă omul însuşi, în unitatea lui. Numai în omonime se poate întâmpla ca un lucru să fie şi totodată să nu fie, în acelaşi timp. Aşa, de pildă, în cazul când ceea ce noi numim *om* la alţii s-ar numi neom. Dar problema nu constă în aceea dacă se poate ca unul şi acelaşi lucru să aibă în acelaşi timp şi numele de om şi pe acela de neom, ci dacă lucrul real, desemnat cu acest nume, poate să fie şi să nu fie în acelaşi timp.» (trad, rom. cit., p. 133–134).

Łukasiewicz rezumă demonstraţia după cum urmează: «Prin cuvântul *A* semnificăm ceva ce este în esenţa sa *B*. Atunci obiectul *A*, care este în esenţa sa *B*, nu poate în esenţa sa şi în acelaşi timp să fie non *B*, căci altfel nu ar fi unificat în esenţa sa. În consecinţă, *A* nu poate în acelaşi timp să fie şi să nu fie *B*».

Dacă avem în minte argumentaţia generală din cartea Γ, reformulările lui Łukasiewicz sunt acceptabile, cu excepţia unor detalii asupra cărora vom reveni mai departe.

5. Probele apagogice. După Łukasiewicz, cele mai importante demonstraţii apagogice sunt în număr de trei:

Prima (Γ 4. 1007b 18-21): «Dacă două judecăţi contradictorii ar fi adevărate în acelaşi timp despre acelaşi lucru, atunci toate lucrurile s-ar reduce la unul. Atunci acelaşi lucru ar putea fi totodată şi corabie, şi zid, şi om.» (trad. rom. cit., p. 138).

A doua (Γ 4. 1008a 28-30): «Pe lângă acestea ar mai urma însă, ca o consecinţă firească, că toţi spun adevărul şi că totuşi mint în acelaşi timp, şi că fiecare din ei ar recunoaşte despre el însuşi că minte.» (trad. rom. cit., p. 141).

A treia (Γ 4. 1008b 12-19): «De aici se vede limpede că nici un om nu se comportă astfel în realitate, nici dintre ceilalți, nici chiar dintre acei care susțin această părere. Căci, ne întrebăm, de ce, de pildă, cutare merge la Megara și nu se mulțumește să stea pe loc, închipuindu-și doar că merge într-acolo? De ce, de pildă, nu se aruncă de dimineață, când i se ivește prilejul, într-o fântână sau într-o prăpastie, ci se vede cât de acolo că se ferește să facă acest lucru? Pentru că, de bună seamă, crede că nu este tot una să faci aceasta sau nu». (trad. rom. cit., p. 142).

6. Obiecțiile la probele aristotelice: Considerând argumentația lui Aristotel dintr-un punct de vedere strict logic și interpretând-o ca fiind constituită din demonstrații propriu-zise Lukasiwicz aduce diferite obiecții:

a) Prima demonstrație elantică nu dovedește legea contradicției; ea dovedește cel mult principiul dublei negații: dacă *A* este *B*, atunci *A* nu poate să nu fie non *B*. Dar cea de a doua nu rezultă din cea dintâi.

b) A doua probă elantică stabilește, în cel mai bun caz, legea contradicției numai pentru anumite obiecte bine determinate, *esențele* lucrurilor sau *substanțele*. Cu toate acestea, existența substanțelor este puțin probabilă, iar argumentul lui Aristotel își pierde puterea.

c) Łukasiewicz insistă, de asemenea, asupra faptului că a doua dovadă suferă de un viciu logic, căci ea conține o *petitio principii*. După el, demonstrația se bazează pe o premisă care se demonstrează numai *ad impossibile*: «Dacă în esența sa un obiect ar putea simultan fi *B* și non *B*, atunci el nu ar fi unitar; *B* este ceva distinct de non *B*. Or, după logicianul polonez, inferența *ad impossibile* presupune legea contradicției, de unde o *petitio de principiu*. Dar astăzi știm că raționamentul apagogic nu presupune legea în discuție, astfel încât această respingere își pierde valoarea.

d) După Łukasiewicz, probele *apagogice* sunt inadecvate din două motive:

– Ele conțin *petitio principii* prin faptul că raționamentul apagogic se întemeiază pe legea contradicției. Cu toate acestea, am văzut că este vorba de o dificultate factică.

– Toate probele *ad impossibile* ascund o *ignoratio elenchi*. De fapt, Aristotel nu demonstrează că simpla negare a legii contradicției ar avea consecințe absurde; în loc de aceasta, el încearcă să explice consecințele absurde ale presupoziției că toate propozițiile și negațiilor lor sunt adevărate.

Dar a nega legea contradicţiei nu înseamnă că *toate* propoziţiile de forma «*p* şi non *p*» sunt adevărate, ci doar că anumite perechi de propoziţii contradictorii sunt alcătuite din propoziţii adevărate.»[29]

Am spus mai înainte că demonstraţiile elantice au fost bine înţelese de Łukasiewicz; cu toate acestea, există unele excepţii cu privire la anumite detalii. Acestea se rezumă în principiu după cum urmează: demonstraţiile negative nu fac parte dintre adevăratele demonstraţii, deoarece conţin elemente extralogice. Într-adevăr, în caz contrar, ar exista o incompatibilitate clară între afirmaţia lui Aristotel conform căreia legea contradicţiei nu poate fi demonstrată şi faptul că el crede că a demonstrat-o. Łukasiewicz ar fi trebuit, aşadar, să ia în considerare acest fapt în prezentarea sa şi în criticile pe care le face demonstraţiilor elantice.

Respingerea probelor aristotelice (şi a altora de acelaşi gen) trebuie făcută pragmatic. Pentru aceasta, este suficient să observăm faptul că:

1. Existenţa unor substanţe este o ipoteză metafizică discutabilă şi probabil falsă. Deoarece această ipoteză serveşte, în parte, la a face plauzibilă legea contradicţiei, forţa pragmatică a argumentaţiei este subminată. De altfel, orice pretinsă probă *stricto sensu* care se întemeiază pe această ipoteză nu poate decât să aibă o conotaţie speculativă.

2. Justificarea pragmatică nu se aplică niciodată unui număr mic de principii (şi mai ales nu unuia singur) de ordin logic, însă ea nu are sens decât referitor la un sistem logic. Aşa se întâmplă când noţiunile fundamentale ale logicii (negaţie, conjuncţie, obiect...) sunt determinate total cu ajutorul unui sistem de postulate şi nu cu acela al unor principii izolate. Cum vom vedea, există numeroase feluri de negaţie, corespunzând unor multiple sisteme logice; în consecinţă, cum putem să apărăm legea contradicţiei în mod izolat, fără a ţine seama de celelalte postulate care definesc conceptele fundamentale cuprinse în enunţul său? O justificare izolată a acestei legi nu se aplică decât regulilor simple ale experienţei şi negaţiilor intuitive corespunzătoare, întrucât la acest nivel noţiunile puse în joc sunt simple şi relativ clare. În acest caz particular nu negăm meritul justificării pragmatice. Dar extrapolarea la toate obiectele şi la întregul univers este lipsită de temei. Există aici câteva asemănări cu ceea ce se întâmplă în geometrie: proprietăţile geometrice ale câmpului limitat al experienţei noastre directe cu obiectele macroscopice nu se generalizează pur şi simplu la toate obiectele materiale şi la spaţiu în totalitatea sa. În mod pragmatic, nu putem justifica

[29] În general, comentatorii şi prezentatorii operei lui Aristotel nu menţionează deloc *ignoratio elenchi* indicată de Łukasiewicz. Este, de exemplu, cazul lui W.D. Ross în *Aristote*, Payot, Paris, 1930, p. 223 şi următoarele.

decât local anumite legi ale logicii şi ale geometriei abordate separat de celelalte; totuşi, valoarea globală a acestor legi nu se stabileşte decât dintr-un punct de vedere de ansamblu.

3. Sunt unele logici în care există contradicţii – vom vorbi despre ele mai departe – şi care servesc la a guverna atât inferenţele vieţii cotidiene, cât şi acelea ale ştiinţei, scoţând în evidenţă faptul că respingerea legii contradicţiei nu duce nicidecum la imposibilitatea de a comunica sau de a vorbi.

4. În astfel de logici există enunţuri care se *comportă bine*, supunându-se legii contradicţiei, şi altele care se *comportă prost*, nesupunându-i-se. Atunci când utilizăm aceste sisteme convenim să presupunem că enunţurile vieţii obişnuite, precum şi majoritatea enunţurilor ştiinţifice, se comportă bine. Astfel probele apagogice sunt lipsite de temei.

Să rezumăm obiecţiile noastre: deoarece legea contradicţiei poate fi dialectizată, ea este lipsită de valoare absolută. În consecinţă, caracterul său de evidenţă, de necesitate şi de universalitate apare ca fiind iluzoriu. Aceeaşi observaţie poate fi făcută, din motive analoage, cu privire la celelalte legi ale gândirii – legea identităţii şi legea terţului exclus.

5. Limitele legii contradicţiei. De altfel, conform interpretării lui Łukasiewicz – discutabilă şi neacceptată de majoritatea specialiştilor – Aristotel însuşi a restrâns câmpul de validitate al legii.

Într-adevăr, sprijinindu-se pe numeroase citate, Łukasiewicz încearcă să explice astfel *ignoratio elenchi* comisă de Stagirit: acesta din urmă nu ar fi pe cale să dovedească principiul contradicţiei în toată generalitatea sa, ci ar încerca să găsească o realitate metafizică, dincolo de aparenţe, care să satisfacă respectivul principiu. Pentru filosoful grec, crede Łukasiewicz, lumea efemeră a aparenţelor, concepută ca venită – în – fiinţă la modul strict potenţial, poate conţine oricât de multe contradicţii. Dar, «alături de ea există o alta, lumea eternă şi neefemeră a esenţelor substanţiale ce se află la adăpost de orice contradicţie». În rezumat, principiul are valoare în mod primordial pentru substanţe şi «ne putem întreba dacă domeniul său de aplicabilitate se întinde şi la lumea aparenţelor». Ar exista deci, după Stagirit, o limită a validităţii legii contradicţiei.

6. Legea contradicţiei şi silogismul: Am menţionat deja că, după Aristotel, legea contradicţiei este nedemonstrabilă. El merge chiar mai departe, considerând-o ca lege finală şi supremă (Γ 3, 1005b, 32-34). Łukasiewicz observă însă că nici chiar pentru Stagirit legea contradicţiei nu este legea fundamentală, cel puţin în sensul unei «presupoziţii necesare

tuturor celorlalte axiome logice.» Citând un pasaj celebru din Aristotel (*An. Post.*, A, 11.17a 10-22) el ajunge la concluzia că următorul silogism este valid după autorul *Analiticii Prime* şi *Secunde*:

B este A (şi astfel nu e non-A)
C, care este non C, este B şi non-B

C este A (şi astfel nu e non-A)

Acest silogism este valid deşi legea contradicţiei este transgresată. Există aşadar legi valide ale raţionamentului care sunt independente de legea contradicţiei.

Dacă acceptăm interpretarea foarte controversată a lui Łukasiewicz, constatăm că:

– Admiţând existenţa unor principii valide de inferenţă independente de principiul contradicţiei, Aristotel se află într-o poziţie confirmată de cercetările logice actuale;

– Stagiritul poate fi considerat un precursor al logicii paraconsistente, asupra căreia vom stărui mai departe.

III. – Concluziile lui Łukasiewicz

Łukasiewicz trage diferite concluzii din expunerea sa. Unele se referă la natura şi la limitele principiului contradicţiei; altele se referă la legea contradicţiei ca element al doctrinei aristototelice. Primele sunt independente de criticile la adresa Stagiritului, pe când celelalte, cu aspect istoric, sunt profund legate de exegeza operei lui Aristotel.

În rezumat, iată primele concluzii ale lui Łukasiewicz:

1. Nu putem demonstra legea contradicţiei bazându-ne pe evidenţa sa. Într-adevăr, evidenţa nu constituie un criteriu solid al adevărului; mai mult, există gânditori, ca Heraclit sau Hegel, care nu admit evidenţa acestei legi.

2. Nu putem deriva această lege pornind de la structura noastră psihică. Am menţionat deja anterior acest fapt: legile psihologice pot doar să confirme experimental, iar aceasta nu ne permite să considerăm legea contradicţiei ca lege validă la prima vedere.

3. O altă posibilitate ar fi deci aceea de a încerca să deducem legea din definiţia negaţiei sau a falsităţii. Dacă «A nu este B» înseamnă pur şi simplu falsitatea lui «A este B», ni se pare natural să credem că această definiţie induce legea. Dar de fapt lucrurile se petrec altfel: chiar dacă acceptăm definiţia precedentă a falsităţii, nimic

nu împiedică «A este B» și «A nu este B» să fie ambele adevărate; tragem de aici concluzia simplă că «A este B» este simultan adevărată și falsă. Legea contradicției pune în joc noțiunea de conjuncție și nu rezultă doar din definiția negației (sau a falsității). În plus, Łukasiewicz pune accentul pe o altă definiție a propoziției adevărate și a propoziției negative, mai fecundă decât definiția comună: «A este B» este adevărată dacă corespunde unei realități obiective, și falsă în caz contrar. La fel, «A nu este B» este adevărată dacă aceasta se referă la o realitate obiectivă, falsă dacă nu așa stau lucrurile. Or, conform criteriilor sale, nimic nu împiedică *a priori* ca «A este B» și «A nu este B» să fie ambele adevărate din momentul în care reprezintă situații obiective.

4. Logicianul polonez mai observă că orice argumentație în favoarea legii contradicției trebuie să țină seama că există obiecte contradictorii, ca de exemplu cercul pătrat al lui Meinong. Evident, pentru aceste obiecte legea nu este valabilă. Nu vom insista aici asupra acestui aspect, dar trebuie să subliniem că observația lui Łukasiewicz este pertinentă: existența unor obiecte contradictorii a fost confirmată de evoluțiile recente ale logicii, în special de teoria sistemelor formale inconsistente, la care am făcut de mai multe ori aluzie. Astăzi, independent de concepțiile filosofice cum ar fi cea a lui Meinong care l-a influențat pe Łukasiewicz, se poate afirma în mod pozitiv că există teorii logico-matematice unde figurează obiecte contradictorii și care, în consecință, se abat de la legea contradicției. Se constată astfel că această lege nu este atât de absolută și de neatins cum părea la prima vedere.

5. Problema capitală se rezumă așadar după cum urmează: există oare obiecte despre care suntem siguri că se supun legii contradicției? De exemplu, obiectele *posibile* și obiectele *reale*? Łukasiewicz deosebește trei tipuri de obiecte: a) abstracțiile construite, creații libere ale spiritului, ca de exemplu obiectele matematicilor ortodoxe; b) abstracții reconstruite care sunt concepte elaborate pentru a reprezenta lucrurile reale; c) obiectele reale.

Referitor la abstracțiile construite, paradoxurile ca acela al lui Russell evidențiază faptul că, cel puțin în cazul când nu suntem autorii acestor invenții, nu vom avea în majoritatea cazurilor niciodată certitudinea absolută ca nu transgresăm legea contradicției. (Iar rezultatele ulterioare ale lui Gödel par să confirme această părere). În ceea ce privește abstracțiile reconstruite care reflectă în mod adecvat realitatea și obiectele reale, ele par a fi

protejate de contradicţie. De fapt, nu se cunoaşte nici o contradicţie reală care să fie indiscutabilă. Mai mult, şi lucrul acesta poate fi lesne verificat, nu există contradicţii direct perceptibile, căci negaţiile referitoare la facultăţile percepţiei nu sunt nici ele însele perceptibile (cel puţin în experienţa noastră cotidiană). În stadiul actual al cunoaşterii noastre, constatarea unei *contradicţii reale* oarecare pare a nu putea fi decât mijlocită, ea rezultând din inferenţe.

Pe de altă parte, nu trebuie să uităm că încă de la începuturile filosofiei a fost apărată teza conform căreia mişcarea şi deplasarea reprezintă un factor de contradicţie (este suficient să ne amintim aporiile lui Zenon din Elea). Deşi aceste dificultăţi logice au fost elucidate cu ajutorul unor teorii *ad hoc*, de îndată ce se recurge la *inferenţe* nu există nici o dovadă definitivă a faptului că în lume nu sunt contradicţii. În consecinţă, nu există nici dovada perfectă şi pozitivă a faptului că principiul contradicţiei ar fi pe deplin valid cu privire la obiectele reale şi la abstracţiile reconstruite. În măsura în care este util, el trebuie luat doar ca o supoziţie sau ipoteză ce orientează şi contribuie la a conferi formă cercetării ştiinţifice, guvernând anumite teorii ale realului.

6. În consecinţă, principiul contradicţiei este lipsit de orice demnitate logică *a priori.* Cu toate acestea, el are o valoare etică şi practică extrem de importantă. Aşa cum a spus Łukasiewicz, principiul contradicţiei «este arma unică împotriva erorii şi a falsităţii». Dacă nu l-am accepta în activităţile practice, ne-am confrunta cu tot felul de dificultăţi. De exemplu, o persoană acuzată pe nedrept de asasinat nu ar avea mijloacele de a se apăra în faţa tribunalului deoarece ar putea dovedi cel mult propoziţia că nu a comis nici o crimă. Cu toate acestea, simpla existenţă a unei mărturii ce o acuză, fie şi prin sperjur, ar fi suficientă pentru a o condamna întrucât, dacă nu recurgem la principiul contradicţiei, adevărul propoziţiei negative că persoana respectivă nu a comis nici o crimă nu implică falsitatea propoziţiei afirmative că ea a comis una[30].

În viaţa obişnuită (activităţi sociale, comunicaţii etc.), aşa cum a evidenţiat cu insistenţă Aristotel, legea contradicţiei reprezintă o presupoziţie esenţială. Łukasiewicz trage de aici o concluzie

[30] Se dovedeşte totuşi că până şi în acest gen de circumstanţe ne putem lipsi, cu folos chiar, de principiul contradicţiei; vezi pe această temă: N.C.A. da Costa, J.Y. Béziau şi O.A.S. Bueno, «Topica in paraconsistent logic», în curs de apariţie în *Philosophical Alternatives.*

deconcertantă: necesitatea de a recunoaşte validitatea contradicţiei constituie un simptom al imperfecţiunii intelectuale şi etice a omului.

Dar să insistăm asupra următorului fapt: dacă această lege este indispensabilă în practică, acest lucru nu are nici o legătură cu validitatea sa teoretică.

Cea de a doua parte a concluziilor lui Łukasiewicz referitoare la concepţia aristotelică a principiului este rezumată de eminentul logician polonez după cum urmează:

«Deşi nu a admis-o în mod clar, se pare că Aristotel însuşi a perceput cel puţin demnitatea etică a principiului contradicţiei. În perioada declinului politic al Greciei, el a devenit fondatorul şi promotorul muncii culturale, ştiinţifice şi sistematice. Poate că a văzut în această muncă o speranţă pentru viitorul şi măreţia ţării sale. Pentru el, a conferi o mare valoare cercetării ştiinţifice trebuie să fi fost o normă. Negarea principiului contradicţiei ar fi deschis calea pentru tot felul de erori şi ar fi veştejit tânăra ştiinţă în floare. Astfel, Stagiritul foloseşte împotriva celor ce se opun principiului un limbaj violent unde se remarcă o fervoare internă, cum se întâmplă în cazul gânditorilor eristici din Megara, cu cinicii din şcoala lui Antistene, cu discipolii lui Heraclit şi cu adepţii lui Protagoras. Este o luptă pentru un principiu teoretic ce se aseamănă cu o luptă pentru nişte bunuri personale. El a putut simţi foarte bine slăbiciunea argumentaţiei sale şi din această cauză şi-a anunţat principiul ca *axiomă* finală, ca *dogmă* inatacabilă.»[31]

E evident că aceste afirmaţii – conform cărora principiul contradicţiei ar avea pentru Stagirit conotaţii ideologice – se pretează la multiple comentarii. Dar acest fapt ne preocupă mai puţin, întrucât nu ne interesează exegeza textelor lui Aristotel, ci doar principiul contradicţiei, natura şi semnificaţia sa ca lege logică[32].

IV. – Legile gândirii şi legile logice

Putem trage deja câteva concluzii din expunerea pe care am făcut-o. Nu vom încerca să fim foarte exacţi în ceea ce vom spune, deoarece este evident că legile identităţii, contradicţiei şi terţului exclus, în formele lor uzuale, sunt vagi. Astfel, nu vom distinge cu precizie variantele (4'), (5'), (6) şi (7) ale legii identităţii. Vom proceda la fel cu diferitele formulări ale legii contradicţiei, să zicem (9), (9') şi (12), precum şi cu expresiile distincte ale

[31] Łukasiewicz, Op. cit., pp. 508–509.

[32] Cu privire la legea contradicţiei la Aristotel, vezi R.M. Dancy, *Sense and Contradiction: a Study in Aristotle*, Reidel, Dordrecht, 1975, precum şi A. Cassini, *La justificacion aristetelica del principio de no contradictio*, Buenos Aires, 1990.

principiului terţului exclus (de exemplu, (13′), (14), 815) şi (15′). Argumentaţia noastră se aplică în general diverselor variante ale acestor legi, fiind însă uneori necesare unele adaptări şi corecţii *ad hoc*. Pe scurt, pare legitim să afirmăm că:

1. Principiile identităţii, contradicţiei şi terţului exclus au fost tratate de filosofii şi logicienii tradiţionali ca legi fundamentale ale gândirii, ale raţiunii. Cu toate acestea, aşa cum am văzut, principiul contradicţiei poate fi dialectizat: caracterul său de lege absolută nu pare să fi fost vreodată justificat. Există sisteme logice la fel de raţionale ca sistemul clasic care îl transgresează. Astfel, el nu constituie în mod real o lege a raţiunii, ci o lege a anumitor sisteme logic; este un principiu a cărui prezenţă într-un sistem logic îl face pe acesta să fie comod şi avantajos pentru majoritatea aplicaţiilor sale.

   În mod analog, logicile polivalente[33] lasă de o parte principiul terţului exclus, scoţându-i în evidenţă natura relativă. O obiecţie curentă la adresa logicilor polivalente este aceea că pentru construirea lor trebuie să se recurgă în mod necesar la terţul exclus în metalimbaj. Cu toate acestea, o astfel de obiecţie nu este validă[34]. Relativitatea legii terţului exclus este coroborată totodată de concepţia logică a intuiţioniştilor.

   Ceva similar se întâmplă şi cu legea identităţii.

   În rezumat, aşa numitele legi ale gândirii sunt relative. Ele reprezintă de fapt pietrele de încercare ale anumitor sisteme logice care determină categorii foarte utile ale gândirii raţionale. Totuşi, dacă gândirea se supune anumitor principii, acestea nu pot fi decât principiile pragmatice discutate anterior.

2. Chestiunea relativităţii acestor principii se rezumă în felul următor: nu este vorba de a şti dacă ele sunt valabile numai pe un plan formal – contribuind la definirea unor categorii date, ci de a şti dacă sunt valide la nivelul realităţii. Teza noastră este că în acest sens ele sunt valide mai mult sau mai puţin ca principiile şi ipotezele generale ale fizicii, de pildă, ca postulatele referitoare la măsurarea timpului, legea conservării energiei şi al doilea principiu al termodinamicii[35]. Comparaţia cu geometria se

---

[33] Referitor la logicile polivalente, vezi, de exemplu, N. Rescher, *Many–Valued Logic*, McGraw–Hill, New York, 1969 şi G. Malinowski, *Many–Valued Logic*, Oxford, 1993; vom trata mai departe despre aceste logici.

[34] Cf. Rescher, Op. cit., pp. 82 şi urm.

[35] Cf. F. Enriques, *Les concepts fondamentaux de la science*, Flammarion, Paris, 1913.

dovedeşte aici edificatoare: întrucât există numeroase geometrii matematic posibile, numai o interrelaţie dialectică între experienţă şi realitate ar putea, în anumite momente precise, să decidă dacă trebuie utilizată într-o anumită ştiinţă particulară. Un lucru analog se întâmplă în logică după descoperirea diferitelor logici alternative. Dar aceasta nu înseamnă că logica este arbitrară sau pur convenţională; dimpotrivă, atunci când se efectuează o alegere, se află în joc numeroşi factori, cum ar fi chestiunea economiei de gândire, a simplităţii, a comodităţii şi, mai presus de toate, «funcţia proprie a spiritului care creează ştiinţa», a cărei unitate asigură «unitatea cunoaşterii.»[36] Astfel, dacă le considerăm legi *legate* de realitate, legile logicii sunt nişte ipoteze. Iar acceptarea lor în câmpul total al ştiinţei depinde de factori pragmatici (în sens larg); ele servesc la a da o *formă* domeniului ştiinţific şi, în general, domeniului raţional.

În chip de epilog: nu există *legi ale raţiunii* (*sau ale gândirii*) *în sensul logicii tradiţionale.* Iar secţiunile următoare vor confirma acest lucru.

V. Logică, raţiune şi experienţă

Legile logicii au un dublu aspect: unul reflectă activitatea raţională iar celălalt caracteristicile cele mai generale ale obiectelor, îndeosebi ale obiectelor reale. Pentru ca logica să funcţioneze, să poată fi aplicată, nu este suficient să fie garantată *coerenţa* sau nontrivialitatea) gândirii, ci trebuie totodată să se dea seama de realitate. Cu alte cuvinte, pe lângă aspectul său *subiectiv*, logica mai posedă şi un aspect *obiectiv*, ontologic: ea constituie, referitor la lumea reală, după spusele lui Gonseth, o fizică a obiectului întru totul nedeterminată, întru totul oarecare sau cel puţin a obiectelor oarecare ale unor vaste câmpuri obiective.

Procesul prin care se constituie legile logice este un proces complex care pune în joc diverşi factori cum ar fi sensibilitatea, experienţa şi raţiunea. Există totuşi ceva tipic în acest proces: pornind de la experienţă, condiţionată în parte de spiritul nostru, noţiunile logice se stabilesc graţie unei *idealizări* succesive şi constante, care merge până la noţiunile sofisticate ale logicii matematice actuale. Este ca şi cum s-ar descoperi treptat o lume platonică a ideilor preexistente şi imuabile. Totuşi, din punct de vedere al filosofiei pozitive, trebuie să ne arătăm neîncrezători faţă de o astfel de impresie.

[36] Enriques, Op. cit., p. 3.

Idealizarea logico-raţională se înrădăcinează în experienţă, izolează proprietăţile importante, le schematizează şi le extrapolează. Se constituie astfel categoriile logice fundamentale şi principiile ce le guvernează. Deci abstractizarea, sistematizarea şi extrapolarea generează, ca să spunem aşa, categoriile raţionale. Întrucât ultimele două operaţii contribuie realmente la elaborarea acestor categorii, apare o problemă: cum este posibil ca nişte concepte, rod al unor idealizări şi extrapolări repetate, să se aplice atât de perfect sistematizării datelor ştiinţifice? Aici se află întreaga problemă a aplicabilităţii logicii. Surprinzător este faptul că de la Hume încoace problema inducţiei a fost atât de mult dezbătută în timp ce, dimpotrivă, asupra problemei deducţiei s-a insistat puţin, de parcă legitimitatea sa ar fi fost de la sine înţeleasă. Şi totuşi, chiar la temelia logicii se află o dificultate analoagă celei a inducţiei şi asupra căreia vom reveni mai încolo: folosind termeni mai imprecişi, putem afirma că aplicarea logicii la realitate se întemeiază pe *principii inductive* (inducţia non formală din § 1 al acestui capitol).

S-ar putea obiecta că, de fapt, genealogic vorbind, totul se petrece în modul indicat mai sus; totuşi, deoarece legile logice sunt universale, necesare, *a priori* şi evidente, originea lor nu le justifică esenţa. De exemplu, s-ar putea argumenta invocând importanţa faptului că procesul de idealizare este în mare parte un proces de abstractizare care ne furnizează structura generală a realităţii. S-ar putea de asemenea susţine că, în fond, acest proces se produce graţie conştientizării categoriilor şi principiilor *a priori* ce guvernează exerciţiul raţiunii şi cu ajutorul cărora percepem realul. În rezumat: punctul nevralgic nu constă în descrierea genezei normelor logice, ci în explicarea şi explicitarea *status*-ului lor, care justifică de fapt calităţile legilor logice menţionate.

Am văzut deja că legile logice pot fi *dialectizate* şi că trăsăturile lor caracteristice precum universalitatea, evidenţa etc. sunt aparente. De exemplu, între legile fizice şi legile logice există doar o diferenţă de grad în ceea ce priveşte conţinutul lor de realitate, şi nu o diferenţă de natură. Din punctul nostru de vedere, argumentele din paragraful anterior nu sunt valabile. În mod pozitiv, fără a recurge la nici o speculaţie, se poate susţine doar că normele logice guvernează anumite categorii folosite ca armătură pentru stăpânirea mediului; cât despre semnificaţia lor empirică, înţeleasă din punctul de vedere al ştiinţei, este vorba de nişte *a posteriori* şi, într-o oarecare măsură, de instrumente pragmatice, de reguli ale jocului. Trebuie să ne amintim aici de un accident istoric: în pofida celor spuse mai înainte, logica s-a dezvoltat istoric pornind de la concepţiile metafizice ale lui Platon şi Aristotel, iar legile sale păreau a guverna fiinţa în opoziţie cu aparenţa. Ceea ce pare aproape paradoxal.

Deci logica se structurează puţin câte puţin, fiecare etapă fecundând-o pe următoarea, iar principiile sale se perfecţionează treptat. Suntem aşadar îndreptăţiţi să-i aplicăm afirmaţia lui Einstein cu privire la geometrie, la care ne-am referit în capitolul 1, § 1.

În scopul coroborării celor spuse până în prezent în această secţiune, vom încerca o dialectizare a conceptelor de obiect şi de identitate.

Pentru început, vom discuta despre principiul identităţii în formularea (2) din § 4 al acestui capitol. Este clar că pentru obiectele comune cum sunt o carte sau o persoană, (2) se aplică aparent fără nici o dificultate majoră. O persoană oarecare, să zicem *A*, deşi suferă multiple modificări în decursul vieţii sale, rămâne într-un anumit sens identică cu sine: $A = A$. Aceasta apare încă şi mai clar în ceea ce priveşte obiectele abstracte: de exemplu, egalitatea 1 = 1 pare evidentă şi indiscutabilă.

Cu toate acestea, lucrurile nu sunt aşa de simple cum ar putea crede realismul naiv. În fizica cuantică, particulele elementare transgresează principiul identităţii. Astfel, Schrödinger afirma că relaţia de identitate între particule este lipsită de sens: «...nu este o problemă care depinde de capacitatea noastră de a dovedi identitatea în anumite cazuri şi de incapacitatea noastră de a o dovedi în alte cazuri. Este cert faptul că problema „identităţii" este realmente şi cu adevărat lipsită de sens.»[37] Poate că poziţia lui Schrödinger nu este acceptabilă decât temporar şi că viitorul ne va arăta că el s-a înşelat. Totuşi, fapt este că fizica cuantică scoate în evidenţă posibilitatea de a dialectiza ideea de identitate şi, în consecinţă, însăşi legea care îi corespunde.

Să lăsăm acum de o parte exemplele sofisticate ale fizicii cuantice (vom reveni la ele mai târziu) şi să ne întoarcem la lumea macroscopică.

Heraclit afirma că nu ne putem scălda de două ori în acelaşi fluviu: între două băi fluviul se modifică, nu mai este acelaşi. «Fiecare lucru concret», spunea Lenin, «se află în relaţii diferite şi întotdeauna contradictorii cu tot restul. *Ergo*, el este atât el însuşi cât şi altceva decât el însuşi». Astfel de afirmaţii par absurde sau complet eronate şi, cel puţin de la Aristotel încoace, ucenicii logicieni cred că le pot respinge simplu şi sigur. Cu toate acestea, ele conţin un sâmbure de adevăr şi ridică probleme greu de depăşit.

Să revenim la persoana *A* despre care am vorbit mai înainte. Pentru a fixa ideile, să presupunem că *A* înseamnă Napoleon. Este clar că Napoleon nu a rămas identic cu sine pe parcursul fulgurantei sale cariere politice şi

---

[37] E. Schrödinger, *Ciencia y humanismo*, Alhambra, Madrid, p. 25.

militare. (De altfel, unii susţin că au existat doi Napoleon: primul, cu părul lung, cel de al doilea cu părul scurt). El nu a fost întotdeauna puţin chel; uneori se deplasa călare, alteori nu; la începutul vieţii a fost slab, apoi s-a îngrăşat. Deci, dacă refuzăm să recurgem la principii metafizice *ad hoc*, există doar două posibilităţi pentru ca principiul identităţii să i se poată aplica cu exactitate marelui strateg:

1. Combinarea relaţiei de identitate cu conceptul de timp. În loc să scriem A = A sau Napoleon = Napoleon, vom utiliza notaţia $=_t$ pentru a desemna identitatea la un moment dat t: A $=_t$ A (sau Napoleon $=_t$ Napoleon) înseamnă că A este egal cu A în momentul t.

2. Considerarea lui Napoleon drept o zonă continuă a spaţiului-timp, alcătuită din toate evenimentele ce constituie viaţa generalului corsican.

În ambele cazuri, legea identităţii devine extrem de complicată, iar formalizarea sa uzuală este doar aproximativ valabilă. Vom cita o singură dificultate: dacă Napoleon este agregatul evenimentelor ce îi alcătuiesc viaţa, când a început el să existe? Ce evenimente din secolul al XIX-lea îl constituie pe Napoleon? Este victoria lui Nelson la Trafalgar unul dintre ele? Cu cât pătrundem mai adânc în astfel de chestiuni, cu atât resimţim mai mult limitele legii identităţii, aşa cum se prezintă ea în mod pozitiv.

De ce nu am recurs atunci la un realism substanţialist pentru a legitima aplicaţiile logicii şi, în mod special, aplicaţiile logicii contradicţiei la lumea reală? Pentru că ştiinţa actuală nu este *substanţialistă*, categoria de substanţă fiind dialectizată. Logica matematică actuală, considerată ca sistem închis, nu a fost şi nu va putea fi distrusă niciodată de ştiinţele realului. Ea îşi are propriul domeniu de validitate nu doar ca sistem abstract, ci şi datorită multiplelor sale aplicaţii. Ea s-ar putea chiar transforma în fizică generală a naturii, în cazul în care aceasta s-ar încadra într-o ontologie substanţialistă prevăzută cu caracteristici convenabile. Dar totul pare să indice că acest lucru nu se întâmplă, întrucât ştiinţa actuală a dialectizat noţiunea *clasică de obiect*. Cu privire la acest subiect, Bachelard a spus: «Logica nu mai poate fi *reificată*; ea trebuie să reintegreze lucrurile în mişcarea fenomenului. Dar atunci, devenind o fizică dinamică a obiectului oarecare, logica ajunge să se ocupe de toate teoriile noi care studiază noile obiecte dinamizate. Obiectul stabilizabil, obiectul imobil, obiectul în repaus formau domeniul de verificare a logicii aristotelice. În faţa gândirii umane apar acum alte obiecte care nu mai sunt stabilizabile, care, aflate în repaus, nu ar avea nici o proprietate şi, în consecinţă, nici o definiţie conceptuală. Va trebui găsită aşadar o modalitate de a modifica jocul valorilor logice, pe scurt, este necesar

să se determine atâta logică câte tipuri de obiecte oarecare există.»[38]. Fără nici o îndoială, micro-obiectele fizicii contemporane confirmă în parte afirmațiile filosofului francez[39].

În rezumat: noțiunile clasice de obiect și de identitate pot fi dialectizate, așa cum o arată dezvoltarea istorică a științelor, în special aceea a fizicii. Acest simplu fapt nu atrage după sine necesitatea abandonării logicii tradiționale, matematice; când focalizăm logica printr-o prismă abstractă, ca sistem formal, ipotetico-deductiv, nu avem nici un motiv de îngrijorare. Însă din punct de vedere al aplicațiilor situația nu mai este aceeași; există două posibilități:

1. Să se construiască o nouă logică, generalizare a logicii tradiționale, care să dea rezultate mai bune din punct de vedere al sistematizării științei.
2. Să se adopte logica tradițională în stadiul prezent al evoluției științelor, în special a fizicii, încercându-se depășirea dificultăților fără să se aducă atingere nivelului logic.

În pofida tentativelor unor cercetători ca P. Février și Reichenbach de a funda fizica cuantică pornind de la sisteme logice diferite de sistemul tradițional, s-ar părea că la ora actuală specialiștii preferă cea de a doua alternativă.

Astfel, anumite progrese ale fizicii au condus la dialectizarea unor concepte fundamentale ale logicii precum cele de obiect și de identitate. Devine imposibil să se facă față obstacolelor și se impune o opțiune conștientă sau inconștientă. Trebuie să insistăm asupra faptului că o astfel de opțiune nu se reduce la o simplă chestiune de comoditate, de simplitate sau de economie, care ar consta în efectuarea unui lucru de mântuială. Este natural ca astfel de factori să influențeze alegerea unei opțiuni; totuși, este important ca:

1. Experiența, considerată ca un întreg, să nu fie incompatibilă cu perspectiva adoptată;
2. Rațiunea, în funcția sa constitutivă, bogată deja de multă vreme în categorii și principii, să se împotrivească conceptelor tradiționale care au cel mai mare conținut semnificativ.

În câteva cuvinte: calea este cea trasată de principiul adecvării, luat într-un sens larg.

---

[38] G. Bachelard, *La philosophie du non*, PUF, Paris, 1949, p. 111.

[39] Pentru mai multe detalii, a se consulta lucrarea citată a lui Bachelard, precum și o altă carte a aceluiași autor: *Le nouvel esprit scientifique*.

Principiul adecvării reglează echilibrul între raţiune, logică şi experienţă. Prin intermediul acestui principiu, *conţinutul ancestral al raţiunii şi structura experienţei* marchează căile viitoare. În felul acesta, credem că am descris în linii mari relaţia dintre logică, raţiune şi experienţă[40].

Addendum. Numim *logica lui Schrödinger* o logică în care principiul identităţii este lipsit de semnificaţie pentru anumite obiecte. Vom arăta în cele ce urmează cum se formalizează o astfel de logică (de ordinul întâi) pe care o vom desemna prin *S*.

1. Simbolurile primitive ale lui *S*:

a) conectorii: $\neg$ şi $\vee$ ($\rightarrow$, $\wedge$ şi $\rightarrow$ sunt introduşi ca de obicei);
b) cuantificatorul universal: (se defineşte ca de obicei);
c) parantezele;
d) variabilele de primă specie: $x', x'', x''', \ldots$;
e) variabilele de a doua specie: $X', X'', X''', \ldots$;
f) familie oarecare de constante (individuale) de prima specie;
g) familie oarecare de constante (individuale) de a doua specie;
h) simbolul egalităţii: = ;
i) pentru fiecare număr natural $n > 0$, o colecţie nevidă de simboluri de predicate *n - are*.

Vom numi termen, orice variabilă sau constantă. Termenul t va fi de primă specie dacă t este o variabilă sau o constantă de primă specie: în caz contrar, t va fi numit de a doua specie.

2. Formulele lui *S*: a) dacă P este un simbol al predicatului *n - ar* iar $t_1, t_2, \ldots, t_n$ sunt n termeni, atunci $Pt_1 t_2 \ldots t_n$ este o formulă atomară; dacă t şi u sunt termeni de a doua specie, atunci $t = u$ este de asemenea o formulă atomară; b) pornind de la formulele atomare, se defineşte conceptul general de formule ca de obicei.

Observaţie: dacă t şi u nu sunt amândoi termeni de a doua specie, $t = u$ nu este o formulă.

Noţiunile de ocurenţă legată a unei variabile determinate într-o formulă, de termen liber de o variabilă într-o formulă dată etc., sunt definite ca de obicei.

---

[40] Forma în care se stabilesc conceptele ştiinţifice, ţinând cont mai ales de structura proprie a spiritului, de condiţiile psihologice şi fiziologice este tratată în lucrarea lui Enriques asupra conceptelor fundamentale ale ştiinţei, citată anterior.

3. Postulatele lui S:

Postulate ale calculului propoziţional (A, B, C sunt formule):

I_1 $A \to (A \vee B)$

I_2 $(A \vee A) \to A$

I_3 $(A \vee B) \to (B \vee A)$

I_4 $(A \to B) \to ((C \vee A) \to (C \vee B))$

I_5 $A, A \to B / B$

Postulate pentru cuantificare:

II_1 $\forall x A(x) \to A(t)$, unde $A(x)$ este o formulă, x o variabilă şi t un termen liber de x în $A(x)$; mai mult, dacă x este de a doua specie, t trebuie să fie de asemenea de a doua specie.

II_2 $C \to A(x) / C \to \forall x A(x)$, unde C şi $A(x)$ sunt formule şi variabila x nu apare liberă în C.

Postulate de egalitate:

$=_1$ $\forall X' (X' = X')$

$=_2$ $u = v \to (A(u) \leftrightarrow A(v))$unde restricţiile sunt cele obişnuite; trebuie doar să adăugăm că u şi v sunt termeni de a doua specie.

Introducem noţiunile de termen, de deducţie etc., fără nici o dificultate.

Vom încerca acum să elaborăm o semantică pentru logica bisortuală S[41]. O structură în care poate fi interpretat S este alcătuită din două mulţimi nevide, D_1 şi D_2, astfel că $D_2 \subseteq D_1$, precum şi, pentru fiecare număr natural $n > 0$, din predicate n – are ce corespund simbolurilor predicatelor de aritate n şi care sunt submulţimile lui D_1^n, din elemente ale lui D_1 care corespund constantelor de primă specie şi, în sfârşit, din elemente ale lui D_2 care corespund constantelor de a doua specie. Evident, se asociază simbolului de egalitate relaţia de egalitate a lui D_2.

În continuare, se obţin rezultatele semantice referitoare la S fără nici o dificultate. Se dovedeşte astfel corectitudinea acestei semantici şi completudinea lui S cu privire la această semantică etc.

---

[41] Despre logica bisortuală, vezi, N.C.A. da Costa, «On the underlying logic of two systems of set theory», *Indag. Math.*, 32 (1970), 1–8.

Deşi problema constând în a dota S cu o semantică este simplă din punct de vedere tehnic, apar anumite dificultăţi din punct de vedere filosofic: într-adevăr, D_1 nu poate fi considerat o mulţime conform accepţiunii uzuale a termenului în teoria mulţimilor, întrucât pentru elementele sale relaţia de identitate nu are un sens general; putem distinge sau identifica numai elementele lui D_2. Pentru a depăşi această dificultate avem două căi posibile:

1. A încerca să generalizăm noţiunea de mulţime, de exemplu construind o teorie a *cvasimulţimilor*, care ar conţine mulţimile obişnuite sub formă de cazuri particulare, iar atunci vom funda o semantică pentru S în cadrul unei astfel de teorii[42].

2. A nu încerca elaborarea unei semantici matematice şi formale pentru S, ci a dezvolta mai degrabă o *semantică informală* oarecum imprecisă, cu sprijinul limbajului natural şi având în minte învăţăturile fizicii cuantice; de altfel, un procedeu analog este folosit în mod sistematic în domeniul ştiinţelor empirice unde contextele expunerii (şi legile, ipotezele, teoriile...) au exclusiv semantici informale (şi adesea ne explicite), capabile totuşi să confere o *semnificaţie* acestor date.

Scopul acestui *addendum* nu este de a pretinde că o logică a lui Schrödinger ar fi indispensabilă pentru ştiinţa actuală; vrem doar să clarificăm două aspecte: a) este posibil ca principiul identităţii să fie dialectizat prin intermediul unor construcţii tehnice: există logici rezonabile – logicile lui Schrödinger – în care validitatea sa nu este universală; b) când se afirmă că pentru ca un sistem să fie acceptabil, el trebuie să fie dotat cu o semantică, această afirmaţie este supusă unor restricţii: nu dispunem întotdeauna de o semantică precisă şi trebuie să recurgem uneori la semantici informale. Cu alte cuvinte, nu avem întotdeauna la îndemână o semantică construită după principiile semioticii pure, ci uneori doar o semantică informală stabilită în limitele semioticii aplicate.

O observaţie demnă de interes este următoarea: dacă pentru sistemul logic L_1 dezvoltăm o semantică riguroasă S_1, acest lucru nu poate fi făcut decât cu ajutorul unui alt sistem logic L_2. Dacă L_2 îl conţine pe L_1, S_1 posedă exclusiv o valoare «formală» şi nimic nu contribuie la clarificarea lui L_1 într-un sens precis. Dacă L_2 nu îl conţine pe L_1, poate exista o elucidare din momentul în care se face apel la un nou sistem logic pentru a înzestra L_1 cu o semantică. Astfel, pentru a evita o regresie la infinit, concluzia ce se impune

[42] O astfel de teorie a cvasimulţimilor a fost dezvoltată de D. Krause, «On a quasi – set theory», *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 33 (1992), 402–411.

este că la baza tuturor disciplinelor deductive se află întotdeauna o semantică în esență informală. De aici, rolul privilegiat al limbajului natural în toate încercările de a înțelege semnificația logicii, mai ales datorită categoriilor cu care limbajul dotează gândirea.

În încheierea acestui *addendum* vom sublinia că această construcție a logicii lui Schrödinger prezentată mai sus constituie un exemplu tipic al metodei modelelor ipotetice sau o *experiență de gândire*[43].

VI. Originea legilor logice

Numeroși autori au arătat că logica tradițională era strâns legată la originile sale de geometria euclidiană (cf. de exemplu cărților citate ale lui Gonseth și Bachelard). Noțiunile de obiect, de proprietate și de relație din logica aristotelică și din logica matematică uzuală provin dintr-o viziune statică și euclidiană asupra realității.

Obiectele geometrice sunt independente de timp și *rămân* identice cu sine. Aici se află fără îndoială una din justificările psihologice și epistemologice ale principiului identității. Nici un obiect nu poate să fie (sau să posede o proprietate) și să nu fie într-un loc dat (respectiv să nu posede o proprietate dată). Aceasta este, evident, o primă aproximare a legii contradicției. O altă proprietate a entităților geometrice – fundament al legii terțului exclus – se formulează după cum urmează: orice obiect se află sau nu se află într-un loc dat. Pe scurt, logica aristotelică și logica matematică nu sunt nimic altceva decât generalizări idealizate ale legilor ce guvernează entitățile geometrice euclidiene; corpurile geometrice sunt statice și imuabile, dotate cu proprietăți și întreținând aceleași relații între ele precum substanțele lui Aristotel. Nu este necesar să folosim metoda modelelor ipotetice pentru a înțelege că dacă spațiul, de pildă, nu ar fi nici omogen, nici izotrop, perspectiva noastră logică ar fi diferită.

Aritmetica greacă, de origine pitagoriciană, constituie una din sursele epistemologice ale logicii. Dar totul pare să arate că, în construirea logicii, influența geometriei a fost mai mare. Nu poate fi neglijată nici contribuția științei naturii, deși ea este adesea exagerată; cu toate acestea,

---

[43] Pentru a ști mai mult despre acest subiect: N.C.A. da Costa, D. Krause și S. French, «The Schrödinger problem», în *Erwin Schrödinger: philosophy and the birth of quantum mechanics*, editat de M. Bithol și O. Darrigol, Editions Frontières, Paris, 1992, pp. 445–460; D. Krause și S. French, «A formal framework for quantum non – individuality», *Sinthèse*, 103 (1995); N.C.A. da Costa și D. Krause, «Schrödinger logisc», *Studia Logica, 53* (1994), 553–550.

este cert că Aristotel a fost un mare naturalist care s-a inspirat în cercetările sale biologice pentru a elabora mai ales teoria silogismului categoric. Conceptul ia naştere când nişte fiinţe sunt subsumate într-o colecţie cu ajutorul anumitor atribute, în timp ce judecata şi raţionamentul iau naştere atunci când se compară între ele extensiunile sau comprehensiunile a două sau mai multe concepe. În tot acest joc de ordin pur raţional, conceptele sunt considerate fixe: există un fel de geometrizare a mecanismului logico raţional, deşi Stagiritul a fost mai degrabă naturalist decât matematician. (Cercurile lui Euler confirmă această tendinţă de a geometriza categoriile raţionale).

Deci, din punct de vedere istoric, pentru a descoperi originea empirică şi idealizarea lentă a legilor logice, trebuie să se observe modul în care s-au format ideile centrale ale geometriei, ale aritmeticii şi ale ştiinţelor naturale. Contribuţia filosofiei greceşti, în totalitatea sa, este de asemenea pertinentă (mai ales în cazul doctrinelor lui Parmenide şi Platon). Dar pentru noi va fi suficient să avem în vedere numai cazul ştiinţei lui Euclid.

Se poate susţine teza conform căreia evoluţia legilor logice, istoric vorbind, este paralelă cu aceea a legilor geometrice. Dacă există vreo diferenţă, ea constă într-o mai mare generalitate a logicii. Contactul cu lumea în care ne găsim cufundaţi depinde de diferiţi factori: 1) lumea aşa cum este ea, 2) sensibilitatea, şi 3) raţiunea. Dar să spunem deschis încă de pe acum că avem certitudinea imposibilităţii de a hotărî, o dată pentru totdeauna, dacă cunoaşterea mediului nostru constă în formarea unor imagini ale lucrurilor reale aşa cum sunt ele sau dacă obiectele reale sunt în mod fundamental propriile noastre creaţii ori dacă, în sfârşit, cunoaşterea realului rezultă din încrucişarea şi din interdependenţa celor trei factori citaţi. S-ar părea totuşi că această ultimă ipoteză este cea mai raţională.

Când ne exercităm facultatea cognitivă folosim anumite categorii cum ar fi acelea de obiect, de proprietate şi de relaţie, sugerate evident de experienţă, dar a căror configuraţie finală transcende experienţa însăşi. Astfel, relaţiile noastre cu persoanele şi cu anumite obiecte macroscopice ne duc la stabilirea categoriei de obiect. De fapt, în logica aristotelică, obiectul avut în vedere este obiectul macroscopic din viaţa obişnuită, cu caracteristicile sale statice şi substanţialiste. Elaborarea acestei categorii nu a fost totuşi spontană şi independentă de experienţă, fapt ce pare a fi confirmat de analiza evoluţiei copilului şi a funcţionării spiritului primitiv.

Geometria euclidiană reprezintă rezultatul a doi factori principali: experienţa noastră cu obiecte macroscopice prin intermediul sensibilităţii şi un proces de idealizare, consecinţă a activităţii constitutive a raţiunii, care extinde şi extrapolează datele mai mult sau mai puţin nemijlocite ale

experienţei. Rolul primului factor în formarea noţiunilor geometrice este evident: fără experienţa obişnuită nu ar exista geometrie. În ceea ce priveşte pertinenţa celui de al doilea factor, este suficient să observăm că Poincaré credea că geometria euclidiană era exclusiv convenţională – un fel de convenţie terminologică servind drept fundament fizicii[44]; iar argumentele pe care le prezintă în favoarea nominalismului său geometric, deşi puţin concludente, servesc să arate cât de mult datorează geometria activităţii raţiunii constitutive.

De la experienţele noastre limitate şi restrânse cu fire subţiri întinse sau cu raze de lumină, ajungem la idealizarea conceptului de dreaptă euclidiană, care extrapolează ceea ce ne furnizează experienţa.

Pe de altă parte, caracterul apodictic al propoziţiilor geometrice rezultă din două fapte fundamentale: 1. conştient sau inconştient, dezvoltarea geometriei s-a înfăptuit dintr-un punct de vedere ipotetico–deductiv, chiar dacă la început aceasta s-a produs într-un mod puţin rudimentar; 2. datorită generalităţii şi abstracţiei noţiunilor geometrice şi având în vedere aparenta stabilitate şi alte caracteristici ale lumii noastre fizice şi macroscopice, propoziţiile geometrice sunt practic confirmate de experienţă (chiar şi experienţe simple şi elementare, care pun în joc spaţiile tactilo–muscular, vizual şi motor, au o mare valoare). Astfel de fapte au conferit geometriei caracterul său apodictic, tinzând să facă din ea modelul ştiinţei, simptom al certitudinii absolute. O dată cu apariţia geometriilor neeuclidiene s-a produs un fel de scindare în corpul doctrinei geometrice: considerată ca sistem ipotetico–deductiv, matematic, geometria euclidiană continuă să fie, într-un anumit sens, apodictică; cu toate acestea, ca disciplină fizică, ea a devenit scena tuturor instabilităţilor inerente ştiinţelor naturii, fără a se bucura de nici un privilegiu.

Cu logica se întâmplă ceva analog. În cadrul disciplinelor deductive, formale, ea beneficiază de întreaga perfecţiune posibilă.

Cu toate acestea, ca ştiinţă a celor mai generale proprietăţi, ea poate fi dialectizată: la fel cum există diferite geometrii, există şi diferite logici. Probabil că în viitor vom utiliza noi logici, tot aşa cum fizicianul din zilele noastre recurge la geometrii diferite de geometria euclidiană.

Aşa cum a arătat Poincaré, până şi la temelia geometriei uzuale se află un factor convenţional. Geometria euclidiană este menţinută în parte din raţiuni de comoditate, iar aceasta se datorează faptului că ea este cea mai simplă, la fel cum un polinom de gradul unu este mai simplu decât un polinom de gradul patru. Iar atunci când o experienţă pare să contrazică

---

[44] Vezi H. Poincaré, *La science et l'hypothèse*, Flammarion, Paris, 1906.

experienţa geometrică, se întâmplă în general ca geometria să fie păstrată şi să se introducă modificări în alte zone ale ştiinţei. Ceva analog se întâmplă şi cu logica, cum vom vedea în cele ce urmează. Cu toate acestea, poziţia noastră este puţin mai radicală: dacă în practică, din cele mai diverse motive (simplitate, economie de gândire, inerţie psihologică, influenţă ancestrală...), ne aflăm în situaţia de a împrumuta canoanele logicii tradiţionale, nimic nu ne împiedică, în principiu, să utilizăm în sistematizarea datelor raţionale logici diferite de logica uzuală. Aceasta rezultă din faptul că logica este mult mai îndepărtată de experienţă decât celelalte ştiinţe ale realului.

Un alt detaliu demn de menţionat, asupra căruia s-au pronunţat numeroşi specialişti este următorul: epistemologic vorbind, logica clasică se află într-o conexiune strânsă cu mecanica newtoniană. Conform acesteia din urmă, obiectele fizice se mişcă în spaţiu în fluxul timpului absolut, care trece fără a le afecta esenţele. Proprietăţile *intrinsece* ale particulelor materiale sunt independente de stările lor dinamice. Faptul că o particulă materială se află sau nu în mişcare constituie un accident. În realitate, logica aristotelică, chiar şi în formularea ei simbolică actuală, geometria lui Euclid şi fizica lui Newton alcătuiesc un bloc epistemologic, cum a spus Bachelard, astfel încât orice modificare, orice dialectizare a uneia dintre ele generează automat modificări la celelalte două. Deşi nu admitem *in totum* teza filosofului francez, nu putem nega că orice restricţie pe care experienţa ne obligă s-o efectuăm faţă de una dintre ele deschide o breşă care le pune în discuţie pe celelalte.

Or, cum am spus deja, pentru fizica epocii noastre particulele elementare nu au, ca să zicem aşa, o existenţă independentă de starea lor dinamică. Separarea între proprietăţile geometrice şi mecanice, între poziţie şi viteză, de exemplu, nu este posibilă. Într-adevăr, principiul incertitudinii al lui Heisenberg confirmă acest lucru; iar acest principiu nu trebuie interpretat ca indicând doar o limitare legată de observator, de interferenţa aparatelor sale de măsurat, ci mai degrabă ca o caracterizare a propriei esenţe a particulelor elementare: ele au o natură dinamică şi nu este posibil să fie concepute la modul euclidian: nişte obiecte euclidiene ce se mişcă doar accidental nu pot fi cunoscute din punctul de vedere al proprietăţilor lor simultane de localizare geometrică şi de stare dinamică. Toate acestea generează anumite dificultăţi de ordin logic, de exemplu: ce înseamnă cu adevărat a afirma că o particulă elementară rămâne identică cu sine în cursul unui fenomen? Se poate oare afirma că un electron nu se află în două locuri diferite în acelaşi moment? (Ne amintim în special caracterul «dual» al electronului: el *este* undă şi el *este* corpuscul).

Cele spuse de noi nu sunt suficiente pentru a elimina complet o concepţie *reificatoare* în fizică. Cu toate acestea, ele confirmă faptul că logica nu mai poate fi impusă organizării experienţei noastre ca o formă *a priori*.

Pe scurt, poziţia noastră cu privire la legile logice este următoarea: originea unică a legilor logice constă în aplicarea principiilor sistematizării, unicităţii şi adecvării ce vizează să ordoneze experienţa. O astfel de aplicare, la începutul istoriei logicii şi în decursul secolelor ce au urmat, până în epoca noastră, a fost mai mult sau mai puţin inconştientă şi implicită. Cu toate acestea, astăzi, drept urmare a evoluţiei ştiinţei, se impune o concluzie: în mod pozitiv, fără a intra în consideraţii speculative, principiile în cauză constituie unica sursă a logicii. Aceasta se elaborează pornind de la interacţiunea dialectică între spirit şi mediul său, prin aplicarea principiilor pragmatice. Dar nu trebuie nici o clipă să credem că principiile pragmatice determină un sistem logic în mod univoc, nici măcar într-o zonă restrânsă a ştiinţei. Dimpotrivă, cititorul se va convinge că logici diferite au aceeaşi situaţie obiectiv–raţională şi că, în plus, este valabilă ceea ce vom numi *norma relativităţii*: nu există practic nici un principiu de la care să nu ne putem abate, în sensul în care există un sistem rezonabil de logică unde el nu are valoare în general.

Pentru a confirma parţial cele spuse de noi, să vedem cum descrie Heisenberg situaţia reală a mecanicii cuantice[45]. După el, ne putem întreba ce limbaj a fost utilizat de fizicianul cuantic sau putem încerca să descriem tentativele efectuate cu scopul de a defini un limbaj (prevăzut cu o logică determinată) adecvat pentru a vorbi direct despre micro-obiecte.

În practică, majoritatea fizicienilor utilizează un limbaj ambiguu ce îşi are originea în noţiunea de complementaritate introdusă de Bohr: conceptele clasice sunt folosite în mod vag, în acord cu principiul incertitudinii al lui Heisenberg. Un astfel de procedeu ambiguu şi nesistematic generează dificultăţi, obligând fizicianul să recurgă la un algoritm matematic a cărui legătură cu experienţa şi cu măsurătorile este mai bine sau mai puţin bine definit.

Această soluţie nu este totuşi satisfăcătoare din punct de vedere teoretic. Ar trebui introdus un limbaj precis, cu o logică subiacentă bine determinată, bine structurată, pentru a putea trata despre atomi, electroni etc. Cu toate acestea, aşa cum am arătat deja în mod insistent, aceste obiecte nu se comportă ca obiectele macroscopice, clasice, statice. Heisenberg citează tentativa lui Weizsäcker de a construi o nouă logică pentru fizica cuantică, logică în care să nu fie în general valabil principiul terţului exclus. Este clar faptul că, concepţia lui Weizsäcker care pune în joc *valorile de adevăr* şi alte noutăţi, se îndepărtează puţin de intenţiile noastre comune. Heisenberg spune că: «Toate aceste definiţii şi distincţii dificile pot fi evitate dacă ne limităm

[45] W. Heisenberg, *Physics and Philosophy*, George Allen & Unwin, Londra, 1963, pp. 154–160.

limbajul la descrierea faptelor, i.e. a rezultatelor experimentale. Cu toate acestea, dacă vrem să vorbim chiar despre particulele atomice, trebuie să utilizăm formalismul matematic ca unic supliment la limbajul natural sau trebuie să le combinăm cu un limbaj prevăzut cu o nouă logică ori lipsit de o logică bine definită. În experienţele privind nivelul atomic trebuie luate în considerare obiecte şi fapte, fenomene ce sunt la fel de reale ca fenomenele vieţii cotidiene. Dar atomii şi particulele elementare nu sunt la fel de reale: ele constituie mai degrabă o lume potenţială decât o lume a lucrurilor şi a faptelor.»[46]

Constatăm aşadar că la ora actuală nu se poate impune *a priori* o logică oarecare fizicii particulelor elementare. Sistemul logic adecvat nu apare decât *a posteriori.*

Câteva exemple vor clarifica mai bine modul în care principiile logice depind de experienţă, în sensul larg al termenului.

Exemplul lui von Wright: noţiunea de timp are o origine comună cu noţiunea de deplasare, de schimbare. Dacă, brusc, nu ar mai fi nici o schimbare în lume, timpul ar dispare. Aceasta este, între altele, părerea lui Aristotel. Timpul se iveşte prin abstractizarea şi extrapolarea unor *serii temporale restrânse*: ordonăm anumite senzaţii sau anumite fenomene în succesiuni F_1, F_2, ... , F_n unde F_1 precedă temporal F_{i+1} şi comparând aceste serii limitate dar care în principiu pot fi extinse în cele două sensuri (spre trecut sau spre viitor) formăm categoria timpului. Cum fenomenele sau senzaţiile trebuie să poată fi deosebite între ele, trebuie să existe şi mişcare, iar timpul nu ar exista niciodată dacă nu ar exista schimbare. Din punct de vedere epistemologic, timpul este funcţie a mişcării. (Nu ne interesează însă aici problema de a şti dacă avem o intuiţie a timpului independentă de mişcare, i.e. a *duratei pure.*

Din punct de vedere matematic, timpul se compune din clipe sau momente. Dar, lăsând la o parte extrapolările matematice, o clipă sau un moment nu reprezintă decât o parte mai mare sau mai mică a timpului.

Este evident că timpul şi spaţiul sunt strâns legate de conceptul de contradicţie. Dacă observăm enunţurile «plouă» şi «nu plouă», ele nu pot fi adevărate în acelaşi timp şi în acelaşi loc. În consecinţă, dacă timpul şi spaţiul nu ar exista, ar exista posibilitatea unor contradicţii reale: «plouă» şi «nu plouă» ar fi ambele pur şi simplu adevărate, pentru că exprimă stări de fapt ce se realizează efectiv în univers.

---

[46] Heisenberg, Op. cit., pp. 159–160.

Să observăm acum enunţurile «Rio de Janeiro este capitala Braziliei» şi «Rio de Janeiro nu este capitala Braziliei». Rio de Janeiro a fost capitala Braziliei înainte de Brazilia, dar nu mai este, deşi ar putea deveni din nou. Deci, dacă nu ar exista o distincţie temporală, enunţurile «Rio de Janeiro este capitala Braziliei» şi «Rio de Janeiro nu este capitala Braziliei» ar fi enunţuri contradictorii şi ambele adevărate. Cu toate acestea, întrucât timpul există, enunţurile în cauză nu pot fi adevărate *simultan*, iar legea contradicţiei este respectată. Kant a observat că graţie timpului evităm anumite contradicţii: nişte atribute contradictorii nu pot aparţine aceluiaşi subiect decât succesiv, adică în timpuri distincte (iar un lucru analog se produce şi cu spaţiul).

Vom descrie în cele ce urmează ceea ce vom numi *lumea lui Wittgenstein*. Starea completă a unei astfel de lumi, într-un moment dat, foarte scurt, este practic în întregime determinată atunci când, dintr-o mulţime de evenimente elementare independente din punct de vedere logic, se indică acelea care sunt verificate şi acelea care nu sunt. Să mai presupunem că numărul acestor evenimente este finit, deşi de o mărime oarecare, să zicem n. Există atunci 2^n stări posibile ale lumii. În lumea lui Wittgenstein se produce o schimbare atunci când cel puţin unul dintre evenimentele elementare p devine $\neg p$ sau atunci când se trece de la $\neg p$ la p, unde $\neg p$ este negaţia lui p, $\neg p$ semnificând că p nu este verificat.

Vom spune că un eveniment p este constant pe durata momentului k dacă pe durata momentului k avem întotdeauna fie p, fie $\neg p$; în ipoteza contrară, se spune că p variază în k. Evident, pot exista evenimente care sunt constante în k şi altele care sunt variabile. Configuraţia unui moment k este totalitatea evenimentelor constante şi a evenimentelor variabile pe durata k, incluzând totodată *modul de variaţie* al acestora din urmă. Când se trece de la k la un alt moment k ce îl conţine pe k sau este cuprins în k, trebuie să existe schimbări între configuraţiile lui k şi k'; de fapt, dacă nu s-ar întâmpla aşa, k şi k' nu ar putea fi deosebite unul de altul şi ar coincide între ele. Dacă împărţim deci momentul k în alte două momente k_1 şi k_2, configuraţiile lui k_1, k_2 şi k trebuie să fie distincte două câte două, întrucât aceste momente sunt diferite între ele.

Admitem că există evenimente care nu sunt constante în nici un moment parţial ce poate fi obţinut prin diviziunea lui k. Fie p unul din aceste evenimente; atunci, dacă divizăm k în două părţi disjuncte, k_1 şi k_2, p variază atât în k_1 cât şi în k_2. Dacă descompunem k_1 în două părţi k_{11} şi k_{12}, p nu va mai fi constant în nici una din aceste părţi etc. În aceste condiţii, fără a recurge la idealizări matematice *ad hoc*, într-un moment parţial oarecare vom avea întotdeauna p şi $\neg p$, adică o contradicţie. Cu alte cuvinte, nu există o distincţie temporală capabilă să *separe* p şi $\neg p$.

Lumile schiţate mai sus sunt perfect posibile, deşi conţin contradicţii de un anumit tip, pe care von Wright le numeşte *contradicţii reale*. În lumea noastră, la nivel macroscopic, experienţa pare să arate că nu există contradicţii; cu toate acestea, la nivel microscopic, nimic nu împiedică existenţa unei contradicţii reale. Poate că mişcarea şi schimbarea sunt contradictorii în acest sens.

Argumentul lui von Wright poate fi adaptat spaţiului precum şi spaţiului–timp[47].

Deci prin metoda modelelor ipotetice constatăm că existenţa unor contradicţii în lumea reală nu este atât de absurdă cum ar putea părea la prima vedere. Pe de altă parte, interconexiunea profundă între noţiunea de contradicţie, experienţă şi categoriile raţionale este pe deplin confirmată.

Logica imaginară a lui Vasiliev: N.A. Vasiliev (1880–1940) a încercat să procedeze cu logica aristotelică la fel cum a procedat compatriotul său Lobacevski cu geometria lui Euclid. Vasiliev credea că există logici alternative, după cum există şi diferite geometrii posibile. După gânditorul rus, legile logice pot fi clasificate în două grupe:

1. Legile pe care le numeşte *legi metalogice*, legate de spirit şi care nu pot fi abolite. Un exemplu de lege metalogică este principiul denumit de Vasiliev *legea ne*(*auto*)*contradicţiei*, formulată după cum urmează: o propoziţie nu poate fi simultan adevărată şi falsă.

2. Legile ce depind de structura universului; de exemplu, principiul pe care îl numeşte în terminologia sa *principiul noncontradicţiei*: nici un obiect nu poate avea un atribut contradictoriu cu natura sa. Fiind în funcţie de structura universului, aceste legi admit abateri în universuri imaginare, distincte de al nostru. Omiţând sau modificând astfel de legi, obţinem noi sisteme logice.

Vasiliev observă că în lumea noastră noţiunea de negaţie este derivată din ideea de *incompatibilitate*. Când afirmăm că un obiect dat nu este, de exemplu, roşu, aceasta nu rezultă dintr-o experienţă directă, ci dintr-o inferenţă (în general inconştientă); vedem, de pildă, că obiectul este albastru şi deoarece albastrul este incompatibil cu roşul, afirmăm că obiectul nu este roşu. Nu exprimăm niciodată direct «fapte negative».

Cu toate acestea, ne putem imagina o lume în care experienţa însăşi, fără ajutorul nici unei forme de raţionament, ne convinge că obiectul *s* nu posedă proprietatea *P*. Cu alte cuvinte, «*S* este *P*» este adevărat în ipoteza că faptul *A* s-ar produce iar «*S* nu este *P*» este adevărat în cazul în care se produce faptul *B*. Nimic nu împiedică, aşadar, ca faptele *A* şi *B* să nu fie incompatibile şi, în anumite circumstanţe, *S* va fi simultan *P* şi non-*P*.

---

[47] Vezi G.H. Von Wright, *Time, Change and Contradiction*, Cambridge University Press, Paris, Cambridge, 1968.

În logica imaginară, sensul negației nu este identic cu sensul său uzual. Dar a presupune că negația astfel concepută nu constituie o adevărată negație ar fi același lucru cu a susține că dreptele geometriei lui Lobacevski nu sunt adevărate drepte, întrucât au proprietăți diferite de cele ale dreptelor euclidiene.

Poate că unii vor argumenta după cum urmează: «*S* este *P*» este adevărat atunci când faptul *A* este dat; dar în loc de a spune că «*S* nu este *P*» este adevărat când *B* este dat, se va spune că «*S* nu este *P*» dacă și numai dacă *A* nu este verificat. Astfel se reintroduce negația clasică în logica imaginară, iar negația lui Vasiliev nu ar constitui decât un alt operator, dar nu un fel de negație. Un astfel de argument este însă lipsit de temei: în lumea sa imaginară, negația lui Vasiliev joacă un *rol operator diferit* pe care nu îl poate juca negația clasică. Cu alte cuvinte, natura faptelor negative este reflectată direct de negația lui Vasiliev și nu de negația clasică. Totuși nimic nu ne împiedică să completăm negația lui Vasiliev cu negația clasică, mai ales ca expedient «metalogic».

Dorim să facem aici o observație: faptul că în logica lui Vasiliev se poate introduce o negație clasică are o semnificație echivalentă cu existența unei negații clasice în logica întemeiată pe C1 (din Anexa 1). Acest lucru este pertinent, dar nu contrazice faptul fundamental că negația lui Vasiliev constituie o adevărată negație deși nu satisface legile logicii tradiționale.

Valisliev și-a dezvoltat foarte puțin logica imaginară, non aristotelică, deși a ajuns să arate că ea este la fel de armonioasă și coerentă ca logica aristotelică obișnuită. Dar nu a încetat niciodată să reafirme că o parte a logicii este condiționată de experiență. Pentru el existența contradicțiilor este perfect imaginabilă și acceptabilă, putându-se sau nu concretiza în funcție de *tipul de experiență* pe care îl efectuăm.

Nu vom studia mai amănunțit opera gânditorului rus, pentru că ea nu mai are astăzi decât o valoare istorică. Din punctul nostru de vedere ea reprezintă doar un exemplu al metodei modelelor ipotetice folosite pentru a dialectiza apriorismul logicii tradiționale. Ea constituie totodată una din primele etape în căutarea unor noi specii de logici[48].

---

[48] Cu privire la Vasiliev, menționăm următoarele lucrări: V.A. Smirnov, «Logiceskie vzglady N.A. Vasileva», *Ocerki istorii logiki v Rosii*, Izdatelstvo MGU, Moscova, 1962, pp. 242–257; G. Kline, «N.A. Vasilev and the development of many–valued logic», în *Contributions to Logic and Methodologie in honour of. J. M. Bochenski*, editat de A.T. Tymienicka, North–Holland, Amsterdam, 1965, pp. 315–326; A.I. Arruda, «On the imaginary logic of N.A. Vasilev» în *Procedings of the Third Latin – American Symposium on Mathematical Logic*, editat de A.I Arruda, N.C.A da Costa și R. Chuaqui, North – Holland, Amsterdam, 1977, pp. 3–24; A.I. Arruda, «N.A. Vasilev: a forerunner of paraconsistent logic», *Philosophia Naturalis, 21* (1984), 472–491; L. Z. Puga și N.C.A. da Costa, «On the imaginary logic of N.A. Vasilev», *Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik, 34* (1988), 205–211; A.I Arruda, *n. A. Vasilev e a logica paraconsistente*, Unicamp, Campinas, 1990.

Logică şi imprecizie: Conceptele vieţii cotidiene şi conceptele ştiinţelor realului au întotdeauna un anumit grad de imprecizie, ele sunt mai mult sau mai puţin vagi; nu trebuie totuşi să confundăm vag cu ambiguu, aşa cum se vede din exemple.

Să examinăm cazul fenomenului morţii. Pentru un organism, trecerea de la viaţă la moarte este un proces care cere timp. Sunt momente când nu ştim cu certitudine dacă organismul este viu sau mort (i.e. nonviul). S-ar putea reduce intervalul de timp faţă de care există îndoieli, recurgându-se la definiţii mai precise ale organismului viu şi ale organismului mort, precum şi la mijloace de observaţie mai puternice, ca de exemplu un microscop. S-ar putea încerca să se definească noţiunea de organism viu în funcţie de cantităţile sale de celule vii şi de celule moarte, cu ajutorul unei analize microscopice foarte fine, sprijinită de alte metode ştiinţifice. Cu toate acestea, se observă cu uşurinţă că problema a fost pur şi simplu transferată la nivel celular, iar dificultăţile persistă. (Când este moartă o celulă? Trebuie sau nu să ţinem seama de interacţiunile între celulele unui organism în definirea unui organism viu? Este oare suficient să ne restrângem la proprietăţile fizico–chimice? etc.). Imprecizia nu este aici intrinsec lingvistică, ea nu decurge în mod special din faptul că folosim vocabularul limbajului curent; aşa cum totul pare să o indice, imprecizia este esenţială şi nu se va lăsa eliminată, nici măcar prin metode ştiinţifice riguroase.

În aceeaşi ordine de idei, dacă avem un continuum de culoare unde prima este portocaliul iar ultima nu este portocaliul, va exista o zonă pe care ne va fi greu s-o calificăm drept portocalie sau non portocalie. O dată în plus, utilizarea unor aparate şi a unor metode ştiinţifice ar putea diminua zona îndoielnică, fără însă a o suprima.

În psihologie, termeni tehnici precum *nevroză, psihoză, schizofrenie, reflex, inteligenţă* şi *complex* sunt în esenţă vagi, iar orice tentativă de a-i face mai precişi este sortită eşecului. Aceasta dovedeşte că în ştiinţă, la fel ca în viaţa cotidiană, nu avem neapărat nevoie de o precizie absolută.

Caracterul vag al termenilor şi al conceptelor vieţii cotidiene, ştiinţelor naturii şi ştiinţelor umane nu este subiectiv, originea sa nu se datorează unor particularităţi inerente observatorului, dar nu este nici obiectiv, în sensul că lumea ar fi vagă sau imprecisă. El provine din relaţiile noastre cu mediul, din felul cum încercăm să-l captăm.

În mod obişnuit, în practică, atât în cea cotidiană cât şi în cea ştiinţifică, vagul nu este vizibil sau, dacă este prezent, el poate fi ocolit. Cu toate acestea, există experienţe unde el apare în mod radical. Dacă nu ar

exista astfel de experienţe, logica tradiţională s-ar aplica realităţii fără nici o restricţie. Deoarece ele există, vom arăta că, teoretic, ar trebui să utilizăm logici mai generale: canoanele logicii tradiţionale ar fi nişte norme de respectat sau nişte limite de atins, şi nu expresii ale unor fapte. În orice caz, logica ce poate fi folosită nu se impune doar din motive de ordin teoretic, căci ea depinde de principiul adecvării şi, în consecinţă, de o gamă întinsă de criterii dintre cele mai variate.

Atunci când se cere ca imprecizia unui termen să fie limitată, să zicem cea a predicatului *P*, este indispensabil să dispunem de criterii riguroase care să se precizeze când un subiect *S* posedă *P* şi când *S* nu posedă *P*. Vom desemna prin c_1 criteriul referitor la «*S* posedă *P*» şi prin c_2 criteriul referitor la «*S* nu posedă *P*». Conform logicii tradiţionale, c_1 şi c_2 trebuie să se excludă unul pe celălalt (legea contradicţiei) iar unul dintre ei trebuie să fie întotdeauna aplicabil (*tertium non datur*). Cu toate acestea, este evident că se poate întâmpla ca, insistând asupra excluderii, să nu putem satisface cea de a doua condiţie sau să fim incapabili de a face ca ambele condiţii să fie satisfăcute în acelaşi timp.

Dacă sistematizăm situaţia descrisă într-un context raţional dat, există patru ipoteze posibile:

1. Pentru orice propoziţie p, p şi $\neg p$ nu sunt nici ambele adevărate, nici ambele false.

2. Există cel puţin o propoziţie p astfel încât p şi $\neg p$ să fie simultan adevărate, deşi pentru nici o propoziţie q, q şi $\neg q$ nu sunt ambele false.

3. Există cel puţin o propoziţie p astfel încât p şi $\neg p$ să fie ambele adevărate şi cel puţin o propoziţie q astfel încât q şi $\neg q$ să fie ambele false.

4. În cele din urmă, există cel puţin o propoziţie p astfel încât p şi $\neg p$ să fie ambele adevărate, şi cel puţin o propoziţie q, astfel încât q şi $\neg q$ să fie ambele false.

Dacă rămânem la nivelul calculului propoziţional, în prima ipoteză avem un calcul al propoziţiilor clasic, unde sunt valabile principiile contradicţiei şi terţului exclus, formulate după cum urmează: din două propoziţii contradictorii, una este falsă; din două propoziţii contradictorii, una este adevărată. În cazul celei de a treia ipoteze se produce exact contrariul faţă de cea de a doua. În sfârşit, în ultima, nici unul din cele două principii nu este valabil în general.

Vom defini acum un calcul propoziţional corespunzător cazului celei de a doua ipoteze. În mod analog, ar fi posibil să se construiască calcule adecvate ultimelor două ipoteze[49].

Vom numi *C*1 calculul pe care îl vom descrie. Simbolurile primitive sunt următoarele:

1. Variabilele propoziţionale: se dă o mulţime infinit numărabilă de variabile propoziţionale pe care nu le vom specifica;

2. Conectorii: $\rightarrow$ (implică), $\wedge$ (şi), $\vee$ (sau) şi $\neg$ (nu);

3. Parantezele.

Se definesc formulele ca de obicei. Majusculele latine reprezintă formule oarecare.

Pentru început avem nevoie de următoarele două definiţii:

$$A^0 =_{Def} \neg(A \wedge \neg A), \qquad \neg A^* =_{Def} \neg A \wedge A^0.$$

Postulatele lui *C*1 sunt următoarele: postulatele de la $\rightarrow_1$ la $\vee_2$ din a doua secţiune a acestui capitol, la care se adaugă postulatele următoare:

I) $B^0 \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A))$

II) $A^0 \wedge B^0 \rightarrow (A \rightarrow B)^0 \wedge (A \wedge B)^0 \wedge (A \vee B)^0$

III) $\neg\neg A \rightarrow A$

IV) $A \vee \neg A$.

În *C*1 nu este valabil, în general, principiul $\neg(A \wedge \neg A)$. Cu toate acestea, există propoziţii care au un comportament normal şi care satisfac principiul în discuţie. Când se operează cu propoziţii având un comportament normal, toate regulile şi toate schemele calculului propoziţional sunt valide. Mai mult, *C*1 posedă o semantică bivalentă în acord perfect cu a doua ipoteză prezentată mai sus, astfel încât poate fi utilizat ca un calcul propoziţional mai general decât calculul clasic în situaţiile în care vagul reintră în joc. *C*1 poate fi lesne extins la un calcul al predicatelor de prim ordin, cu sau fără egalitate, astfel încât să se obţină o logică elementară propice manipulării unor concepte vagi. În Anexa I cititorul va găsi o tratare asemănătoare a calculului *C*1. Să observăm doar că deşi ne limităm la cazul celei de a doua ipoteze, *C*1 nu constituie singura soluţie viabilă: mai sunt şi altele.

---

[49] Vezi J.Y- Béziau, «Logiques construites suivant les méthodes de da Costa», *Logique et Analyse*, nr. 131–132 (1990), 259–272.

Vedem aşadar că pare normal să admitem că logica tradiţională îşi are originea în anumite tipuri de experienţă şi că prin adaptări *ad hoc* ea dobândeşte o valoare cvasi universală. Cu toate acestea, unele experienţe mai subtile sugerează utilitatea, cel puţin din punct de vedere teoretic, unor specii mai generale de logici[50].

VII. Logicile heterodoxe

În această secţiune ne vom ocupa de logicile numite heterodoxe sau nonclasice. Vom începe prin a delimita conceptul de logică ortodoxă sau clasică pentru a defini, apoi, logicile heterodoxe.

Inspirându-ne din lucrările lui Miro Quesada[51] vom spune că un sistem logic *S* este *ortodox* dacă îndeplineşte următoarele condiţii:

I – Limbajul lui *S* este orice limbaj de ordinul *n*, $1 \leq n \leq \omega$, al limbajului *T* descris în secţiunea 6 din primul capitol, fără operatorii ce formează termeni prin legarea variabilelor, sau este limbajul *ZF* din secţiunea 3 a capitolului de faţă. Cu toate acestea, sunt permise anumite modificări mai mult sau mai puţin *standard* (de exemplu introducerea unor operatori funcţionali în *ZF*, inserţia unui simbol al egalităţii primitive în *T*, combinarea lui *T* şi *ZF* astfel încât să se obţină un sistem al teoriei mulţimilor de ordin superior sau utilizarea altor simboluri pentru conectori);

II – Postulatele lui *S* (reguli, axiome şi scheme de axiome) cuprind postulatele clasice asociate în mod curent cu limbajul său. Totuşi, în anumite cazuri *S* nu poate conţine unele dintre postulatele logicii de ordin superior sau ale teoriei mulţimilor, ca de exemplu, axioma alegerii. Desigur, sunt permise variaţii privind organizarea axiomatică (cu excepţia echivalenţei).

III – *S* posedă o semantică formală sau informală unde postulatele sale sunt *valide*. Formulele lui *S* exprimă *propoziţii* sau, în anumite cazuri, *supoziţii*, constante sau variabile, admiţând o interpretare ce fixează sensul termenilor lor (şi, dacă este cazul, al operatorilor funcţionali); astfel de formule au un caracter *asertoric* şi nu exprimă niciodată, de exemplu,

[50] Cu privire la vag, vezi: V.J. Mc Guill şi W.T. Parry, «The unity of opposites: a dialectical principle», *Science and Society*, XII (1948), pp. 428–444. Articolele lui Russell şi Black, citate de Mc Guill şi Parry oferă de asemenea date interesante cu privire la analiza conceptului de *imprecizie*.

[51] F. Miro Quesada, «Heterodox logic and the problem of the unity of logic», conferinţă ţinută cu ocazia celui de al Treilea Simpozion Latino – American de Logică matematică, Campinas, 1976. Cu privire la tema acestei secţiuni, vezi S. Haak, *Deviant Logic*, Cambridge University Press, Cambridge, 1974.

probleme, norme, imperative sau întrebări. În virtutea convenţiilor adoptate, simbolurile logice au semnificaţii determinate.

Desigur, caracterizarea precedentă nu este precisă: în sistemul NF al lui Quine nu numai că axioma alegerii nu este validă, dar negaţia sa este o teză; totuşi, acest sistem este considerat ortodox. Pe de altă parte, dacă înlocuim în *ZF* axioma alegerii cu negaţia sa, sistemul rezultat nu face parte dintre sistemele clasice. Cazuri îndoielnice ca acela al lui NF sunt rezolvate prin convenţii *ad hoc*. Dar, aşa cum vom vedea, caracterizarea astfel făcută ne va fi utilă; să nu uităm însă că expresia «logică clasică» este vagă.

Vom califica drept *heterodoxă* orice logică ce nu satisface măcar una din condiţiile I, II, sau III. Dacă ea nu satisface I va fi numită *aliolingvistică*, dacă nu satisface II, *anomică*; în sfârşit, dacă nu îndeplineşte condiţia III, *atetică*.

Logica heterodoxă *S* este numită de primă specie dacă diferă de logica clasică prin una din condiţiile de mai sus. Dar, în mod normal, *S* nu poate fi atetică fără a fi *ipso facto* aliolingvistică. Să notăm că dacă o logică este clasată printre logicile anomice, aceasta înseamnă că ea se deosebeşte de logica clasică în privinţa anumitor principii tradiţionale uzuale, ceea ce nu atrage însă în mod necesar o divergenţă cu privire la legile identităţii, contradicţiei sau terţului exclus (în vreuna din formele lor); de exemplu, există logici heterodoxe unde sunt variabile formulările curente ale celor trei legi dar unde nu se acceptă principiul extensionalităţii (În I, § 2 al prezentului capitol, acest principiu se enunţă după cum urmează: dacă *P* şi *Q* sunt termeni de tipul $<t_1, t_2, \ldots, t_n>$ şi $X_1, X_2, \ldots, X_n$ sunt variabile respectiv de tipurile $t_1, t_2, \ldots, t_n$, atunci:

$$(\forall X_1)(\forall X_2)\ldots(\forall X_n)(PX_1X_2\ldots X_n \leftrightarrow QX_1X_2\ldots X_n) \rightarrow P = Q;$$

T, fără extensionalitate, aparţine grupului logicilor heterodoxe. Cu toate acestea, dacă eliminăm din *ZF* axioma extensionalităţii, nu înseamnă că îl transformăm în sistem heterodox, căci putem fi interesaţi de teoriilor mulţimilor cu atomi (*Urelemente*).

Logica *S* este numită de a doua specie dacă nu satisface cel puţin două din condiţiile de mai sus. Este clar faptul că nu există decât logici de a doua specie rezonabile, cel puţin dacă este vorba de logici aliolingvistice. În sfârşit, *S* este numită de a treia specie dacă nu îndeplineşte nici una din cele trei condiţii clasice.

Nu vom intra în detalii privind diferitele sisteme heterodoxe, ne vom mărgini să facem câteva comentarii esenţiale pentru o adevărată înţelegere a logicii nonclasice.

Printre sistemele din prima specie aliolingvistică figurează: logicile timpului[52] şi cele de tip modal[53], logicile infinitare[54], şi logicile tradiţionale cu operatori formând termeni prin legarea variabilelor[55], precum şi sistemul Lesniewski[56] şi logica combinatorică[57].

În sistemele de tip modal se studiază, mai ales, ceea ce se cheamă modalităţi – necesitate, posibilitate, contingenţă şi imposibilitate – pornind de la logica clasică. Aceste noţiuni apar în multe probleme atât teoretice cât şi practice meritând, prin urmare, să facă obiectul unei investigaţii aprofundate. Tratarea modalităţilor şi a ideilor conexe, adăugate la logica clasică, constituie efectiv o lărgire a acesteia din urmă. Alături de logica modală astfel concepută – pe care o putem boteza logică modală intensională – există şi alte moduri de a studia modalităţile, de pildă prin intermediul logicii polivalente, ceea ce dă naştere logicii modale polivalente la care ne vom referi mai încolo.

În mod analog, suntem puşi în situaţia de a trata formal, la nivelul categoriilor logice, flexiunile temporale ce pot fi găsite în contextele lingvistice cotidiene şi în contextele ştiinţifice. La fel ca în cazul logicii de tip modal, logica tradiţională a timpului prelungeşte, într-o anumită direcţie, logica clasică.

Adăugarea la sistemele logice obişnuite a unor operatori ce formează termeni prin legarea unor variabile, cum ar fi operatorul descripţiei şi simbolul lui Hilbert[58], le lărgeşte domeniile. Cât despre logica infinitară, al cărei interes este în primul rând teoretic, ea nu iese din câmpul logicii clasice atunci când se autorizează libera folosire a noţiunilor de teorie a mulţimilor în metalimbaj, mai ales pentru conceptualizarea formulelor.

---

[52] N.A. Prior, *Time and Modality*, Oxford University Press, Oxford, 1957, şi *Past, Present and Future*, Oxford University Press, Oxford, 1967; J.– L. Gardies, *La logique du temps*, PUF, Paris, 1975.

[53] G.H. Hugues şi M.J. Cresswell, *An Introduction to Modal Logic*, Methuen, Londra, 1968; B. F. Chellas, *Modal Logic*, Cambridge University Press, Cambridge, 1984; J.– L. Gardies, *Essai sur la logique des modalités*, PUF, Paris, 1979.

[54] K. Karp, *Languages with Expressions of Infinite Lenght*, North – Holland, Amsterdam, 1964.

[55] Vezi articolul lui Corcoran, Hatcher şi Herring, citat mai înainte.

[56] S. Lesniewski, *Collected Works I, II*, editat de S.J. Surma, J.T. Srzedicki şi D.I. Barnett, PWN, Varşovia şi Kluwer (Nijhoff), Dordrecht, 1992; *Lesniewski's Systems, Ontology and Mereology*, editat de J.T. Srzedicki, V.F. Rickey şi J. Czelakowski, Ossolineum, Wroclaw şi Kluwer (Nijhoff), Haga, 1984; E.C. Luschei, *The Logical Systems of lesniewski*, North – Holland. Amsterdam, 1962.

[57] H.B. Curry şi R. Feye, *Combinatory Logic*, North – Holland, Amsterdam, 1958; H. B. Curry, J.R. Hindley şi J.P. Seldin, *Combinatory Logic*, II, North – Holland, Amsterdam, 1972; *To H.B. Curry: Essays on Combinatory Logic, Lambda Calculus and Formalism*, editat de J. R. Hindley şi J.P. Seldin, Academic Press, Londra, 1980.

[58] Cf. I. F. Druck şi N.C.A. da Costa, «Sur les „vbtos" selon M. Hatcher», *C.R. Acad Sc. Paris*, 281 A (1975), 741–743.

Astfel, sistemele pe care tocmai le-am comentat nu se opun logicii clasice, ci o argumentează şi o completează. Cu ocazia descrierii iniţiale a lui *T* (§6, capitolul 1) am inclus operatorii formând termeni prin legătura variabilelor, pentru a insista asupra faptului că ei se inserează bine în interiorul principalelor logici ortodoxe, cu toate că astfel de operatori sunt incluşi de obicei printre simbolurile logice nonclasice.

Chiar faţă de sistemul lui Lesniewski lucrurile îşi schimbă deja aspectul, căci fundamentele sistemului logicianului polonez diferă profund de acelea ale marii logici tradiţionale. Concepţia logică subiacentă se deosebeşte cu adevărat de categoriile logice întâlnite la baza lui *T* şi a sistemelor teoriei mulţimilor: el constituie de fapt o alternativă posibilă la sistemele cele mai cunoscute ale marii logici, reflectând o viziune oarecum diferită şi *sui generis* a categoriilor logice.

În ceea ce priveşte logica combinatorică, se poate spune despre ea acelaşi lucru ca despre sistemul lui Lesniewski, dar trebuie să nu uităm că este posibil să fie vorba de o modificare mai puţin radicală a poziţiei clasice, aşa cum am definit-o.

Mai există, încă, printre sistemele de primă specie aliolingvistice anumite sisteme deontice şi epistemice. Ele sunt construite pornind de la sistemele clasice prin adăugarea unor operatori deontici (obligaţie, permisiune, interdicţie, indiferenţă) şi a unor operatori epistemici (ca operatorii de credinţă şi de verificabilitate). Astfel concepute, sistemele deontice şi epistemice aparţin grupului logicilor aliolingvistice şi tetice; ele lărgesc deci orizonturile logicii clasice. (Dar, cum vom vedea mai departe, există sisteme deontice şi epistemice nu doar aliolingvistice, ci şi atetice).

În mod firesc, apare următoarea obiecţie: dacă majoritatea sistemelor examinate mai sus este obţinută pornind de la logica clasică prin adăugarea unor noi concepte precum cele de timp şi de modalitate, de ce să le calificăm drept *sisteme logice*? De fapt, timpul poate fi studiat în mecanică (şi în fizică) şi pare a nu avea nimic de-a face direct cu logica. În mod analog, se poate contesta importanţa logicii modale, susţinând că în contextele ştiinţifice obişnuite operatorii modali nu apar în mod esenţial şi că ei se pretează unor interpretări metalingvistice, fără a necesita aşadar o tratare independentă a nivelului metalingvistic[59].

---

[59] Carnap propune o interpretare metalingvistică a modalităţilor în R. Carnap, *Meaning and Necessity*, The University of Chicago Press, Chicago, 1958. În 1933, Gödel prezentase deja o alta; vezi K. Gödel, «An interpretation of the intuitionistic sentential logic», în *The Philosophy of Mathematics*, editat de J. Hintikka, Oxford University Press, Oxford, 1969, pp. 128–129 (traducere engleză a unei note din 1933).

Dar astfel de obiecții se dovedesc a fi lipsite de temei. Să examinăm cazul logicii timpului: combinarea categoriilor logice cu timpul dă naștere unor sisteme a căror studiere este profitabilă și contribuie la o mai bună înțelegere a noțiunilor legate de conceptul de timp (ca flexiunile verbale și timpul verbelor), a relațiilor între modalități și timp și între structura timpului și natura negației. Pe lângă aceasta, presupoziția tacită că timpul nu este strâns legat de categoriile logice, că este independent de ele, constituie, după cum am arătat deja foarte clar, o supoziție speculativă discutabilă.

În mod similar, conceptele modale apar în discursul cotidian în strânsă corelație cu celelalte concepte logice și merită să constituie obiectul unei investigații sistematice și amănunțite. Pentru filosof, contextele modale au o mare pertinență, căci sunt legate de determinism și cauzalitate[60], în plus, grație dezvoltării recente a logicii modale, de exemplu a semanticii lui Kripke, anumite probleme filosofice referitoare la modalități au apărut într-o nouă lumină și au dus la poziții mai sofisticate, în consecință, mai puțin naive[61].

În ceea ce privește logicile nonclasice de primă specie anomică, găsim aici anumite logici paraconsistente, relevante și polivalente, precum și logica intuiționistă. Vom reveni mai târziu asupra acestor logici, dar vom insista încă de pe acum asupra faptului că, în general, ele nu constituie simple prelungiri sau lărgiri ale logicii clasice, ci mai degrabă alternative sau rivale ale acesteia (cum este cazul de altfel cu diverse logici heterodoxe care vor fi comentate).

Logicile de a doua specie tetică sunt variate și multiple. De exemplu, anumite sisteme polivalente care conțin conectori ce le garantează completitudinea funcțională[62], și unde legea terțului exclus $(A \vee \neg A$ sau $p \vee \neg p)$ nu

---

Asupra acestui subiect cititorul mai poate consulta R. Solovay, *Provability Interpretation of Modal Logic*, IBM – Research, Yorktow – Hights, 1976, G. Boolos și G. Sambin, «Provability: the emergence of a mathematical modality», *Studia Logica* 50 (1991), pp. 1–23.

Afirmația că modalitățile nu au importanță pentru contextele științifice în general este discutabilă; cf. R. Routley, «Ultralogic as Universal?», *Relevance Logic Newsletter*, 2 (1977), pp. 50–89 și pp. 138–175.

Pentru anumiți logicieni, modalitățile sunt la fel de fundamentale precum conectorii obișnuiți și cuantificatorii; cf. A.R. Anderson și N. Belnap Jr., *Entailment*, vol. I, Princeton University Press, Priceton, 1975.

60 A se consulta, de exemplu, J. Łukasiewicz, «On determination», inclus în volumul *Selected Works of J. Łukasiewicz*, editat de E. Borkowski, North – Holland, Amsterdam, 1970.

61 Vezi evoluția dezbaterii asupra fundamentelor logicii modale în *Reference and Modality*, editat de L. Linsky, Oxford University Press, Oxford, 1971.

62 Cf. J. B. Rosser și A.R. Turquette, *Many – Valued Logics*, North – Holland, Amsterdam, 1952.

este validă. Există aici nu doar o derogare de la postulatele de bază ale logicii uzuale, ci şi o alterare a limbajului. În mod analog, anumite sisteme ale logicii relevante fac parte dintre sistemele de a doua specie tetică[63].

Referitor la sistemele de a doua specie tetică, vom reţine că ele înglobează anumite sisteme epistemice şi anumite sisteme deontice, precum şi logicile problemelor şi ale imperativelor. Aşa cum am văzut, logica deontică poate fi studiată pornind de la logica clasică prin introducerea operatorilor deontici (permisiune, obligaţie, indiferenţă şi interdicţie), constituind atunci logici de prima specie aliolingvistică; dar ea poate fi construită, de asemenea, prin lărgirea limbajului logicii clasice, admiţând că nişte formule determinate nu exprimă propoziţii şi că nu li se pot aplica conceptele de validitate şi de adevăr, ci că ele exprimă, de exemplu, *norme*. Logica epistemică poate face totodată obiectul unei examinări ce conduce la sisteme atetice, de exemplu, se întâmplă în mod curent ca în ştiinţele naturale să fie formulate ipoteze sau supoziţii care nu sunt propriu-zis considerate ca fiind adevărate sau false şi constituie doar un instrument de sistematizare a rezultatelor deja obţinute prin cercetarea experimentală într-un câmp dat – ducând uneori la concluzii eronate atunci când sunt folosite în afara câmpului lor de aplicaţie. În cercetările mai aprofundate, ele sunt înlocuite cu teoreme sau cu ipoteze care funcţionează mai convenabil în rolurile lor de elemente de sistematizare şi de previziune; ele pot fi calificate pe bună dreptate drept ficţiuni, aşa cum face Waihinger. (Un exemplu marcant şi actual de ficţiune este acela al teoriei atomului a lui Bohr. De altfel, după Waihinger, nici o ipoteză sau teorie ştiinţifică nu se sustrage ficţiunii). Când tratăm despre ficţiuni este imposibil să nu avem în vedere operatorii care exprimă noţiuni cum sunt acelea de credinţă şi de verificabilitate. Astfel, o logică a ficţiunilor este un sistem epistemic de a doua specie: formulele ce exprimă ficţiunile nu au valoare de adevăr, deoarece nu se referă la propoziţii *stricto sensu*, iar operatorii de credinţă, de verificabilitate etc. sunt în mod clar aliolingvistici[64].

Imperativele şi problemele (întrebările) se bucură de particularităţi logico-formale interesante. Sistemele care tratează despre aceste noţiuni se încadrează evident în sistemele de a doua specie atetice.

Cât despre logicile de a treia specie, unul din sistemele cele mai simple de această natură ce poate fi prezentat este următorul: adăugăm operatorul descripţiei ι unui calcul al predicatelor nonclasic de ordinul întâi, să zicem calculul CP1 prezentat în Anexa I şi îl argumentăm cu postulatele (1) – (3) prezentate mai jos. Presupunem, evident, că schemele de axiome şi regulile de cuantificare au fost adaptate în mod adecvat la noua situaţie

[63] Anderson şi Belnap, op. cit.

[64] Logica epistemică constituie subiectul cărţii lui j. Hintikka, *Knowlidge and Belief*, Cornell University Press, Ithaca, 1962.

creată prin prezenţa operatorului descripţiei (restricţiile la car sunt supuse noile postulate vor rămâne implicite).

$$\iota xF(x) = \iota yF(y) \tag{1}$$

$$\forall x(F(x) \leftrightarrow G(x)) \to \iota xF(x) = \iota xG(x) \tag{2}$$

$$\exists! xF(x) \to \forall x(x = 2xF(x) \leftrightarrow F(x)) \tag{3}$$

Deci, atunci când există un singur obiect şi numai unul care satisface $F(x)$, $\iota xF(x)$ denotă un astfel de obiect; în caz contrar, acceptăm ca $\iota xF(x)$ să fie lipsit de semnificaţie. Astfel, în acest ultim caz, enunţurile în care figurează $\iota xF(x)$ nu au nici un sens şi nu sunt în mod special nici adevărate, nici false (conform interpretării luate în considerare). Astfel de sisteme sunt sisteme heterodoxe de a treia specie[65].

Logica intuiţionistă

Am discutat deja unele dintre ideile fundamentale ale intuiţionismului. Vom studia acum mai amănunţit logica intuiţionistă şi anumite consecinţe filosofice la care duce ea[66].

După Brouwer, logica este *posterioară* matematicii, adică activitatea matematică se dezvoltă fără a fi necesar să se recurgă la principii logice; pentru fiecare raţionament particular, legitimitatea ei este garantată de evidenţă. Logica codifică aşadar regularităţile observate în inferenţele efectuate, şi nu vom putea fi niciodată siguri că o codificare dată înglobează toate principiile care reflectă astfel de regularităţi.

Singurele obiecte matematice luate în seamă de intuiţionişti sunt unele *construcţii mentale*, mai ales *întregii naturali* 0, 1, 2, 3... Dacă avem un proces oarecare de generare (de construcţie) a obiectelor, putem *abstrage* sau construi din acest proces o *proprietate monadică*; la fel, există situaţii ce ne permit să abstragem *proprietăţi diadice*, *triadice* etc. Este important să observăm că proprietăţile succed situaţiilor din care sunt abstrase, astfel încât nu există concepte nepredicative. Este aşadar lipsit de sens să ne întrebăm dacă o proprietate se aplică sieşi sau nu, ori să ne punem alte întrebări analoage: elementele cărora li se aplică proprietăţile preexistă formării lor. Există o ierarhie a proprietăţilor, fiecare de un tip determinat, care ne reaminteşte ierarhia predicatelor limbajului *T*. Cu toate acestea, noţiunea intuiţionistă de proprietate diferă total de noţiunea clasică de predicat.

---

[65] Dacă am lărgi în mod similar calculul clasic al predicatelor de prim ordin cu egalitate, am obţine un sistem de a doua specie, aliolingvistic şi atetic. Vezi J.B. Rosser, *Logic for Mathematicians*, McGraw – Hill, New York, 1953.

[66] D. van Dalen, «Lectures on intuitionism», în *Lecture Notes in Mathematisc, 337*, Springer, Berlin, 1973, pp. 1–95.

Deşi putem stabili un calcul intuiţionist al «predicatelor» de ordin superior, ne vom limita la studierea anumitor detalii ale calculului intuiţionist al predicatelor de ordinul întâi, axiomatizat pentru prima oară de Heyling. Vom nota acest calcul cu *H*.

Am dat mai înainte o formalizare a calculului clasic al predicatelor de prim ordin, ca subsistem al sistemului *T* (vezi partea finală a celei de a doua secţiuni din acest capitol). Limbajul lui *H* este acelaşi cu acela al calculului clasic de prim ordin; în mod special, *H* conţine printre simbolurile sale primitive conectorii $\rightarrow$, $\wedge$, $\vee$ şi $\neg$, precum şi cuantificatorii $\forall$ şi $\exists$. Se presupune, de asemenea, că *H* conţine o colecţie infinit numărabilă de constante individuale.

O semantică (intuiţionistă) pentru *H* are drept idei fundamentale acelea de construcţie, de metodă efectivă, de propoziţie şi de demonstraţie, pe lângă acelea de domeniu al obiectelor şi de proprietate.

O propoziţie, în sensul intuiţionist al termenului, este orice supoziţie sau ipoteză astfel încât, fiind dată o construcţie arbitrară *k*, ştim intuitiv dacă *k* constituie sau nu o demonstraţie a acestei supoziţii. Orice demonstraţie reprezintă, de fapt, o construcţie. Orice colecţie finită de instrucţiuni pentru efectuarea unei construcţii se numeşte metodă efectivă (sau descriere de construcţie).

Se ia un domeniu nevid de obiecte *E* (sau, cum obişnuiesc să spună intuiţioniştii, o specie). Fie *F* un enunţ al lui *H*, ale cărui constante individuale denotă anumite elemente ale lui *E* şi ale căror simboluri de predicat reprezintă proprietăţi determinate ale elementelor lui *E*. *F* este adevărat, potrivit acestei interpretări a simbolurilor sale nonlogice, dintr-un punct de vedere intuiţionist, dacă dispunem de o demonstraţie a lui *F*[67].

Următoarele clauze specifică în ce condiţii o construcţie *k* este o demonstraţie a lui *F*:

I1. Dacă *F* este atomic, *k* constituie o demonstraţie a lui *F* dacă este o construcţie ce demonstrează că obiectele denotate de constantele lui *F* sunt legate de proprietatea reprezentată prin simbolul de predicat al lui *F*;

I2. Dacă *F* are forma $F_1 \wedge F_2$, *k* este o demonstraţie a lui *F* dacă este alcătuit din două construcţii k_1 şi k_2 în aşa fel încât k_1 să fie o demonstraţie a lui F_1 şi k_2 o demonstraţie a lui F_2.

I3. Dacă *F* are forma $F_1 \vee F_2$, *k* este o demonstraţie a lui *F* dacă este o demonstraţie a lui F_1 sau dacă este o demonstraţie a lui F_2.

---

[67] Identificăm *F* cu propoziţia pe care o exprimă.

I4. Dacă F are forma $F_1 \rightarrow F_2$, k este o demonstrație a lui F dacă se compune din două construcții k_1 și k_2 în așa fel încât k_1 să ofere o metodă efectivă pentru a transforma o demonstrație a lui F_1 într-o demonstrație a lui F_2, iar k_2 este o demonstrație a faptului că k_1 posedă proprietatea precedentă.

I5. Dacă F are forma $\neg F_1$, k este o demonstrație a lui F dacă se compune din două construcții k_1 și k_2 astfel încât k_1 să ofere o metodă efectivă pentru a obține o demonstrație a unei contradicții pornind de la orice demonstrație a lui F_1 iar k_2 este o demonstrație a faptului că k_1 posedă proprietatea în discuție.

I6. Când F are forma $\forall x A(x)$, k este o demonstrație a lui F dacă se compune din două construcții k_1 și k_2 în așa fel încât k_1 să descrie o metodă efectivă pentru a obține o demonstrație a lui $A(c)$, unde c este o constantă care nu apare în F, pentru orice element al domeniului D denotat de c, iar k_2 este o demonstrație a acestui fapt.

I7. Dacă F are forma $\exists x A(x)$, k este o demonstrație a lui F atunci când este o demonstrație a lui $A(c)$, unde constanta c nu apare în F și reprezintă un element oarecare al lui E.

Se spune că F este *valid* în E atunci când el este adevărat pentru orice interpretare a lui E. Dacă F este valid în orice domeniu nevid, se spune că F este *valid*. Această definiție se extinde la formule, la fel ca în cazul clasic.

Postulatele lui H sunt postulatele de la $\rightarrow_1$ la $\neg_2$ și de la $\forall_1$ la $\exists_2$ din cea de a doua secțiune a acestui capitol. Se constată cu ușurință că axiomele sunt valide și că regulile păstrează validitatea. În mod natural, se pune problema de a ști dacă postulatele precedente sunt suficiente pentru a demonstra pornind de la H toate formulele valide. Răspunsul este negativ: Gödel a demonstrat că există mai multe formule valide (conform propriei sale definiții) care nu sunt teoreme ale lui H, și că acest sistem nu poate fi completat prin adăugarea unor axiome sau a unor noi reguli astfel încât sistemul rezultat să conțină ca teoreme toate formulele valide și nimic altceva, îndeplinind totodată condițiile uzuale de efectivitate[68]. Definițiile și rezultatele anterioare se extind astfel încât să se obțină o teorie intuiționistă simplă a tipurilor, *TI*. În acest caz, limbajul lui *TI* este acela al lui T iar postulatele sale sunt asemănătoare cu cele ale lui T[69].

---

[68] Insistăm asupra faptului că H este incomplet din perspectiva semanticii *intuiționiste*; cu toate acestea, el este complet din perspectiva unei semantici «clasice» cum este cea a lui Kripke.

[69] Există diferite moduri de a elabora alte teorii ale tipurilor intuiționiste. O teorie întru totul distinctă a lui *TI* este expusă de F. Martin – Löf în *An intuitionistic theory of types: predicative part*, mathematiska Institutionen, Stockholm Universitet, Stockholm, 1974.

Subtilităţile întâlnite în anumite clauze ale definiţiei de demonstrare a unui enunţ sunt necesare pentru a garanta că formulele care nu sunt valide din punct de vedere intuiţionist rămân nevalide chiar dacă raţionăm în mod clasic. Astfel, de exemplu,

$$A \vee (A \rightarrow B)$$

nu este validă din punct de vedere intuiţionist, chiar dacă raţionăm în mod clasic. Într-adevăr, putem argumenta astfel: sau A este adevărată, sau nu este; în primul caz, $A \vee (A \rightarrow B)$ este de asemenea adevărată, în cel de al doilea caz, neexistând o demonstraţie a lui A, construcţia care constă în a nu scrie nimic constituie o metodă efectivă ce transformă o demonstraţie oarecare a lui A într-o demonstraţie a lui B; deci $A \rightarrow B$ este adevărată, şi deci $A \vee (A \rightarrow B)$ de asemenea adevărată. În consecinţă, $A \vee (A \rightarrow B)$ este validă. Or, este lesne de verificat că a doua condiţie din I4 elimină posibilitate ca un astfel de raţionament să fie corect, chiar şi dintr-un punct de vedere clasic.

E clar că logica intuiţionistă nu respinge logica clasică, după cum nici geometriile cu mai mult de trei dimensiuni nu resping vechea geometrie tridimensională a lui Euclid. Există ramuri ale matematicii care sunt structurate conform anumitor forme de inferenţe fundamental clasice şi pe care nu este nici necesar, nici convenabil să le abandonăm. Totuşi – şi acesta este aspectul crucial – există anumite axe de cercetare unde logica clasică nu se aplică în mod adecvat, ea nefiind capabilă să elaboreze distincţii pertinente întrucât nu dispune de mijloacele necesare pentru a separa în mod convenabil conceptele[70] în studierea strict constructivă a construcţiilor. Există nuanţe care nu se explică şi nu se justifică decât prin utilizarea subtilităţilor logicii intuiţioniste, fapt ce trebuie recunoscut chiar şi de cei ce nu aparţin şcolii lui Brouwer. De altfel, nimic nu ne împiedică să abordăm logica intuiţionistă ca logică a gândirii constructive, independent de concepţiile lui Brouwer şi ale şcolii sale. Astfel concepută, logica intuiţionistă constituie un complement al logicii clasice şi nu o rivală a sa. Dar aceasta arată că universalitatea câmpului de aplicare a logicii clasice poate fi dialectizată şi că există, de exemplu, categorii reale şi licite de negaţie şi de implicaţie, distincte de negaţia şi de implicaţia tradiţionale.

Chiar dacă încercăm să argumentăm că legile clasice sunt mai generale decât legile constructive, că acestea din urmă nu fac decât să le completeze pe primele şi că, prin urmare, adevărata logică este logica clasică, vom recurge la principiul constructiv al raţiunii pentru a arăta inanitatea unei astfel de argumentări; fără nucleul constructiv fundamental nu pare a fi posibilă dezvoltarea nici unui sistem logico-matematic; dintr-un anumit punct de vedere, logica clasică presupune logica intuiţionistă.

---

[70] D. Nelson, «Negation and separation of concepts in constructive mathematics», în *Constructivity in Mathematics*, editat de A. Heyling, North – Holland, Amsterdam, 1959.

În rezumat, logica intuiţionistă scoate în evidenţă faptul că există logici complementare şi alternative care depind de regiunile obiective explorate şi de direcţiile acestor cercetări.

Unele dintre afirmaţiile noastre privind logica intuiţionistă vor fi mai clare dacă aplicăm metoda modelelor ipotetice: definim o nouă disciplină, al cărei interes este oarecum discutabil, *semiografia.* Este vorba de studiul constructiv al configuraţiilor simbolice. Astfel, o configuraţie simbolică există dacă, în principiu, o putem *scrie.* Configuraţiile simbolice beneficiază de proprietăţi (monadice, diadice) şi, ca de obicei, se definesc proprietăţile proprietăţilor etc., construindu-se astfel o ierarhie a tipurilor, obiectele tipului iniţial fiind configuraţiile. Un simbol, în sensul în care folosim acum acest termen, nu denotă nimic, el nefiind nimic altceva decât o structură de linii. Or, dacă vrem să dezvoltăm semiografia într-un mod convenabil, din punct de vedere pur constructiv, avem nevoie de logica intuiţionistă – şi aceasta indiferent de felul cum judecăm concepţiile lui Brouwer şi ale adepţilor săi; putem spune că semiografia se situează între matematica finitistă a lui Hilbert şi matematica intuiţionistă; ea este mult mai generală decât prima şi aproape la fel de tare ca cea de a doua. A aplica logica tradiţională la semiografie ar însemna a-i falsifica obiectivul, lipsind-o de caracterul constructiv pe care i l-am atribuit (trebuie să observăm că în principiul constructiv al raţiunii, nimic nu ne împiedică să substituim semiografia aritmeticii intuiţioniste).

Unul din principiile centrale ale logicii clasice, principiul terţului exclus, $p \vee \neg p$ (sau $A \vee \neg A$) nu este valabil în logica intuiţionistă. Nu am putea dori o dialectizare mai perfectă a acestei legi decât cea oferită de logica intuiţionistă: aceasta se datorează în mod esenţial faptului că negaţia intuiţionistă diferă de negaţia clasică.

Nu trebuie totuşi să uităm că logica intuiţionistă are un domeniu limitat de aplicaţie – formele de raţionament constructiv. Aceasta nu înseamnă că nu ar exista şi alte *interpretări posibile*, ca de exemplu calculul problemelor[71].

Logica polivalentă

Peirce, MacColl şi Vasiliev au fost precursorii logicii polivalente, care a devenit o disciplină autonomă numai începând din anii douăzeci, o dată cu lucrările lui Łukasiewicz şi ale lui Post[72].

---

[71] A. Heityng, *Les fondements des mathématiques, intuitionnisme, théorie de la démonstration,* Gauthier – Villars, Paris, 1955, pp. 16 şi urm.

[72] O istorie a logicii polivalente se găseşte în cartea lui Rescher, *Many – Valued Logic.* O foarte bună carte despre logica polivalentă este cea a lui G. Malinowski, *Many – Valued Logics*, Clarendon, Oxford, 1993; vezi cu privire la acest subiect referatul critic al lui N.C.A. da Costa, J.Y. Béziau şi O.A.S. Bueno în *Modern Logic* (în curs de apariţie).

În logica polivalentă, principiul calificat de Łukasiewicz drept *principiul bivalenţei* nu este valabil:

Orice enunţ este fie adevărat, fie fals. (F)

Originea cercetărilor lui Post asupra logicii polivalente este pur tehnică; Łukasiewicz, dimpotrivă, s-a abătut de la legea bivalenţei pentru unele chestiuni de ordin filosofic – problema viitorilor contingenţi, ridicată deja de Aristotel şi problema modalităţilor.

Rezumând, argumentele logicianului polonez se bazau pe faptul că enunţuri ca:

Un ţânţar mă va înţepa pe nas peste cincisprezece zile,
în cutare loc, la cutare oră (G)

nu pot fi astăzi nici adevărate nici false, căci în ipoteza contrară, aceasta ar însemna că viitorul este deja determinat – este vechea problemă a viitorilor contingenţi. Apare astfel în mod natural ideea de a introduce o altă valoare de adevăr, pe lângă cele de adevărat şi de fals, şi anume *nedeterminatul* (sau *posibilul*). Enunţuri ca *G* trebuie considerate în momentul prezent ca fiind nedeterminate, dacă nu vrem să facem loc unui determinism extrem. Să observăm că Łukasiewicz distinge cu grijă principiul cauzalităţii de teza deterministă: nu există incompatibilitate între acceptarea primului şi respingerea celuilalt[73].

Un alt motiv care îl conduce pe Łukasiewicz la construirea acestor sisteme polivalente este legat de lucrările precursorilor în domeniul logicii modale. El a constatat că anumite principii descoperite de tradiţia filosofică şi care guvernau modalităţile, nu puteau fi formulate în cadrul restrictiv al logicii bivalente (adică clasice): ele nu au sens decât în cadrul mai general al sistemelor polivalente unde sunt admise trei sau mai multe valori de adevăr[74]. Cu Łukasiewicz s-a născut, prin urmare, logica polivalentă de care a fost interesat mai ales Moisil[75].

Mai există şi alte circumstanţe care ne duc la polivalenţă. Este cazul, între altele, a unor judecăţi care în viaţa curentă, şi chiar în domeniul ştiinţei, pot fi considerate în primă aproximare adevărate sau false, dar care se dovedesc imposibil de clasat ca atare în urma unei analize mai fine. Să clarificăm acest lucru printr-un exemplu datorat lui Rosser şi Turquette[76]; să

---

[73] J. Łukasiewicz, «On Determinism», publicat în ediţia lui Borkowski.

[74] J. Łukasiewicz, «Philosophical remarks on many – valued systems of propositional logic», publicat în ediţia lui Borkowski.

[75] Vezi G.C. Moisil, *Essais sur les logiques non chryspiennes*, Editura Academiei Republicii Socialiste România, Bucureşti, 1972

[76] J.B. Rosser şi A. R. Turquette, *Many – Valued Logic.*

presupunem că dorim să precizăm, măcar teoretic, când anume o persoană *P* se află în interiorul unei încăperi *Q*. Există situații în care *P* se află cu siguranță în *Q* și altele în care el se află în siguranță în exteriorul lui *Q*. Cu toate acestea, dacă *P* stă pe prag, apar niște îndoieli: când este *P* în *Q*? S-ar putea spune că el va fi acolo după ce centrul său de greutate va fi depășit o anumită limită. Dacă lăsăm la o parte semnificația expresiei «o anumită limită», oarecum îndoielnică, ce înseamnă «centru de greutate»? Dacă încercăm să precizăm conceptul de centru de greutate – atât de simplu în perspectiva mecanicii tradiționale – constatăm că ne lovim de mari dificultăți, dacă avem în vedere obstacolele legate de mecanica cuantică actuală (principiul indeterminării etc.) Astfel, «*P* este în *Q* într-un anumit moment» nu este întotdeauna adevărat sau fals, deoarece din punct de vedere teoretic dificultatea nu poate fi depășită. Deci nu este vorba de un obstacol de natură practică, ci de un obstacol ce nu poate fi rezolvat nici din punct de vedere teoretic: el este inerent realității fizice înseși.

Astăzi logica polivalentă reprezintă, fără îndoială, o parte importantă a logicii având aplicații interne și externe în științele formale[77].

La nivelul disciplinelor formale merită menționate următoarele aplicații:

1. Folosirea metodelor polivalente (mai ales prin intermediul conceptului de matrice) în investigația metateoretică a sistemelor logice (pentru a dovedi, de exemplu, independența anumitor mulțimi de axiome).

2. Folosirea sistemului trivalent al lui Kleene în teoria funcțiilor și a predicatelor parțial recursive.

3. Utilizarea unor sisteme polivalente la nivelul fundamentelor teoriei mulțimilor, în special pentru studierea consistenței schemei de separare, inițiată de Skolem.

4. Aplicarea logicii polivalente în analiza paradoxurilor teoriei mulțimilor (Bocivar) și a antinomiilor semantice ca aceea a Mincinosului.

5. Folosirea sistemelor polivalente în formularea logicilor modale și discursive[78]. La nivelul aplicațiilor externe la științele formale trebuie semnalate aplicațiile la circuitele electrice (Șestakov și

---

[77] N. Rescher, op. cit., pp 206 și următoarele.

[78] O tratare sistematică a logicii discursive polivalente este prezentată în articolul lui J. Kotas și N.C.A. da Costa, «On the problem of Jaskowski and the logics of Łukasiewicz», în *Proceedings of the Firth Brazilian Conference on Mathematical Logic*, editat de A.J. Arruda, N.C.A. da Costa și R. Chauqui, Marcel Dekker, New York, 1978, pp. 127–139.

Moisil) şi cele privind fundamentele mecanicii cuantice (P. Février şi H. Reichenbach). Nu vom intra în detalii cu privire la primele, în schimb vom vorbi despre celelalte în secţiunea următoare.

Încă nu am abordat un aspect crucial: este oare logica polivalentă doar o logică complementară logicii clasice sau poate fi considerată o logică rivală? Nu există nici o îndoială că logica polivalentă completează în mod foarte util logica clasică. Să arătăm acum cu claritate că ea se poate prezenta totodată ca o rivală.

Unele studii analoage celor ale lui Łukasiewicz asupra viitorilor contingenţi şi asupra modalităţilor, precum şi argumentele de acelaşi ordin cu acela al lui Rosser şi Turquette care insistă asupra caracterului vag al anumitor noţiuni, sugerează posibilitatea polivalenţei, deşi în realitate nu există aici *adevărate* logici polivalente capabile să se ridice la nivelul logicii de ordin superior şi al teoriei mulţimilor, i.e. sisteme polivalente în stare să joace rolul *Organonului*. Fără dezvoltarea unei teorii polivalente a mulţimilor, rezonabilă, logica polivalentă nu poate avea pretenţia de a rivaliza cu logica clasică. De fapt, o teorie polivalentă a mulţimilor a fost elaborată de Klaua şi dezvoltată de discipolii săi[79].

Teoria lui Klaua este legată de teoria mulţimilor fuzzy (*fuzzy sets*) a cărei importanţă practică şi teoretică este considerabilă[80].

Deci există realmente o mare logică polivalentă, şi ea apare ca o rivală a logicii clasice, fiind mai generală şi putând să se aplice chiar acolo unde logica clasică nu se descurcă decât prin şiretlicuri *ad hoc*.

O dată în plus avem aici o dialectizare a categoriilor logice şi, în special, a lui *tertium non datur*[81]. Nu este vorba doar de introducerea unor sisteme polivalente pur formale; ele pot fi adaptate la necesităţile experienţei şi tehnicii, aşa cum o atestă relaţiile cu teoria mulţimilor fuzzy.

---

[79] D. Klaua, «Uber einen Ansatz zur mehrwertigen Mengenlehre», *Monasther. dDt. Akad. Wiss.*7 (1965), 859–876 şi «Uber einen zweiten Ansatz zur mehrwertigen Mengenlehre», *Ibid.*, 8 (1966), 161–177. Să mai cităm articolul aceluiaşi autor intitulat «Zur Arithmetik mehrwertiger Zahlen», *Math. Nachrichten*, 57 (1973), 275–306, unde se fac referiri la lucrările lui S. Gottwald şi K.U. Jahn.

[80] Cu privire la teoria mulţimilor fuzzy, elaborată de Zadeh, vezi: I.A. Zadeh, «Fuzzy sets», *Information and Control*, 8 (1965), 338–353 şi «Fuzzy sets and systems», *proc. Symp. On System Theory*, New York, 1965, pp. 29–39; S. Gottwald, *Fuzzy sets and fuzzy logic*. Vieweg, Wiesbaden, 1993.

[81] Observăm totuşi că se pot construi logici polivalente unde principiul terţului exclus este valabil (de exemplu sub forma $A \vee \neg A$), cum se întâmplă în cazul semnticilor multivalente non – verifuncţionale prezentatede J.Y. Béziau, «Logiques construites suivant les méthodes de da Costa», *Logique et Analyse*, 131–132 (1990), 259–272.

Metateoria logicilor polivalente nu presupune oare logica clasică? Dintr-un anumit punct de vedere, răspunsul este cu siguranță negativ. De fapt, întrucât logica clasică poate fi *cufundată* în mai multe sisteme polivalente, nu greșim dacă spunem că la nivelul metalimbajului a fost utilizat un sistem polivalent care coincide *local* cu sistemul clasic. Cu privire la această problemă este necesar să insistăm asupra faptului că nici chiar în cazul unui răspuns pozitiv, aceasta nu ar însemna nicidecum că logica clasică este mai fundamentală decât logica polivalentă, ci doar că pentru elaborarea acesteia din urmă este de ajuns să deținem principiile tradiționale. Dacă ceea ce spunem ar fi incorect, atunci logica clasică s-ar afla într-un cerc vicios. Cum și-ar putea ea elabora propria metateorie pe propria sa bază, fără a se presupune pe sine? Adevărul este că există posibilitatea de a construi orice sistem formal fără a avea nimic de presupus, cu excepția unor intuiții semiografice și a câtorva comentarii informale de natură semantică, exprimate în limbajul obișnuit[82].

Problema evocată nu privește direct logica intuiționistă, căci metalogica sa, în sens strict, nu este făcută pentru a o funda, ci doar pentru a o clarifica.

În rezumat, logicile clasică (bivalentă) și polivalentă alcătuiesc o pereche de logici alternative: oricare dintre ele poate servi drept bază celeilalte și funcționa ca *Organon* al mecanismului deductiv.

Logica paraconsistentă

Mai întâi reproducem și elaborăm din nou câteva definiții deja date. O teorie T conținând o negație ($\neg A$) se numește inconsistentă sau contradictorie dacă printre tezele (teoremele) sale figurează o formulă A și negația sa $\neg A$; în caz contrar, T este numită consistentă sau non contradictorie. T conținând sau nu o negație este numită trivială dacă toate formele sale sunt teoreme; dacă nu este cazul, ea se numește nontrivială. Știm că nu se pot elabora teorii inconsistente și nontriviale pornind de la logica clasică, nici pornind de la diverse alte sisteme logice, între altele logica intuiționistă. Dacă dorim să elaborăm și să studiem astfel de teorii – teoriile numite paraconsistente – suntem obligați în mod necesar să creăm noi sisteme logice, botezate paraconsistente[83]. Deoarece este natural ca un sistem logic să permită ca din două formule A și B să se infereze conjuncția lor $A \wedge B$, urmează că în mod obișnuit teoriile paraconsistente conțin contradicții, adică

[82] Vezi discuția lui Rescher despre acest subiect, în *Many – Valued Logic*, p. 82 și urm. Analiza logicianului nord-american se limitează la calculul propozițional, deși ea poate fi extinsă la sistemele de mare logică.

[83] Folosirea termenului «paraconsistent» în această accepție a fost propusă de F. Miro Quesada.

expresii având forma $A \wedge \neg A$, fără a fi triviale din această cauză. Deci, în logica paraconsistentă se vorbeşte de sisteme deductive inconsistente (nontriviale) şi de norme logice subiacente unor astfel de sisteme.

De la Heraclit încoace, trecând prin Hegel, Marx şi Lenin iar în zilele noastre prin Wittgenstein, au existat filosofi care au admis că în teoriile şi contextele raţionale ce exprimă cunoştinţe legitime, contradicţia poate fi acceptată. Wittgenstein afirma: «Dacă ar fi descoperită acum efectiv o contradicţie în aritmetică, acest lucru ar dovedi doar că o aritmetică ar putea aduce mari servicii prin această contradicţie.»[84] Pentru anumiţi gânditori, existenţa contradicţiei reprezintă de altfel o caracteristică esenţială a oricărei teorii ce reflectă vreo porţiune nerestrânsă a realităţii. Totuşi, până în urmă cu câţiva ani, nici un filosof nu s-a străduit să dezvolte sisteme logice paraconsistente menite să-i justifice sau să-i facă plauzibile ideile, fapt ce nu poate să nu ne surprindă.

Îi considerăm pe Łukasiewicz şi pe Vasiliev drept adevăraţii precursori ai logicii paraconsistente[85], chiar dacă Aristotel o presimţise deja, cum am văzut în secţiunea 4 a acestui capitol. Dar dezvoltarea sistematică a logicii paraconsistente a fost înfăptuită doar începând cu lucrările lui Jaskowski[86], cu logica sa discursivă, şi de la acelea ale autorului cărţii de faţă[87]. Cu toate acestea, logicianul din Torun s-a limitat să construiască doar un calcul propoziţional paraconsistent, în timp ce noi, în mod independent, am construit mai multe sisteme paraconsistente de mare logică (vezi Anexa 1).

Ulterior sau paralel, numeroşi autori au abordat subiectul, printre care F.G. Asenjo, D. Batens, J.–Y. Béziau, J. Blaszczuk, L. Dubikajtis, W. Dziobiak, T. Furmanowski, M. Guillaume, J. Kotas, D. Marconi, R.K. Meyer, C. Mortensen, J. Perzanowski, G. Priest, Zhang Qing - Yu,

---

[84] L. Wittgenstein, Remarks on the *Foundation of Mathematics*, Basil Blackwell, Oxford, 1956, p. 181 e.

[85] Am menţionat deja logica imaginară a lui Vasiliev. Concluziile lui Łukasiewicz din articolul său despre principiul contradicţiei la Aristotel nu sunt suficiente pentru a garanta faptul că el a perceput posibilitatea unei logici paraconsistente. Cu toate acestea, observaţiile lui Jaskowski cu privire la anumite reflecţii ale marelui logician polonez ne permit să credem că acesta din urmă era pe deplin conştient de posibilitatea acestei logici; cf. S. Jaskowski, «Rachunek zdan dla systemow dedukcyjnych sprzechych», *Studia Societatis Scientiarum Torunensis A*, vol I (1948), 57–77.

[86] Vezi articolul citat în nota precedentă. Cu privire la logica lui Jaskowski, vezi N.C.A. da Costa şi F.A. Doria, «On Jaskowski's discursive logic», *Studia Logica*, 55 (1994).

[87] Se va consulta A.I. Arruda, «A survey of paraconsistent logic», în *Mathematical Logic in Latin – America*, editat de A.I. Arruda, N.C.A. da Costa şi R. Chuaqui, North – Holland, Amsterdam, 1977, pp. 3–24.

O bibliografie a lucrărilor autorului se găseşte în Í.M.L. D'Ottaviano, «On the development of paraconsistent logic and da Costa's work», *Journal of non – classical logic*, 7 (1990), 9–72.

A.R. Raggio, R. Routley şi V. Routley, I. Urbas, J.P. Van Bendegen. Printre logicienii latino-americani care au contribuit la evoluţia subiectului, îi vom aminti pe A.I. Arruda, E.H. Alves, W. Carnielli, M. Fidel, A. Loparic, L.H.L. dos Santos şi A. M. Sette[88].

Care sunt obiectivele logicii paraconsistente, numită iniţial teorie a sistemelor formale inconsistente? (Unele referiri la aceasta din urmă au fost făcute în capitolul 1, § 5 şi în alte locuri, aşa cum cititorul probabil că îşi aminteşte). Principalele obiective sunt următoarele:

1. A stabili tehnicile logic – formale ce ne pot permite o mai bună înţelegere a structurilor logice subiacente concepţiilor partizanilor dialecticii[89], ca Heraclit, Hegel, Marx, Engels şi Lenin.
2. A contribui la însăşi înţelegerea legilor logicii clasice, pentru că se întâmplă cu ea exact ceea ce se întâmplă cu geometria euclidiană: crearea unor geometrii neeuclidiene, nonarhimediene, nondesarguiene etc., constituie nu numai un aport cu privire la pertinenţa lor, ci ne permit totodată să percepem mai clar corelaţiile ce există între postulatele geometriei euclidiene înseşi.
3. A studia schema de separare a teoriei mulţimilor (§ 3 din acest capitol); atunci când restricţiile ce îi sunt impuse slăbesc, trebuie să ştim în ce măsură pot fi elaborate teorii ale mulţimilor inconsistente dar nontriviale (acelaşi lucru se petrece cu schema de separare în calculul predicatelor de ordin superior).
4. A contribui la sistematizarea şi la examinarea unor noi teorii care conţin contradicţii şi a teoriilor vechi care, din această cauză, au fost abandonate sau împinse practic în planul doi. Exemple semnificative ale acestora din urmă sunt teoria obiectelor a lui Meinong[90] şi teoria infinitezimalelor în forma sa originală, sistematizată de l'Hopital[91] şi care era contradictorie într-un mod flagrant. De altfel, Hegel vedea în acest fapt superioritatea evidentă a calculului infinitezimal asupra algebrei în exprimarea proceselor reale.

---

[88] Pentru informaţii bibliografice mai ample, cititorul va putea consulta culegerea editată de G. Priest, R. Routley şi J. Norman, *Paraconsistent Logic: Essays on the Inconsistent*, Philosophia, München, 1989. O introducere destul de elementară în italiană este semnată de N. Grana: *Logica Paraconsistente*, Lofredo, Napoli, 1983.

[89] Evident, folosim aici cuvântul «dialectică» într-un sens diferit de acela pe care i l-am atribuit până în prezent.

[90] Se va consulta R. Şi V. Routley, «Rehabilitating Meinong's theory of objects, *Revue Internationale de Philosophie*, 27 (1973), 224–254.

[91] A. Robinson, «The metaphysics of the calculus», articol făcând parte din antologia lui Hintikka deja citată.

5. A contribui la o justă apreciere a conceptelor de negaţie şi de contradicţie. Logica paraconsistentă scoate în evidenţă faptul că există mai multe tipuri de negaţie, la fel cum există mai multe forme de implicaţii. Conceptul de contradicţie este şi el clarificat prin cercetările făcute în limitele logicii paraconsistente actuale. Pe de o parte, există autori pentru care contradicţiile joacă un rol cvasimistic, explicând aproape totul în univers, aşa cum se poate constata în anumite curente marxiste; de cealaltă parte, unii specialişti excelenţi cred că o contradicţie reprezintă ceva neinteligibil, mergând până la a se îndoi, mai ales, de metoda reducerii la absurd, pentru că a raţiona apagogic ar însemna, între altele, a presupune că absurdul se spune legilor logice (chiar şi astăzi mai sunt autori care se tem de contradicţie; ei seamănă cu matematicienii greci care, la naşterea geometriei deductive, au fost înspăimântaţi de raţionamentul *per absurdum* din motive aproape similare). Deci: logica paraconsistentă nu contribuie numai la demistificarea contradicţiei, ea contribuie, de asemenea, la calmarea tuturor celor ce se tem de ea.

Acestea au fost unele dintre problemele care au dus la naşterea logicii paraconsistente. Ce rezultate importante s-au obţinut de la crearea sa? În această secţiune ne vom limita la a vorbi doar despre unele dintre realizările logicii paraconsistente, lăsând alte probleme pentru secţiunea II din acest capitol şi pentru capitolul al treilea unde se vor încadra mai bine.

Este evident că există sisteme paraconsistente perfect rezonabile, posedând mai ales semantici raţionale care amintesc de semantica tradiţională[92] şi de semantica lui Kripke[93]. Pe lângă aceasta, au fost construite sisteme paraconsistente de mare logică realmente foarte puternice, mai puternice chiar decât diferitele sisteme clasice de mare logică. S-au obţinut generalizări ale teoremelor lui Gödel de incompletitudine, ale teoremei adevărului la Tarski şi a început să fie dezvoltată o teorie paraconsistentă a modelelor (anumite detalii se găsesc în Anexa 1). În concluzie: din punct de vedere matematico-formal, astfel de sisteme sunt la fel de acceptabile ca sistemele clasice, ele beneficiază de proprietăţi foarte interesante şi constituie punctul de plecare al unor chestiuni de o importanţă enormă. Deci logica paraconsistentă are deja dreptul de cetăţenie asigurat în domeniu disciplinelor formale.

---

[92] Spiritul semanticii tradiţionale se regăseşte îndeosebi în concepţiile lui Tarski (vezi, de exemplu, A. Tarski, *Logic, Semantics, Metamathematics*, Clarendon Press, Oxford, 1956, capitolul VIII).

[93] O descriere detaliată a semanticii lui Kripke se găseşte în cartea lui Hughes şi Cresswell deja citată.

Progresul descris a permis în subsidiar verificarea existenţei mai multor tipuri de negaţii care prelungesc în diferite direcţii negaţia informală şi intuitivă a experienţei cotidiene. Repetăm: există mai multe tipuri de negaţie după cum există şi diferite specii de implicaţie. Toate merită studiate şi, în anumite cazuri, trebuie să se recurgă simultan la două tipuri de negaţie (trimitem cititorul la Anexa 1). Înţelegerea negaţiilor nonclasice nu poate avea loc decât după dobândirea unei anumite familiarităţi cu sistemele paraconsistente şi cu altele unde figurează acestea. Cu alte cuvinte, este vorba de o înţelegere «operatorie»: intuiţia noastră se adaptează treptat la noile forme de negaţie, mai mult sau mai puţin în acelaşi mod în care ne obişnuim cu conceptele primitive ale geometriilor neeuclidiene; intuiţia corespunzătoare unei forme date de negaţie heterodoxă este, după expresia fericită a lui Bachelard, o intuiţie lucrată.

Toate acestea par demne de atenţie, dar ce se poate spune despre semnificaţia *reală* a logicii paraconsistente? Se aplică ea la realitate? Răspunsul este că există sisteme paraconsistente care se aplică realităţii la fel de bine ca logica clasică, de fapt, ele conţin logica clasică în calitate de parte valabilă pentru propoziţiile ce se comportă bine şi coincid, parţial, cu ea. Ele servesc astfel la a sistematiza experienţa noastră – la fel ca geometria lui Lobacevski, care aproape coincide cu geometria euclidiană în cazul aplicaţiilor la lumea reală.

Anumite tentative încă embrionare de formalizare a logicii dialectice şi a logicii vagi coroborează cele spuse mai înainte.

Cu toate acestea, este necesar să insistăm asupra următorului aspect: orice sistem paraconsistent trebuie să poată conţine propoziţii ce se comportă bine care, *grosso modo*, satisfac logica clasică sau măcar majoritatea formelor principiilor noncontradicţiei, identităţii şi terţului exclus. Fără aceste propoziţii nu există nici o posibilitate de comunicare în viaţa zilnică, iar acţiunea raţională devine impracticabilă, fapt observat deja de Aristotel şi analizat minuţios în cartea Γ din *Metafizica*. Nu vom relansa dezbaterea: teza Stagiritului ne pare suficient de clară, făcând astfel zadarnică orice polemică.

Alte întrebări ce iau naştere o dată cu sistemele paraconsistente sau sunt scoase în evidenţă de ele ar fi următoarele:

1. Din moment ce este posibilă împărţirea teoriilor nontriviale în consistente şi inconsistente, există oare vreun domeniu ştiinţific nonformal unde acestea din urmă pot fi aplicate?

2. Este universul consistent? Care este sensul exact al acestei întrebări?

3. Dispune oare logica de mijloace pentru a dovedi existenţa unor contradicţii reale sau, dacă astfel de mijloace există, nu pot fi stabilite decât prin intermediul experienţei?

4. Este posibilă cunoaşterea dacă lumea este contradictorie?

5. În general, se insistă mai degrabă asupra consistenţei teoriilor ştiinţifice decât asupra faptului că ele sunt de obicei întemeiate pe logica tradiţională; în ce domeniu inconsistenţa şi trivialitatea coincid?

Vom reveni mai târziu asupra acestor probleme.

E evident că logica paraconsistentă constituie, într-un sens determinat, un complement al logicii clasice: numeroase sisteme paraconsistente pot fi obţinute pornind de la ea, prin adăugarea unor noi tipuri de negaţie, obiectivul fiind de a dezvălui noi aspecte ale esenţei logicii. Cu toate acestea, nimic nu împiedecă interpretarea a numeroase sisteme paraconsistente ca rivale ale logicii clasice: ele o conţin ca pe un caz particular, pentru a da seama de propoziţiile care se comportă bine, dar încearcă să meargă mai departe, lărgind câmpul logicii prin incorporarea unor teorii paraconsistente, eliberând raţiunea de legăturile impuse de tradiţie, mai mult sau mai puţin inconştient. Astfel de sisteme logice sunt stabilite independent de logica clasică, fiind mai puternice decât ea pentru că trec dincolo de frontierele sale. În consecinţă, ele constituie o dialectizare profundă a logicii tradiţionale, arătând cu deplină claritate că ea nu este nicidecum absolută şi de neatins.

*Logica relevanţei**

Îşi are originea în lucrările lui Ackermann despre «strengen Implikation»[94] şi a fost dezvoltată de Anderson şi Belnap[95]. După opinia lor, inima logicii se află în conectorul *condiţional*, exprimat în limbajul curent prin expresia «Dacă... atunci...». Condiţionalului îi sunt asociate relaţiile de *implicare* (antrenare, *entailment*) şi de *deductibilitate*, una fiind conversa celeilalte. Obiectivul capital al logicii rezidă, aşadar, în constituirea unei doctrine a implicării care să fie raţională, adică să ofere condiţiile necesare şi suficiente pentru ca, date fiind enunţurile A şi B şi dubla săgeată $\Rightarrow$ simbolizând condiţionalul, expresia $A \Rightarrow B$ să exprime, în cazul în care este adevărată,

[94] W. Ackermann, «Begrundung einer strengen Implikation», *Journal of Symbolic* Logic, 21 (1956), 113–128.

[95] Cf. A.R. Anderson şi N. Belnap Jr, *Entailment, The Logic of Relevance and Necessity*, Princeton University Press, Princeton, 1975.

*În versiunea franceză a cărţii apare „logica pertinenţei" (la logique de la pertinence) şi nu „logica relevanţei". Echivalarea s-a făcut cu acordul traducătorului francez. (I. L.)

faptul că A atrage după sine B sau că B este deductibil din A (sau că B este consecinţa logică a lui A). Trebuie evitate în special paradoxurile implicaţiei materiale precum $A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$, $\neg A \Rightarrow (A \Rightarrow B)$, $(A \wedge \neg A) \Rightarrow B$, $(A \wedge \neg A) \Rightarrow \neg B$ şi $A \Rightarrow (B \vee \neg B)$. Se ştie că dacă săgeata dublă este interpretată ca un conector al implicaţiei materiale, ele sunt valide. În mod obişnuit, aceste paradoxuri sunt considerate nişte ciudăţenii inofensive. Cu toate acestea, pentru Anderson şi Belnap, semnul $\Rightarrow$ nu poate exprima condiţionalul, în cazul în care satisface paradoxurile implicaţiei; acestea nu constituie nicidecum nişte adevăruri inofensive ce guvernează anumite forme de implicaţie, aşa cum crede logicianul clasic, ci pur şi simplu nişte falsităţi intolerabile într-o teorie acceptabilă a implicaţiei.

Când se afirmă «Dacă A atunci B», aceasta înseamnă că B se inferează pornind de la A; deci:

1. Adevărul lui A este *relevant*, într-un fel anume, pentru B.
2. Dacă condiţionalul «Dacă A atunci B» este adevărat, el este în mod necesar adevărat, căci adevărul său depinde numai de condiţiile logic-formale şi nu de contingenţele lumii. Paradoxurile implicaţiei materiale, intuiţioniste, stricte etc. – ne arată, înainte de toate, că aceste implicaţii nu sunt propriu-zis implicaţii.

Să ne limităm, pentru moment, la calculul propoziţional. Anderson şi Belnap prezintă două sisteme principale care permit evitarea paradoxurilor în discuţie: E şi R. În primul, relaţia de implicaţie (antrenare, *entailment*) satisface condiţia relevanţei şi necesităţii invocate mai sus. În cel de-al doilea se ţine seama doar de restricţiile relevanţei: deoarece în R nu se distinge adevărul de adevărului necesar, acest sistem conţine anumite paradoxuri de modalitate [illegible] conţine teoreme de forma $A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$, unde A poate fi contingent, ca în exemplul tipic $A \Rightarrow ((A \Rightarrow A) \Rightarrow A)$. Pentru clarificarea celor spuse de noi, să notăm că în E, având în minte semnificaţia simbolului $\Rightarrow$, se defineşte «A este necesar» (care se scrie A) ca o abreviere a lui $((A \Rightarrow A) \Rightarrow A)$. Or, în R, pentru că $A \Rightarrow ((A \Rightarrow A) \Rightarrow A)$ este valid, avem $A \Rightarrow A$, ceea ce arată clar că A şi $\Box A$ nu sunt distinse în mod judicios.

În cele ce urmează descriem sistemele E şi R.

Simbolurile primitive ale lui E sunt următoarele : $\Rightarrow$, $\wedge$, $\vee$, $\neg$, (,) şi o mulţime infinit numărabilă de variabile propoziţionale.

Iată postulatele lui E:

1. $A \Rightarrow A$
2. $(A \Rightarrow B) \Rightarrow ((B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$
3. $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (C \Rightarrow A) \Rightarrow (C \Rightarrow B)$
4. $(A \Rightarrow (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$
5. $A \wedge B \Rightarrow A$
6. $A \wedge B \Rightarrow B$
7. $(A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow (B \Rightarrow C))$
8. $A \Rightarrow A \vee B$
9. $B \Rightarrow A \vee B$
10. $(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C) \Rightarrow ((A \vee B) \Rightarrow C$
11. $A \wedge (B \vee C) \Rightarrow (A \vee B) \vee C$
12. $(A \Rightarrow \neg A) \Rightarrow \neg A$
13. $(A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow (B \Rightarrow \neg A)$
14. $\neg\neg A \Rightarrow A$
15. $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (((A \Rightarrow B) \Rightarrow C) \Rightarrow C)$
16. $((A \Rightarrow A) \Rightarrow A) \wedge (B \Rightarrow B) \Rightarrow B) \Rightarrow$ $((A \wedge B) \Rightarrow (A \wedge B) \Rightarrow A \wedge B) \Rightarrow (A \Rightarrow B))$
17. $A, A \Rightarrow B / B$
18. $A, B / A \wedge B$

Noţiunile de demonstraţie, teoremă (sau teză), semnul $\vdash$ etc., sunt definite uzual. În E se introduce un conector definit ca implicaţie materială cu abrevierea[96]: $A \supset B =_{def} \neg A \vee B$ (utilizăm aici simbolul «$\supset$» pentru a reprezenta conectorul implicaţiei materiale). Nu este atunci greu de arătat că orice teoremă a calculului propoziţional clasic (unde nu intervine $\Rightarrow$) este totodată o teoremă a lui E. Cu toate acestea, regula *modus ponens* $A, A \supset B / B$, nu este derivabilă în E.

R, care se bucură de proprietăţi asemănătoare lui E, se obţine pornind de la acesta, prin adăugarea următorului postulat:

19. $A \Rightarrow ((A \Rightarrow A) \Rightarrow A)$.

[96] Această relaţie nu este însă considerată o *implicaţie adevărată*.

Cu titlu de curiozitate, descriem în cele ce urmează sistemul Π al implicaţiei relevante al lui Ackermann. El a fost elaborat, în esenţă, cu scopul de a conserva legile propoziţionale acceptabile pentru o «implicaţie» presupusă a reflecta proprietăţile «naturale» ale ideii de «a urma logic», eliminând paradoxurile implicaţiei materiale.

Semnele primitive ale lui Π sunt aceleaşi cu cele ale lui *E*, în timp ce postulatele sale sunt următoarele:

I. Postulatele de la 1 la 10 ale lui E

II. $A \wedge (B \vee C) \Rightarrow (A \wedge C)$

III. $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$

IV. $A \wedge \neg B \Rightarrow \neg(A \Rightarrow B)$

V. $A \Rightarrow \neg\neg A$

VI. $\neg\neg A \Rightarrow A$

VII. $A, A \Rightarrow B / B$

VIII. $A, B \Rightarrow A \wedge B$

IX. $A, \neg A \vee B / B$

X. $B, A \Rightarrow (B \Rightarrow C) / A \Rightarrow C$

Π şi *E* sunt echivalente din punct de vedere tetic, adică posedă aceleaşi teze.

În logica relevanţei punctul crucial rezidă în faptul de a nu accepta $A \Rightarrow B$ ca fiind adevărată decât atunci când *A* este relevant pentru *B*. La prima vedere, este greu de precizat ce se înţelege prin aceasta. Dacă $A \Rightarrow B$ este adevărată, este evident că *A* şi *B* trebuie să aibă «ceva în comun», semnificaţiile lor neputând fi complet eterogene. Astfel, atât în *E* cât şi *R*, dacă $\vdash A \Rightarrow B$, atunci *A* şi *B* au cel puţin o variabilă în comun. De altfel, relevanţa lui *A* pentru *B* mai poate fi exprimată şi într-un alt mod: drumul ce duce la *B* în demonstraţia lui $A \Rightarrow B$ trebuie să treacă în mod necesar prin *A* ceea ce devine evident prin versiunile teoremei deducţiei pentru *E şi R*. Astfel, noţiunea de relevanţă a lui *A* cu privire la *B*, în $A \Rightarrow B$, poate fi precizată şi tratată formal, în opoziţie cu ceea ce au tendinţa să creadă mulţi logicieni clasicişti.

O caracteristică pregnantă a lui *E* şi a lui *R* este aceea că schemele silogismului disjunctiv

$$(A \wedge (\neg A \vee B)) \Rightarrow B,$$

şi, mai mult încă, ale lui *modus ponens* «hibrid»,

$$(A\wedge(A\supset B))\Rightarrow B$$

nu sunt valide, validitatea lor atrăgând după sine nemijlocit abaterea de la condiţiile de relevanţă de care se bucură *E* şi *R*. Silogismul disjunctiv, sub forma regulii

$$A,\neg A\vee B/B$$

nu este nici el derivabil, deşi această regulă este o regulă permisibilă[97].

Expunerea pe care am făcut-o cu privire la logica relevanţei propoziţionale se extinde la logica relevantă a predicatelor de ordinul întâi sau de ordin superior. Sistemele de calcul propoziţional *E* şi *R* sunt prevăzute cu semantici în maniera lui Kripke, ceea ce se întâmplă şi cu alte sisteme ale relevanţei propoziţionale; astfel de semantici au fost propuse de R. Routley şi R.K. Meyer. S-a depus, de asemenea, mult efort la nivelul analizei algebrice a sistemelor relevanţei. Deci există astăzi o logică a relevanţei extrem de dezvoltată, care poate fi considerată complementară logicii clasice în acelaşi sens în care logica modală este complementară logicii clasice: Anderson şi Belnap, precum şi continuatorii lor, au deschis noi orizonturi logice, într-un mod analog cu îndrăzneala lui Lewis care, în urmă cu o sută de ani, a deschis câmpul logicii modale[98].

E important să insistăm asupra relaţiei dintre logica paraconsistentă şi logica relevanţei. Deoarece aceasta din urmă încearcă să evite paradoxurile implicaţiei, în sistemele relevanţei, cu excepţia sistemelor relevante numite clasice, ale lui Routley şi Meyer, formulele de tip $A\wedge\neg A\Rightarrow B$, $\neg A\Rightarrow(A\Rightarrow B)$, $A\Rightarrow(\neg A\Rightarrow B)$ etc. nu sunt teze. Astfel, logicile relevanţei pot servi drept fundament al teoriilor inconsistente dar netriviale; sau majoritatea logicilor relevanţei fac parte din logicile paraconsistente. Există deci o legătură strânsă între logica relevanţei şi logica paraconsistentă[99].

---

[97] O regulă este permisibilă relativ la un sistem *S* dacă nu se obţin noi teoreme atunci când ea i se adaugă lui *S*.

[98] Se va consulta *Entailment* de Anderson şi Belnap, în special volumul II, scris în colaborare cu R.K. Meyer; R. Routley şi R.K. Meyer, *Relevant Logics and their Rivals*, Canberra, The Australian National University, 1979; *Directions in Relevant Logic*, editat de J. Norman şi R. Sylvan (ex-Routley), Kluwer, 1989.

[99] Trebuie să fim prudenţi când afirmăm că logica paraconsistentă înglobează logica relevanţei: este indispensabil să definim în mod convenabil ceea ce înţelegem prin *teorie relevantă*. Astfel, credem că sistemul lui Ackermann nu face parte dintre logicile paraconsistente, deoarece conţine toate tezele calculului propoziţional clasic şi regula silogismului disjunctiv. Cu toate acestea, o teorie relevantă *T*, având ca bază un astfel de sistem, se defineşte după cum urmează: 1. Toate tezele calculului lui Ackermann aparţin lui *T*; Dacă *A* şi *B* aparţin lui *T*, $A\wedge B$ îi aparţin de asemenea; 3. Dacă *A* este un element al lui *T* şi $A\Rightarrow B$ este o teză a respectivului calcul, atunci *B* aparţine de asemenea lui *T* (*T* poate fi paraconsistentă).

Pentru mai mulţi protagonişti ai logicii relevanţei, ca Anderson, Belnap şi Sylvan, ea nu este pur şi simplu un complement al logicii clasice, ci o rivală; adică logica clasică le pare eronată, şi aceasta din motive pe care le vom descrie şi le vom discuta.

În primul rând, dat fiind că finalitatea primă a logicii este de a stabili o teorie adecvată a antrenării (*entailment*) şi a relaţiei converse, deductibilitatea, logica clasică eşuează în îndeplinirea acestei sarcini întrucât nu ne oferă o teorie convenabilă a antrenării şi nici a implicaţiei relevante.

În al doilea rând, logica clasică exclude studiul teoriilor paraconsistente, care sunt importante şi trebuie dezvoltate, ceea ce se poate face, cum am văzut, recurgându-se la sistemele relevanţei.

În al treilea rând, există «sisteme deductive» cu un anumit tip de incompletitudine, unde nu sunt valide toate legile logice tradiţionale. (De exemplu, sistemele ce servesc la formalizarea unei mari părţi a teoriei lui Meinong). Cu toate acestea, cum în logica clasică orice propoziţie implică (material) o lege logică iar teoriile sunt închise prin *modus ponens*, urmează că toate legile logice sunt incluse în orice teorie. Astfel, în cadrul logicii clasice nu se poate concepe acest tip de sistem.

În al patrulea rând, discursul intensional, înglobând operatori intensionali precum cei de modalitate, credinţă, percepţie..., nu se lasă sistematizat de canoanele logicii clasice. Cu alte cuvinte, marile victorii ale logicii clasice în domeniul extensional, ca aceea a matematicii mulţimilor, nu par a se repeta la nivel intensional unde se ivesc spontan inconsistenţe şi incompletitudini cărora trebuie să li se facă faţă[100].

Or, conform celor mai fervenţi adepţi ai săi, logica relevanţei ne permite să învingem aceste patru dificultăţi şi apare, astfel, ca o rivală a logicii clasice, căreia i se substituie în mod avantajos.

După părerea noastră, argumentele adepţilor logicii relevanţei nu sunt întru totul convingătoare.

Astfel, de exemplu, faptul că antrenarea sau implicarea relevantă exprimă unica idee logică rezonabilă a implicării este contestabil. Pe lângă aceasta, se poate susţine că obiectivul fundamental al logicii, în stadiul ei actual, nu se restrânge la a obţine o teorie a antrenării. Mai mult decât atât, finalitatea sa ultimă ar fi de a determina, prin procedee formale, momentul în care, pornind de la o mulţime Γ de propoziţii, anumite operaţii permit să se ajungă la alte propoziţii A_1, A_2,..., astfel încât, dacă elementele lui Γ posedă

[100] Vezi R. Routley, *Ultralogic as Universal?*

anumite proprietăţi (adevăr, adevăr constructiv, falsitate...), propoziţiile A_1, A_2,..., să le posede la rândul lor. (E uşor de formalizat un sistem formal ale cărui *teze* sunt contra tautologiile, adică formulele calculului propoziţional ale căror negaţii sunt tautologii. Ne putem astfel gândi la o teorie a respingerii pornind de la ideile lui Łukasiewicz)[101].

Trebuie să observăm, de asemenea, că elaborarea de teorii incomplete sau paraconsistente nu depinde de logica relevanţei. De altfel, chiar aşa se petrec lucrurile în dezvoltarea logicii paraconsistente, în general.

Numeroase alte îndoieli privind logica relevanţei ne invadează mintea atunci când analizăm argumentele adepţilor săi.

1. Nu există până în prezent o mare logică a relevanţei bine dezvoltată – lucru indispensabil dacă vrem să depăşim logica clasică.

2. Semanticile propuse pentru logica pertinenţei sunt construite cu sprijinul logicii clasice, prin teoria mulţimilor.

3. Toate criticile la adresa logicii modale comune, de exemplu, faptul că semantica standard ne angajează la o anumită formă de esenţialism (Quine) se aplică logicii relevanţei[102].

4. Implicaţia materială este efectiv folosită în matematicile tradiţionale (cum se demonstrează în axiomatizările cunoscute ale teoriei mulţimilor unicitatea mulţimii vide?) iar în ceea ce priveşte matematicile clasice pare îndoielnic ca, într-o bună zi, logica clasică să fie înlocuită în mod raţional cu o altă logică.

Cu toate acestea, criticile din cele trei paragrafe precedente nu sunt fatidice. Astfel, faptul că semantica logicii relevanţei pune în joc raţionamente clasice este lipsită de importanţă, căci pentru a stabili un sistem logic axiomatizat rudimentar astfel încât să poată servi drept bază diferitelor ştiinţe speciale, avem nevoie nu de o semantică formală, matematizată, ci de o semantică informală – fapt pe care l-am semnalat deja cu privire la logica lui Schrödinger. Nu pare dificil nici să respingem atacurile privind esenţia-

---

[101] J. Łukasiewicz, *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic*, Clarendon Press, Oxford. Ideile lui Łukasiewicz au fost dezvoltate recent din punct de vedere tehnic de T. Skura care a prezentat sisteme de respingere pentru logica intuiţionistă şi logica modală: «A complete syntactical characterization of the intuitionistic logic», *Reports son Mathematical Logic*, 23 (1989), 75–80; «On decision procedures for sentential logics», *Studia Logica*, 30 (1991), 173–179; «Refutation calculi for intermediate propositional logics», *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 33 (1992), 552–560; «A Łukasiewicz – style refutation system for the modal logic S4», *Logik und Information*, 35 (1993).

[102] Asupra problemelor filosofice privind logica modală, vezi de exemplu culegerea lui Linsky deja citată, *Reference and Modality*.

lismul; de altfel, dacă logica relevanţei este angajată în acest sens, se poate replica spunându-se că şi logica clasică este angajată faţă de o anumită formă de atomism.

Ceea ce interesează este faptul că logica relevanţei interoghează şi dialectizează logica clasică. Există, fără îndoială, aspecte ale logicităţii situate dincolo de frontierele logicii clasice şi la nivelul cărora ea este neputincioasă.

Critica poziţiei lui Quine

În încheierea acestei secţiuni unde am încercat să scoatem în evidenţă modul în care logicile heterodoxe dialectizează conceptul tradiţional de logicitate, vom examina poziţia lui Quine care, dintr-un anumit punct de vedere, este foarte apropiată de a noastră, dar care conferă logicii clasice (sau mai degrabă unei părţi a logicii clasice) un rol predominant în detrimentul celorlalte sisteme logice.

După Quine, logica poate fi, în principiu, revizuită, aşa cum o sugerează numeroase pasaje din operele sale[103]. Acest lucru ne-ar putea face să presupunem că el adoptă o atitudine dialectică faţă de logică. Pentru a corobora această impresie, ne vom reaminti că, la Quine, logica (şi matematica) nu diferă în mod esenţial de ştiinţele realului. Se ştie că filosoful nord-american apără ideea existenţei unei continuităţi între adevărurile *concrete* ale disciplinelor realului şi adevărurile cele mai *abstracte* ale ştiinţelor formale. În termeni mai precişi, ideea că dualitatea dintre judecăţile analitice şi judecăţile sintetice nu se justifică. Nu se testează niciodată un enunţ izolat de corpusul ştiinţific, nici măcar pentru a-l respinge sau a-l confirma: orice tentativă de a testa reprezintă, de fapt, un test al ştiinţei în globalitatea sa, incluzând mai ales logica şi matematica. Quine afirmă: «În principiu, logica nu este mai închisă la revizuiri decât mecanica cuantică sau teoria relativităţii. În fiecare caz, scopul este de a atinge un sistem al lumii – după expresia lui Newton – care să fie cât mai simplu posibil şi să se ajusteze bine la observaţiile asupra marginilor. Există un motiv evident pentru care se propune atât de rar o revizuire care să atingă logica, şi anume, maxima mutilării minime.»[104]

Totuşi, în practică, Quine procedează ca şi cum logica ar fi unică şi absolută, neacceptând nici o logică heterodoxă ca rivală a logicii clasice.

După Quine, logica este rezultanta a două componente: gramatica şi adevărul. Prin gramatică trebuie să înţelegem gramatica calculului predicatelor de ordinul întâi fără egalitate, suficient de puternică pentru a servi drept bază tuturor contextelor raţionale, mai ales ştiinţei. Prin adevăr, Quine

---

[103] Vezi mai ales introducerea la *Methods of Logic*.
[104] *Philosophie de la logique*, p. 149.

înţelege versiunea tarskiană a teoriei clasice, asupra căreia vom reveni mai departe. De altfel, adevărurile logice pot fi caracterizate în diferite moduri, toate echivalente şi elegante; de exemplu, un enunţ este adevărat din punct de vedere logic dacă este adevărat pur şi simplu datorită structurii sale logice.

După Quine, în gramatica de tip logic există doar:

1. conectorii: $\neg$ şi $\wedge$ (ceilalţi se definesc ca de obicei);

2. cuantorul existenţial $\exists$ ($\forall$ este introdus prin definiţie);

3. variabilele individuale (în cantitate infinit numărabilă, care pot fi obţinute pornind de la x, y şi z prin accentuare: x, y, z, x', y', z', x'', y'', z'',...);

4. o mulţime finită de predicate (sau mai degrabă de simboluri ale predicatului);

5. paranteze.

Un enunţ al acestui limbaj este adevărat din punct de vedere logic dacă şi numai dacă simbolurile $\neg$, $\wedge$ şi $\exists$ apar astfel încât să-i asigure adevărul, independent de celelalte componente lexicale (variabile şi predicate). Pentru Quine, logica se reduce la studierea adevărurilor logice, adică a enunţurilor logic adevărate ale gramaticii logice; nu intră în câmpul său nici calculul predicatelor de ordin superior, nici teoria mulţimilor (care ar face parte din matematică), din calculul predicatelor de prim ordin cu egalitate (cu o cantitate infinită de predicate). De altfel, orice propoziţie a unei logici heterodoxe induce în eroare deoarece, prin modificarea semnificaţiei oricărui simbol logic, se schimbă teoria şi se trece la altceva părăsindu-se domeniul logicii.

Quine avansează mai multe argumente pentru a-şi apăra concepţia. Astfel, logica de ordinul întâi – aşa cum am spus deja – este completă din punct de vedere semantic, ceea ce nu este cazul sistemelor de mare logică. De asemenea, în logica de ordinul întâi nu este necesar să riscăm prea mult cu conceptele care pun probleme, cum ar fi cele de propoziţie, atribut şi mulţime. Astfel definită, logica primează prin claritatea şi, totodată, prin simplitatea sa. Mai mult, în această logică canonică există mai multe moduri de a încorpora sau de a «simula» teme ca teoria identităţii (din momentul în care se ia în considerare un număr finit de predicate), flexiunile temporale, adverbele, operaţiile intensionale esenţiale şi o mare parte a teoriei mulţimilor[105].

---

[105] Pentru mai multe detalii, vezi *Philosophie de la logique* şi referinţele indicate în această lucrare.

Există obiecţii serioase faţă de restricţiile pe care Quine încearcă să le impună logicii: de ordin gramatical, de ordin semantic şi de ordin pragmatic.

Obiecţii gramaticale:

1.1. Conotaţiile temporale ale verbelor sunt complet ignorate. Acest lucru este posibil prin folosirea enunţurilor numite eterne: în loc să spunem, de exemplu, «Brazilia este o ţară independentă», enunţ adevărat dacă este pronunţat după 7 septembrie 1822, dar fals în caz contrar, vom spune în mod mai explicit, luând în seamă dimensiunea temporală: «Începând din 7 septembrie 1822, Brazilia este o ţară independentă». În general, *datând* convenabil enunţurile, flexiunile temporale pot fi lăsate de o parte, simplificându-se gramatica. Cu toate acestea, aşa cum am notat deja, logica timpului îşi are importanţa ei, iar flexiunile temporale nu trebuie considerate caduce datorită enunţurilor eterne (adevărate sau false independent de timp), ci tratate direct şi sistematic în logica timpului, care dă naştere unor probleme realmente interesante şi completează logica tradiţională.

1.2. Conectorii logicii canonice sunt verifuncţionali atunci când cu ajutorul lor se alcătuiesc mai multe enunţuri; valoarea de adevăr a enunţului rezultat depinde doar de valorile de adevăr ale componentelor sale. Există totuşi conectori care fac excepţie. Cei mai importanţi dintre aceşti conectori nonverifuncţionali sunt următorii: atitudinile propoziţionale (A gândi că..., A crede că etc.), modalităţile şi condiţionalele nonmateriale (de exemplu contrafactualele precum: «Dacă Napoleon ar fi câştigat bătălia de la Waterloo, lumea ar fi fost diferită»), negaţiile nonclasice (intuiţioniste, paraconsistente etc.). Or, dacă logica trebuie să servească drept fundament oricărui context raţional, gramatica sa trebuie să posede mijloacele de a exprima şi de a analiza astfel de conectori. Dar atitudinile, modalităţile şi condiţionalele non materiale, negaţiile nonclasice pot face doar obiectul unei investigaţii şi al unei sistematizări în afara cadrului logicii canonice a lui Quine; este necesar – şi acest lucru a fost deja făcut – să se dezvolte diferite extensiuni ale logicii tradiţionale, precum logica atitudinilor propoziţionale[106] şi logica condiţionalelor[107].

De exemplu, pentru a arăta cum pot fi captate atitudinile propoziţionale în interiorul frontierelor logicii canonice, Quine sugerează, între

[106] Un studiu al logicii atitudinilor propoziţionale se găseşte în articolul lui Hintikka inclus în culegerea lui Linsky, *Reference and Modality*.

[107] Cf. J.A. Barker, *A Formal Analysis of Copnditionals*, Southern Illinois University, Edwardsville, 1969.

altele, următoarea soluţie: să observăm, pentru a fixa ideile, atitudinea propoziţională următoare: «α crede că p», unde p este un enunţ. Atunci «α crede că p» poate fi considerat un predicat monadic. Or, această interpretare a atitudinilor propoziţionale, asemenea celorlalte evocate de autor, ascund unele probleme: simplificarea rezultată este aparentă, întorcând spatele anumitor chestiuni importante şi profunde ca, de exemplu, următoarea: există oare o semantică convenabilă a atitudinilor propoziţionale care să explice comportarea enunţurilor în atitudinile propoziţionale?

1.3. Adjective, adverbe şi comparative: dacă logica canonică este realmente logica fundamentală, este imposibil să fie inserate în ea adjectivele, adverbele şi comparativele.

Din punctul nostru de vedere, un adjectiv poate fi conceput ca un predicat ce modifică predicatele: predicatul «...este un număr real» este modificat de «...este iraţional», dând naştere unui nou predicat: «...este un număr real iraţional». Totuşi, în mod obişnuit, atunci când predicatul P_1 modifică predicatul P_2, predicatul rezultat, $P_1{*}P_2$ este satisfăcut de toate obiectele ce satisfac simultan P_1 şi P_2, Mai mult, dacă x satisface $P_1{*}P_2$ şi un alt predicat P_3, x satisface, de asemenea, $P_1{*}P_3$. Aceste două proprietăţi ale predicatelor ce funcţionează ca adjective vor fi numite transparenţă şi, respectiv, normalitate.

Deşi în ştiinţele exacte adjectivele sunt transparente şi normale, nu la fel se întâmplă în cazul limbajelor curente. Să examinăm un caz unde există transparenţă şi normalitate: dacă x este un copil brazilian, atunci x aparţine clasei copiilor şi indivizilor brazilieni. Iar dacă x este un copil şi x este brazilian, atunci x este un copil brazilian. Dar lucrurile nu sunt în general atât de simple; este posibil să nu existe transparenţă: un ochi mecanic nu aparţine clasei ochilor (adevăraţi); şi este posibil să nu existe normalitate: un bun fotbalist care este totodată student, nu este neapărat un bun student.

Din aceste observaţii rezultă că pare foarte dificil să se introducă teoria adjectivelor în cadrul logicii canonice; de fapt, este necesar ca ea să fie lărgită prin introducerea unor noi categorii gramaticale. Se va obţine atunci o logică intensională, în sensul în care semantica corespunzătoare nu va putea fi structurată în termeni de mulţimi ce satisfac anumite predicate (sau produse de mulţimi în cazul predicatelor cu aritate strict mai mare ca 1). Într-adevăr, să presupunem că universul discursului nostru este alcătuit din profesorii catedrei de matematică a unei universităţi şi că ei sunt simultan algebrişti şi geometri celebri, deşi unii sunt algebrişti celebri însă nu şi geometri celebri, iar alţii geometri celebru dar nu şi algebrişti celebri. Atunci, dacă reprezentăm predicatele «...este algebrist», «...este geometru»,

«...este celebru», prin A, G şi C, avem: $\forall x(Ax \leftrightarrow Gx)$; însă nu avem $\forall x((C * A)(x) \leftrightarrow (C * G)(x))$ aşa cum ar cere o interpretare extensională[108].

Adverbele sunt operatori care modifică predicatele. Quine citează exemplul «x merge repede» în care «repede» îl modifică pe «merge». Cum să captăm adverbele în logica canonică? Un mod de a proceda ar fi de a mări construcţiile permise de gramatica logicii canonice autorizând obţinerea de noi predicate pornind de la elementele unei noi categorii gramaticale, cea a adverbelor. Aceasta ne-ar face să lărgim gramatica logicii canonice. O altă soluţie propusă de Davidson constă în a lărgi domeniul indivizilor obişnuiţi din logica noastră, incluzând «evenimentele»; astfel «x merge repede» s-ar reda în felul următor: «$\exists y$ (y este mersul lui x) $\wedge$ (y este rapid).» În ambele cazuri ajungem în situaţia de a transcende limitele logicii canonice, atât gramatical cât şi semantic[109].

O altă chestiune pertinentă abordată de Quine însuşi este logica comparativelor, dezvoltată de Geach. Este vorba de formalizarea particulei «mai» (sau «superior»), în contexte ca «x este mai puternic decât y» sau «x este superior lui y». Quine observă că dacă un predicat nu este nici vag nici eliptic, el nu poate fi combinat cu particula «mai». Astfel, nu are nici un sens să spunem «3 este mai prim decât 2». Cu toate acestea, unele predicate vagi ca «mare» se combină cu particula în discuţie, dând naştere unor predicate binare. Dacă F este un predicat monadic, în aceste condiţii F_{plus} este predicatul comparativ corespunzător lui F. Pare, aşadar, rezonabil ca următoarele legi să fie universal valide:

$$\forall x \neg F_{plus}(x, x)$$

$$\forall x \forall y \forall z((F_{plus}(y, z) \wedge F_{plus}(y, x)) \rightarrow F_{plus}(x, x))$$

Quine încearcă să scoată în evidenţă că dacă F_{plus} poate fi construit, atunci F trebuie dedus din F_{plus}. Astfel, predicatul «mare», relativ vag, trebuie definit în funcţie de «mai mare ca» şi de o mărime canonică bine aleasă. Deşi argumentul lui Quine este interesant, este cert că dacă admitem

---

[108] Cf. D.C. Makinson, *Topics in Modern Logic*, Methuen, Londra, 1973, capitolul 3. În această lucrare influenţa lui Quine este evidentă: concepţia despre logică a lui Makinson este asemănătoare cu aceea a lui Quine, cel puţin în ceea ce priveşte restrângerea logicii la calculul predicatelor de prim ordin.

[109] Adverbele şi comparativele sunt discutate de Quine în cartea sa despre filosofia logicii, prevăzând o extindere posibilă a gramaticii şi a logicii canonice care ar face loc adverbelor. Dar el crede că celelalte categorii gramaticale nu prezintă nici o dificultate în privinţa concepţiei sale restrânse despre logică.

că predicatele ştiinţelor realului şi, în generale, ale experienţei noastre sensibile sunt intrinsec vagi, logica comparativelor se dovedeşte fundamentală şi nu este deloc avantajos să definim *F* pornind de la F_{plus}. Dimpotrivă, este necesar să lărgim logica uzuală într-o logică a comparativelor.

1.4. Noţiunea de identitate (sau de egalitate) este tipică pentru logică. Dovada constă în faptul că principiul identităţii în forma $\forall x\ (x = y)$ este întotdeauna incorporat în principiile logicii clasice. Cu toate acestea, Quine exclude calculul predicatelor cu egalitate din logica canonică. De ce? Dat fiind că un astfel de calcul este simplu şi că posedă, de la Gödel încoace, o teoremă a completitudinii, fiind expus în aproape toate manualele de logică, unicul răspuns posibil pare a fi următorul: dacă egalitatea ar fi admisă în logica canonică în calitate de nou simbol primitiv, diferitele definiţii ale adevărului logic formulate de Quine ar înceta să fie echivalente (deşi ele pot fi modificate astfel încât să rămână echivalente); mai este şi argumentul că dacă avem un număr definit de predicate, putem «simula» egalitatea cu ajutorul unei definiţii contextuale. Dar, de fapt, relaţia astfel introdusă *nu este* egalitatea; deci tragem concluzia că excluderea egalităţii din logica canonică de către Quine este arbitrară şi nu poate fi justificată.

1.5. Quine elimină constantele (nume proprii) din logica sa canonică. Se ştie cum se poate face acest lucru, introducând predicate convenabile ce se supun anumitor postulate. Este totuşi îndoielnic că toate numele pot fi eliminate în principiu prin metoda quiniană. Russell, de exemplu, crede că acest lucru nu este posibil, îndeosebi în ceea ce priveşte aplicaţiile la ştiinţele realului[110].

1.6. Am văzut deja că marile logici constituie sisteme logice şi că distincţia dintre logică şi matematică este în mod obligatoriu arbitrară. A spune, asemenea lui Quine, că compromisurile ontologice ale logicii canonice sunt mai puţin importante decât cele ale marii logici nu ne pare suficient de convingător pentru a legitima distincţia. Semantica logicii canonice, de exemplu, induce anumite presupoziţii ontologice relativ puternice (de exemplu existenţa unor mulţimi infinite) astfel încât, dacă raţionăm conform acestui gen de argumente ajungem să limităm logica clasică la calculul propoziţional.

1.7. Logica intuiţionistă şi alte logici heterodoxe dialectizează concepţia despre logică a lui Quine, scoţându-i în evidenţă caracterul limitat. Când se trece de la logica clasică la logicile heterodoxe se schimbă, de fapt, subiectul, *dar subiectul rămâne tot logica.*

---

[110] B. Russell, *An Inquiry into Meaning and Truth*, G. Allem and Unwin, Londra, 1948.

Obiecţii semantice:

2.1. Reamintim că, după Quine, logica este rezultanta a doi factori: gramatica şi adevărul. Subiectul logicii canonice îl constituie adevărurile logice, adică enunţurile adevărate numai în virtutea structurii lor logice. Cu toate acestea, nimic nu ne împiedică să susţinem că logicianul nord-american are în vedere numai adevărurile logice referitoare la o singură lume – lumea reală, în timp ce, conform propriilor sale argumente, adevărurile logice trebuie să fie adevărate în toate lumile posibile. Este necesar atunci să se conceapă chestiuni semantice mult mai generale decât cele la care se limitează Quine, deşi el ar respinge cu siguranţă această obiecţie. Totuşi, este adevărat că discuţia semantică în termeni quinieni este insuficientă pentru a declara că logica canonică este singura şi unica logică.

2.2. Cum vom vedea mai departe, există şi alte definiţii ale adevărului, în afara celei a lui Tarski. Teza conform căreia logica rezultă din gramatică şi din adevăr pare deci cam îndoielnică; dacă există mai multe «adevăruri posibile», există mai multe logici...

Obiecţii pragmatice:

3.1. Conform unui consens aproape general, marea logică este considerată ca o logică. Astfel, orice atitudine asemănătoare cu cea a lui Quine, care nu ia în seamă un astfel de fapt, nu se justifică din punctul nostru de vedere. Logica este ceea ce fac logicienii în calitatea lor de corp social şi nu ceea ce un singur logician ar dori să fie ea...

3.2. În limbajele obişnuite şi în ştiinţe, există forme de raţionament ce aparţin logicii de ordin superior, meritând a fi codificate; există de multe secole paradoxuri a căror eliminare pretinde, din punct de vedere al logicii clasice, recursul la o logică de ordin superior. Or, toate aceste chestiuni fac parte din logică; deci logica nu se reduce la logica canonică quiniană.

3.3. Maxima mutilării minime a lui Quine nu constituie un criteriu (pragmatic) unic şi universal pentru a justifica prezervarea logicii şi modificarea celorlalte părţi ale ştiinţei. Evoluţia acesteia din urmă depinde de numeroşi factori pragmatici, cum sunt factorii culturali, psihologici, istorici, de simplitate, de economie, de fecunditate explicativă etc. Astfel, un fizician aflat în faţa unui obstacol teoretic nu se va gândi poate să modifice logica, din necunoaştere a logicii, din obişnuinţă, din cauza legii psihologice a efortului minim, şi nu în virtutea unor raţiuni de simplitate sau a maximei mutilării minime. Nimic nu ne împiedică, de exemplu, să sacrificăm simplitatea în favoarea inteligibilităţii în anumite domenii ale cunoaşterii; este ceea ce se întâmplă cu intuiţionismul când încearcă să examineze constructiv gândirea constructivă.

În rezumat, concepţia lui Quine nu se justifică deloc. Pe baza acestor consideraţii, se înţelege acum de ce în lucrarea de faţă l-am inclus încă de la început în rândul dogmaticilor: deşi nu crede că logica elementară clasică este absolut adevărată şi de neatins, el crede totuşi că ea este actualmente adevărată în mod absolut. Să folosim o metaforă: Quine este un dogmatic «temporal» (*astăzi* logica canonică este de neatins).

VIII. Fundamentele logice ale mecanicii cuantice

Prima oară când validitatea generală a logicii clasice a fost pusă la îndoială din raţiuni legate de ştiinţele naturii, acest lucru s-a întâmplat o dată cu dezvoltarea mecanicii cuantice, ca urmare a dificultăţilor inerente fundamentelor sale. Astfel, logicianul polonez Z. Zawirski a sugerat, încă din anul 1931, că pentru a depăşi dificultăţile datorate dualismului undă particulă din fizica cuantică, ar trebui folosită logica trivalentă a lui Łukasiewicz[111]. O dată cu trecerea timpului, înţelegem mai bine complexitatea problemei. În realitate, când este vorba de fundamentele acestei discipline, este bine să avem în minte faptul că expresia «logica mecanicii cuantice» are, de regulă, două semnificaţii distincte:

1. Latice a mecanicii cuantice, numită impropriu logică a mecanicii cuantice: propoziţiile care exprimă măsuri referitoare la un sistem cuantic se supun anumitor legi şi pot fi combinate astfel încât să constituie un anumit tip de latice (numeroşi specialişti cred că este vorba de o latice modulară ortocomplementată). Se obişnuieşte atunci ca această latice să fie numită logică a mecanicii cuantice sau studiu al acestei latice, insistându-se asupra semnificaţiei fizice pe care o conţine. Ca atare, logica mecanicii cuantice nu se abate, în sine, de la logica clasică, iar o astfel de teorie poate fi calificată mai corect drept *algebră a mecanicii cuantice.*

2. Logica mecanicii cuantice (propriu-zise): având în vedere anumite aspecte ale propoziţiilor ce formează laticea în cauză, precum şi alte caracteristici ale microfizicii, diferiţi cercetători, ca P. Février, H. Reichenbach şi Putnam cred că fizica cuantică ne impune în mod absolut clar acceptarea unei noi logici, distincte de logica clasică şi menită să o depăşească. Deşi sunt propuse mai multe logici, aici este vorba de logica propriu-zisă.

[111] Tema prezentei secţiuni este tratată amănunţit în cartea lui M. Jammer, *The Philosophy of Quantum Mechanics*, Willey, New York, 1974.

În cele ce urmează, vom aborda o problemă crucială pentru filosofia logicii, şi anume, dacă logica clasică poate servi realmente drept bază a mecanicii cuantice sau dacă, dimpotrivă, trebuie să recurgem la noi categorii logice pentru a funda această disciplină. Vom vorbi într-un mod informal, lipsit de rigoare, până la sfârşitul acestei secţiuni.

Conform dinamicii clasice, putem spune că starea unui sistem fizic este determinată de un punct în spaţiul său de faze (adică, în cazul unei particule unice, spaţiul ale cărui coordonate sunt componentele de poziţie şi de moment ale acestei particule); atunci fiecare propoziţie experimentală p, afirmând că o mărime dată g a sistemului dinamic S are o valoare ğ în momentul t, se află în corespondenţă cu o mulţime Sp de puncte ale spaţiului de faze $E(S)$ a lui S: mai exact, submulţimea $E(S)$ pentru care punctele g au valoarea ğ. Propoziţia p este adevărată dacă şi numai dacă S se află într-o stare aparţinând lui Sp; şi, ea este falsă în caz contrar. (O propoziţie ce corespunde mulţimii vide este întotdeauna falsă iar o propoziţie ce corespunde mulţimii $E(S)$ este întotdeauna adevărată). Pornind de la propoziţiile descrise – propoziţii atomare exprimând rezultate experimentale directe (măsuri ale mărimilor fixe legate de S) –, se obţin altele, moleculare, datorită conectorilor $\wedge$ (conjuncţie), $\vee$ (disjuncţie) şi $\neg$ (negaţie). Fie Sp şi Sq submulţimile lui $E(S)$ corespunzătoare lui p şi q; atunci noile propoziţii $p \wedge q$, $p \vee q$ şi p sunt determinate respectiv de $S_p \cup S_q$, $S_p \cap S_q$, şi $E(S) \setminus S_p$. Relaţia de implicaţie $p \leq q$ este introdusă în mod natural: $p \leq q$ dacă şi numai dacă $S_p \subseteq S_q$. În acest fel, se construieşte o latice care este o algebră Boole (când se trece la cât, aşa cum se face în mod obişnuit). Deci, în dinamica clasică, algebra propoziţiilor *asociate* unui sistem fizic este o algebră Boole.

La nivelul sistemelor cuantice avem o situaţie inversă. *Grosso modo*, propoziţiile experiementale referitoare la un sistem cuantic S sunt asociate unui spaţiu Hilbert, $H(S)$ a cărui geometrie reflectă mecanica sistemului S, fapt evidenţiat de von Neumann. Operând în mod analog cazului clasic, laticea obţinută nu este, conform lui Birkhoff şi von Neumann, o algebră Boole, ci o latice non distributivă; pentru o mai mare precizie, este vorba de o latice modulară ortocomplementată. Pentru autorii în cauză, acest fapt implică ideea că logica mecanicii cuantice – logica propriu-zisă – nu poate fi logica clasică, unde sunt valide legile distributivităţii: conjuncţia este distributivă în raport cu disjuncţia şi aceasta din urmă în raport cu cea dintâi.

Alţi specialişti, de pildă Strauss, ajung din diferite motive la alte latici.

Cu toate acestea, un lucru este clar: constatarea faptului că o latice a propoziţiilor asociate sistemelor cuantice prin spaţiile lui Hilbert nu este o algebră Boole, nu implică în sine necesitatea de a recurge la o logică heterodoxă pentru a funda mecanica cuantică. Într-adevăr, este suficient să spunem că o latice a propoziţiilor experimentale constituie o *adăugire* la logica clasică, în acelaşi mod în care calculul probabilităţilor poate fi interpretat ca dând *greutate* propoziţiilor.

Pe de altă parte, există specialişti care, sprijinindu-se pe argumente serioase, încearcă să scoată în evidenţă faptul că mecanica cuantică atrage după sine abaterea de la logica clasică; cu alte cuvinte, pentru a funda această ştiinţă în mod riguros şi natural este indispensabil să se recurgă la noi logici, distincte de logica clasică. Dar pentru a justifica această teză nu ne putem limita, evident, la analiza proprietăţilor formale ale laticei propoziţiilor experimentale: motivele invocate sunt mult mai profunde, deşi sunt legate de structura laticei în cauză. În cadrul acestei lucrări ne vom limita să rezumăm concepţiile lui Reichenbach şi Putnam[112].

După cum se ştie, conform interpretării de la Copenhaga a mecanicii cuantice (poate cea mai în vogă printre fizicieni) datorată lui Bohr şi Heisenberg, fenomenele micro-fizice sunt tratate «macroscopic». În cazul în care există informaţii suficiente despre un sistem cuantic, rezultate din măsurători macroscopice (condensări în camerele lui Wilson, poziţii ale acelor pe instrumentele de măsurat etc.) se poate prevedea graţie formalismului cuantic, cu o anumită probabilitate, ce se va întâmpla în viitor. Conform apărătorilor interpretării de la Copenhaga, nu este posibil să se descrie ceea ce se întâmplă între măsurătorile iniţiale şi măsurătorile finale, aceasta nu ar avea, de altfel, nici un sens[113]. În rezumat, pentru a evita anumite anomalii – anomaliile cuantice –, trebuie să ne limităm la fenomene sau, în caz contrar, nu putem avea o descriere completă; nu are nici un sens să încercăm să aflăm ce se petrece între observaţiile succesive; mecanica cuantică nu se ocupă, aşadar, de *interfenomen*. În conformitate cu interpretarea de la Copenhaga, nu se poate vorbi de particule elementare şi de unde decât la modul metaforic, iar dorinţa de a pătrunde în inima interfenomenului nu duce nicăieri.

Reichenbach încearcă să dezvolte o interpretare *exhaustivă* a mecanicii cuantice, care să ne ofere o descriere completă a fenomenelor şi a

---

[112] Vezi Jammer, lucrarea citată. Se recomandă a se consulta de asemenea: H. Reichenbach, *Philosophic Foundations of Quantum Mechanics*, University of California Press, Berkeley, 1965 şi H. Putnam, *Mathematics, Matter and Method*, Philosophical essays, vol. I, Cambridge University Press, Cambridge, 1974.

[113] Vezi W. Heisenberg, *Physics and Philosophy*, capitolul 3.

interfenomenelor, opunându-se astfel interpretării de la Copenhaga. El califică o descriere drept *normală* atunci când legile naturii sunt aceleaşi, fie că obiectele sunt sau nu observate. Există un sistem de legi pentru fenomene şi interfenomene. Dar descrierile exhaustive şi nonnale duc uşor la anomaliile mecanicii cuantice, ca acţiunea la distanţă, care nu este coroborată de fizică. În conformitate cu concepţia lui Bohr şi Heisenberg, interfenomenele sunt abandonate datorită inanităţii lor, iar anomaliile dispar întrucât ele nu se manifestă decât în corelaţie cu interfenomenele. Conform ideilor lui Bohr şi Heisenberg, conjuncţia a două propoziţii complementare (exprimând măsuri ale mărimilor supuse principiului indeterminării (vezi paragraful 7 din capitolul 1) este considerată ca fiind lipsită de sens. Reichenbach observă că o lege fizică – principiul citat – este formulată în metalimbaj şi nu la nivelul limbajului fizicii, cum se întâmplă de obicei cu legile fizicii. Iar după părerea lui Reichenbach, acest lucru este nesatisfăcător.

În consecinţă, Reichenbach îşi propune să elaboreze o interpretare exhaustivă şi nonnală a mecanicii cuantice, fără a recurge la artificii metalingvistice. Este vorba de a arăta că pentru a face aceasta este necesar să se utilizeze o logică trivalentă care, pe lângă valorile de adevăr uzuale, mai posedă şi o a treia – valoarea nedeterminată. Conjuncţia a două propoziţii complementare trebuie să fie mereu nedeterminată, la fel ca una din componentele acestei conjuncţii[114].

Filosoful german şi-a dezvoltat logica trivalentă şi a încercat să dovedească posibilitatea de a-şi atinge obiectivul datorită ei. În pofida meritului lor, ideile lui Reichenbach au fost extrem de criticate şi, practic, nici un fizician profesionist nu le-a acceptat; ele au scos totuşi în evidenţă faptul că folosirea unor noi logici în ştiinţele naturii nu edeplasată deplasată.

Sprijinindu-se pe cercetările lui Birkhoff şi von Neumann, precum şi pe acelea mai recente ale lui Finkelstein, Putnam a prezentat la rândul său, în lucrarea *The Logic of Quantum Physics*[115] o teorie mult mai plauzibilă, urmărind să modifice logica subiacentă mecanicii cuantice. După Putnam, raţionăm în mod heterodox atunci când ne ocupăm de mecanica cuantică. Să vedem de ce.

El observă, sub influenţa lui Birkhoff şi von Neumann că laticea propoziţiilor mecanicii cuantice nu este distributivă. Dar în loc să considere operaţiile definite între propoziţiile laticei drept noi operaţii ce se suprapun

---

[114] Reamintim că o logică construită pe baza aceleiaşi idei a fost prezentată înaintea celei a lui Reichenbach de către P. Février.

[115] Putnam, op. cit, p. 174 şi unnătoarele.

conectorilor clasici, el încearcă să arate că o poziţie mai rezonabilă constă în a considera astfel de operaţii drept conectori ai unei logici propoziţionale nedistributive, care, aplicată la propoziţiile referitoare la fenomenele macroscopice, coincide cu logica clasică.

Putnam arată totodată în ce mod pot fi introduşi cuantificatorii în logica cuantică şi evidenţiază punctele comune între logica astfel elaborată şi noţiunea de probabilitate, care are o importanţă capitală pentru mecanica cuantică (previziunile cuantice au întotdeauna un caracter în esenţă probabilist). Pentru Putnam, conjuncţia a două propoziţii complementare nu este lipsită de semnificaţie, dar ea este falsă (logic falsă, din punct de vedere al logicii cuantice).

După Putnam, logica şi geometria se află pe picior de egalitate, epistemologic vorbind. Atât una cât şi cealaltă sunt ştiinţe experimentale; el scrie astfel: «Logica este la fel de empirică ca geometria.»[116] Filosoful nord american insistă asupra faptului că trăim într-o lume guvernată de o logică nonclasică. În această lume obiectele macroscopice se supun logicii clasice, căci, pentru propoziţiile referitoare la observabilul macroscopic, laticea mecanicii cuantice se converteşte într-o algebră Boole.

Concepţiile lui Putnam (şi ale lui Finkelstein) au întâmpinat o mare rezistenţă din partea specialiştilor[117]. Obiecţia majoră formulată împotriva logicii lui Putnam este că ea nu a fost până în prezent dezvoltată în mod convenabil: ea nu a fost axiomatizată sub formă de sistem logic şi nu dispune de o semantică rezonabilă.

Multe alte persoane au încercat să fundeze mecanica cuantică pornind de la noi logici, modificând de pildă logica clasică pentru a o face mai maleabilă în vederea unei tratări precise şi riguroase a mecanicii cuantice: Février[118], Weizsächer şi Suppes, între alţii. Cu toate acestea, ei nu au reuşit să învingă rezistenţele ortodoxiei.

În încheierea acestei secţiuni putem spune că studiile referitoare la fundamentele logice ale mecanicii cuantice sunt încă prea vagi pentru a ne permite să emitem o judecată solidă cu privire la întrebarea dacă mecanica cuantică necesită sau nu o revizuire a logicii clasice.

---

[116] Putnam, op. cit., p. 184.

[117] Jammer, op. cit., capitolul 8.

[118] Vezi de exemplu P. Février, «Les relations d'incertitude de Heisenberg et la logique», în *Travaux du IXe congrès international de philosophie*, vol. VI, Hermann, Paris, 1937, pp. 88–94.

Este însă cert că cercetările recente scot în evidenţă faptul că schimbarea logicii nu este imposibilă şi că ea va fi, poate, efectuată. Se contată aşadar că poate exista o dialectizare a logicii pornind de la experienţă. Astfel, logica, în calitatea ei de *Organon*, nu este în întregime aprioricä sau convenţională, ea depinde de experienţă în sensul larg al cuvântului şi de stadiul de evoluţie al ştiinţei. Ea este, cu adevărat, condiţionată de factori pragmatici.

IX. Adevărul şi falsul

Conceptul de adevăr constituie o categorie centrală a logicii. Expunerea precedentă a scos deja în evidenţă acest fapt şi, deoarece în această lucrare întreprindem o examinare critică a ştiinţei lui Aristotel, este necesar să analizăm un astfel de concept.

După cum se ştie, există trei teorii principale ale adevărului: teoria corespondenţei, teoria coerenţei şi teoria pragmatică[119].

Pentru anumiţi adepţi ai teoriei coerenţei (Joachim şi Blanchard, de exemplu), o propoziţie este adevărată când se inserează cu necesitate într-o totalitate coerentă de propoziţii. Există doar o singură totalitate coerentă şi completă de propoziţii, *T*, care reflectă *absolutul* şi, strict vorbind, numai elementele lui *T* sunt adevărate. Propoziţiile şi teoriile la care ajungem în cursul tentativelor noastre de a capta adevărul, în virtutea faptului că sunt în general aproximative şi restrânse, posedă doar un anumit grad de adevăr, acesta din urmă aplicându-se, ca proprietate numai elementelor şi părţilor totalităţii propoziţionale care reflectă absolutul. Adevărul înseamnă *coerenţă sistematică*, el nu se identifică cu consistenţa, dar poate fi asimilat cu proprietatea de a aparţine întregului propoziţional ce exprimă absolutul. Unele variante mai puţin «speculative» ale acestei teorii au fost apărate de anumiţi pozitivişti logici.

Conform doctrinei pragmatice (în forma sa apărată de James), o propoziţie este adevărată, la modul foarte general, dacă acceptarea ei ne este utilă: ea are consecinţe satisfăcătoare pentru noi sau, altfel spus, propoziţia «funcţionează».

---

[119] Printre lucrările unde sunt discutate aceste teorii o menţionăm pe aceea a lui B. Russell, *An inquiry into Meaning and Truth*, G. Allen and Unwin, Londra, 1948. În afara celor trei teorii menţionate, Russell o are în vedere şi pe cea a lui Reichenbach, care înlocuieşte «adevăr» cu «probabilitate».

Anumiţi empirişti logici apără o teorie pragmatică a adevărului. Astfel, Hahn scrie: «...marea *problemă a adevărului*. Vechea concepţie metafizică o vedea cam în felul următor: există o realitate; există o lume a fiinţei adevărată; o propoziţie este adevărată dacă aceasta coincide efectiv cu ceea ce se petrece în această realitate. De exemplu, expresia legii gravitaţiei este adevărată dacă în realitate corpurile se atrag efectiv aşa cum indică ea. Din nefericire, această realitate nu este la îndemâna noastră şi nu putem aplica definiţia precedentă. Este un ghinion pentru specia umană, dar aceasta nu schimbă cu nimic situaţia. Din moment ce nu putem verifica dacă o afirmaţie este în concordanţă cu realitatea, să acceptăm concepţia *pragmatică*: adevărul unei propoziţii constă în confirmarea sa. De fapt, adevărul este astfel deposedat de caracterul absolut, etern; el devine relativ, umanizat; dar cel puţin comportă un criteriu aplicabil.»[120]

Obiecţia lui Hahn, întâlnită frecvent în cercurile filosofice, conform căreia definiţia clasică a adevărului ca o corespondenţă nu poate fi «aplicată» deoarece este imposibil să se compare propoziţia cu realitatea, este eludată de lucrările lui Tarski, cel puţin în domeniul matematic; Wojcicki, de exemplu, încearcă la ora actuală să extindă definiţia lui Tarski la celelalte ştiinţe.

Descrierile anterioare ale teoriei coerenţei şi ale teoriei pragmatice nu pretind a fi corecte sau riguroase. De altfel, în ceea ce ne priveşte, aceste teorii nu sunt deloc pertinente, căci, în *interiorul* domeniului logicii, concepţia unică dominantă este teoria corespondenţei.

Aceasta nu înseamnă însă că încercarea de a «combina» teoriile evocate, suficient de «matematizate», cu ideile fundamentale ale logicii ar fi zadarnică. Aceasta nu înseamnă nici că în domeniul filosofiei logicii nimeni nu şi-a asumat poziţii legate de teoriile pragmatică şi a coerenţei.

Aceasta înseamnă doar următorul lucru: sistemele logice dezvoltate riguros şi formal până astăzi presupun *din punct de vedere tehnic* o teorie a adevărului care este teoria corespondenţei. Într-un mod mai general, am dori să insistăm asupra faptului că ideile şi metodele semantice au invadat metafizica; or, printre noţiunile semantice figurează noţiunea de adevăr care, prin însăşi natura semanticii (vezi §4 din primul capitol) poate numai să semnifice adevărul conceput ca o corespondenţă.

Teoria corespondenţei este teoria clasică a adevărului. Este vorba de o concepţie al cărei nucleu central se găseşte deja la Aristotel atunci când el afirmă că: «A spune despre ceea ce este că este şi despre ceea ce nu este că

[120] H. Hahn, *Logique, mathématiques et connaissance de la réalité*, Hermann, Paris, 1935, pp. 47–48.

nu este, înseamnă a spune adevărul; a spune despre ceea ce nu este că este şi despre ceea ce este că nu este, înseamnă a spune ceva fals.» Într-adevăr, un enunţ dat este adevărat dacă corespunde unei stări de lucruri reală şi este fals în caz contrar.

Tarski a fost cel mai mare apărător al teoriei corespondenţei în secolul XX. Cum această teorie a adevărului depinde de relaţiile între limbaj şi stările de lucruri sau de fapte la care se referă limbajul, Tarski şi-a botezat reformularea teoriei clasice drept teoria semantică a adevărului. Putem afirma fără a greşi că concepţia tarskiană a dominat total logica clasică şi s-a aflat la originea unei noi ere în studiul sistemelor logic – matematice scoţându-le în evidenţă dimensiunea semantică (e suficient să menţionăm, pentru moment, dezvoltarea extraordinară a uneia dintre părţile cele mai importante ale logicii, teoria modelelor[121], întemeiată în întregime pe ideile semantice propuse de Tarski).

Definiţia adevărului formulată de Tarski, care pare la prima vedere comună şi evidentă, constituie una din marile cuceriri ale logicii actuale. Pentru Tarski, problema a fost elaborarea unei definiţii în spiritul teoriei clasice a lui Aristotel, care să fie formal corectă şi matematic adecvată.

Corectitudinea formală a definiţiei pretinde explicitarea clară a limbajului ale cărui enunţuri vor fi clasate ca fiind adevărate sau false, precum şi a instrumentelor logice care vor fi utilizate şi a termenilor ce vor sta la baza definiţiei.

Adecvarea materială înseamnă că definiţia trebuie să înglobeze toate cazurile particulare ale schemei:

x este adevărat dacă şi numai dacă p (T)

unde p este un enunţ oarecare al limbajului în discuţie, iar x un nume oarecare al acestui enunţ. Astfel, enunţul următor trebuie înglobat în definiţie, în cazul în care aceasta se referă la o anumită parte a limbajului obişnuit:

«Zăpada este albă» este adevărată dacă şi numai dacă zăpada este albă, (1)

dacă se folosesc ghilimelele, cum se face în mod obişnuit, pentru a da un nume expresiei între ghilimele.

---

[121] Lucrarea clasică asupra teoriei modelelor este următoarea: C.C. Chang şi H.J. Keisler, *Model Theory*, North – Holland, Amsterdam, 1973; o lucrare mai recentă este cea a lui B. Poizat, *Cours de théorie des modeles*, Nur al - Mantiq wal - Ma'rifah, Paris, 1985.

Tarski a arătat că o astfel de definiţie nu poate fi obţinută pentru limbajele închise din punct de vedere semantic, adică limbajele unde se poate exprima propria lor semantică, cel puţin în situaţia în care logica subiacentă este logica clasică. Într-adevăr, în aceste limbaje sunt derivate paradoxurile semantice (care pun în joc noţiuni semantice cum ar fi de pildă acelea de adevăr, satisfacere, denotaţie). De altfel, nu este nevoie ca un limbaj să îşi conţină întreaga semantică pentru ca acest lucru să se întâmple, este suficient să poată fi manipulat în el un concept cheie al semanticii, să zicem acela de adevăr. Atunci paradoxurile, ca acela al Mincinosului, apar în *L* şi îl trivializează. Definiţia nu poate fi formulată nici pentru limbajele naturale, ca româna* sau franceza, nu doar pentru că sunt închise din punct de vedere semantic, ci mai ales pentru că nu posedă o structură semantică precisă – ceea ce face imposibilă o tratare raţională a problemei. Astfel, definiţia se aplică, de fapt, numai limbajelor artificiale ale semioticii pure (limbajele ştiinţelor formale) şi reconstrucţiilor formale şi exacte ale limbajelor ştiinţelor realului şi ale unor părţi din limbajele naturale.

Tarski a scos în evidenţă faptul că definiţia adevărului aparţine, prin însăşi natura sa, nivelului metalingvistic şi se bucură de următoarea proprietate: pentru ca în metalimbajul *L'* al limbajului *L* să se poată defini adevărul enunţurilor limbajului *L*, *L'* trebuie să fie în esenţă mai tare decât *L*. De altfel, ierarhia limbajelor compusă din *L*, din metalimbajul *L'* al lui *L*, din metalimbajul *L''* al lui *L'* etc., pare să elimine paradoxurile semantice referitoare la *L* prin relativizarea conceptelor semantice faţă de ierarhia limbajelor. În general, construirea unor ierarhii lingvistice constituie un artificiu pentru evitarea paradoxurilor semantice, cum am observat deja în secţiunea 4 a primului capitol. De aici rezultă că este natural să recurgem astăzi la ierarhii ale limbajelor în logică şi, mai ales, în cadrul investigaţiilor semiotice.

Tarski a formulat definiţii ale adevărului pentru anumite limbaje cu structură bine determinată. La sfârşitul acestei secţiuni vom vorbi despre semantica limbajului T, introdus mai înainte (§ 6, capitolul 1), pentru ca cititorul să poată vedea în ce fel sunt prezentate şi studiate noţiuni semantice ca satisfacere, denotare şi adevăr. (Cel ce s-a familiarizat cu teorema de completitudine calculului predicatelor de ordinul întâi posedă deja o cunoaştere satisfăcătoare a concepţiei semantice despre adevăr, căci pentru a caracteriza noţiunea de formulă validă, se defineşte mai întâi noţiunea de satisfacere a unei formule într-o structură şi, implicit, noţiunea de enunţ adevărat într-o structură dată cu privire la o interpretare).

---

* În original portugheza (N.T.).

Meritul cercetărilor lui Tarski asupra conceptului de adevăr poate fi rezumat după cum urmează:

1. Conceptele de adevăr şi de falsitate (un enunţ este fals dacă şi numai dacă el nu este adevărat) şi, în general, noţiunile semantice, generează adesea îndoieli şi dificultăţi din cauza paradoxurilor semantice[122]. Lucrările logicianului polonez au eliminat astfel de îndoieli şi de dificultăţi: s-a constatat că teoria clasică a adevărului poate fi formulată în mod satisfăcător şi că, în principiu, nu există nici un obstacol în calea utilizării sale în metateoria ştiinţelor formale şi a ştiinţelor realului.

2. Un alt aspect important este următorul: pentru a defini noţiunile semantice de adevăr, satisfacere, validitate şi consecinţă, Tarski a folosit numai concepte sintactice[123]. Cu alte cuvinte, a arătat că există un concept formal sintactic de adevăr care coincide extensional cu conceptul semantic intuitiv. Întrucât noţiunile sintactice sunt considerate, în general, ca fiind mult mai «sigure» el a redus, de fapt, noţiunile problematice la altele mai solide.

   Se cuvine să facem câteva precizări: din punct de vedere sintactic, aşa cum am văzut deja în mai mică măsură, se studiază sisteme simbolice oarecare, reducându-le la structuri matematice şi aplicând metodele acestei ştiinţe. Astfel, într-un anumit sens, sintaxa se transformă în matematică, în aritmetică sau în teoria mulţimilor. În semantica pură, limbajele abstracte (sau reformulate abstract şi matematic) sunt tratate în relaţiile lor cu obiectele extralingvistice, ca atare. Conceptele fundamentale de interpretare, validitate, denotare etc., aparţin semanticii şi, în acest fel, nu se reduc la nişte idei pur sintactice. Totuşi, Tarski a demonstrat că deşi conceptele semantice nu sunt realmente de ordin sintactic, pentru majoritatea lor există notaţii sintactice care le sunt coextensive.

3. Tarski a demonstrat că în semanticile disciplinelor deductive se pot obţine teoreme având o semnificaţie fundamentală, ca de exemplu teorema conform căreia în teoriile deductive uzuale noţiunile de teoremă şi de enunţ adevărat nu coincid niciodată. Pe lângă aceasta, metodele semantice permit să se demonstreze în mod sistematic anumite rezultate de importanţă crucială, mai ales acela că anumite teorii matematice sunt mai tari decât altele

[122] Se va consulta A. Tarski, «The semantic conception on truth and the foundations of semantics», *Philosophy and Phenomenological Research*, 4 (1944), 341–375.

[123] Tarski, «Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen». Vezi în această privinţă introducerea cărţii lui Church.

întrucât într-o teorie consistentă *T*, în anumite condiţii foarte generale, nu se poate formula o definiţie a adevărului referitoare la ea însăşi (teorema lui Tarski), pe când acest lucru este posibil într-o altă teorie *T'*, se deduce de aici că, într-un anumit sens, *T'* este mai tare decât *T*.

4. Este clar că schema (T) de mai sus, prezentată pentru prima oară de Lesniewski, constituie o condiţie pe care trebuie s-o îndeplinească orice teorie a adevărului de tip clasic. De altfel, pare dificil să ne imaginăm o teorie a adevărului care să nu-şi înglobeze instanţele, adică să nu fie adecvată din punct de vedere material.

5. Cercetările lui Tarski arată cu claritate că în anumite circumstanţe este indispensabil şi convenabil să introducem pe cale axiomatică conceptul de adevăr referitor la limbajul *L* în metalimbajul său *L'*. Astfel, în general, semantica lui *L* se structurează axiomatic în *L'*. De aici tragem concluzia că metoda axiomatică este de mare ajutor în semiotica pură, fapt ce scoate în evidenţă caracterul logico matematic al acestei părţi a semioticii.

Metoda semantică nu a invadat numai logica clasică; logicile heterodoxe au fost şi ele atinse. Pentru a da un exemplu, vom reaminti că logica modală a fost tratată semantic cu ajutorul modelelor lui Kripke, care sunt fără îndoială extensiuni ale structurilor semantice adecvate logicii clasice. Dintr-un anumit punct de vedere, R. Sylvan are dreptate când afirmă că, în ceea ce priveşte fundamentele logicii şi ale matematicii, nu ne mai putem întoarce la epoca anterioară publicării articolului lui Tarski.

Astfel, metoda semantică nu a rămas strâns legată de logica clasică. Cu toate acestea, dacă adaptarea sa la anumite forme ale logicii heterodoxe cum ar fi logica modală şi logica polivalentă nu pare să ridice probleme, nu acelaşi lucru se produce, la prima vedere, cu anumite tipuri de logici non clasice, cum sunt logicile paraconsistente.

Este, totuşi, interesant că metoda tarskiană se adaptează, de fapt, logicii paraconsistente. Aşa cum vom demonstra în Anexa 1, nu există aparent nici un obstacol în calea adaptării metodei semantice la sistemele logicii paraconsistente de ordinul întâi de tip C, astfel încât să se obţină definiţii ale adevărului care să generalizeze definiţia lui Tarski lăsând, în principiu, loc contradicţiilor ce constituie caracterul marcant al teoriilor paraconsistente.

În rezumat, dacă se consideră teoria corespondenţei în formularea datorată lui Tarski ca unica posibilă şi ca justificând supremaţia logicii clasice, cercetările actuale referitoare la semanticile logicilor paraconsistente

dialectizează o astfel de credinţă. După cum există logici diferite de logica clasică şi rivale ei, la fel există şi concepţii semantice ale adevărului (şi ale altor concepte) diferite de concepţia clasică şi rivalizând cu ea – iată învăţătura pe care o putem trage din progresele recente în domeniul logicilor heterodoxe şi, mai ales, al logicilor paraconsistente. În concluzie, dacă nu ne-am teme că vom crea neînţelegeri, am spune că adevărul este o noţiune oarecum relativă.

O altă dialectizare a semanticii tradiţionale ne este oferită de matematica intuiţionistă. A considera că tratarea logicii intuiţioniste în maniera lui Tarski este semnificativă ar însemna a contrazice principiile intuiţioniştilor. Minimum ce se poate pretinde este o explicaţie intuiţionistă, ca aceea expusă în secţiunea 7 a acestui capitol; aceasta nu înseamnă că pentru matematicianul clasic studierea logicii intuiţioniste cu ajutorul instrumentelor semantice în vogă ar fi inutilă, ea fiind deja făcută, de altfel, cu folos[124]. Credem, aşadar, că există două posibilităţi de a elabora o semantică clasică a logicii intuiţioniste, ambele licite: folosirea unor metode tradiţionale generând o semantică clasică a logicii intuiţioniste; şi utilizarea unor metode strict intuiţioniste, generând o semantică intuiționistă a logicii în discuţie.

În ceea ce priveşte dialectizarea (parţială) a concepţiei tarskiene chiar la nivelul poziţiei clasice, reamintim că Kripke i-a adus mai multe modificări importante[125].

Aşa cum am spus anterior, pentru Quine logica reprezintă rezultanta a doi vectori: gramatica şi adevărul, acesta din urmă conceput după ideea lui Tarski. Dacă interpretăm termenii «gramatică» şi «adevăr» în sens larg, poziţia filosofului nord american poate fi considerată într-o oarecare măsură ca fiind corectă (există mai multe gramatici subiacente mai multor logici, există variante ale teoriei lui Tarski etc.)[126]. Or, întrucât conform teoriei corespondenţei, noţiunea de adevăr este strâns legată de noţiunea de realitate, de lume, ajungem la concluzia că, aşa cum totul pare s-o indice, logica (şi deci matematica) este (sunt) *compromisă* (*compromise*) de o anumită formă de realism. Este ceea ce crede Popper[127], de exemplu. Cu toate acestea, lucrurile nu sunt chiar atât de simple şi vom încerca mai departe, atunci când ne vom ocupa de relaţia între logică şi realitate, să dovedim că teoria

---

[124] M.C. Fitting, *Intuitionistic Logic, Modal Theory and Forcing*, North – Holland, Amsterdam, 1969.

[125] S. Kripke, «Outline of a theory of truth», *Journal of Philosophy*, 72 (1975), pp. 690–716.

[126] Quine nu ar admite niciodată o astfel de «extensiune».

[127] R.K. Popper, *Objective Knowledge*, Oxford University Press, Oxford, 1973.

semantică a adevărului şi semantica, în general, nu ne impun nici o doctrină metafizică, asupra căruia a insistat Tarski însuşi.

Anticipând o temă ce va fi tratată ulterior, să reamintim că semantica unui limbaj *L* este dezvoltată într-un metalimbaj al lui *L*, *L'* şi că, în consecinţă, chestiunea de a şti dacă logica ne face să adoptăm anumite doctrine metafizice referitoare la semantică se reduce la chestiunea de a şti în ce măsură limbajul ne face să acceptăm anumite poziţii metafizice; or istoria filosofiei confirmă că limbajul este compatibil cu orice doctrină speculativă. În concluzie, logica (şi matematica) este (sunt) neutră (neutre), metafizic vorbind.

De altfel, geneza legilor logice este subordonată unor numeroşi factori; modul în care se constituie, treptat, din punct de vedere psihologic, categoriile logice fundamentale, ca acelea de obiect şi de proprietate (Enriques a insistat asupra acestui aspect) prin extrapolări convenţionale, simplitatea tehnică şi economia de gândire (cum foarte bine au observat pozitiviştii logici) şi elementele pragmatice (frumuseţe, utilitate, tradiţie...). În consecinţă, se dovedeşte a fi dificil să se fundeze logic disciplinele formale, fie şi numai în parte, pe o concepţie metafizică oarecare. Dat fiind un fundament metafizic al acestor discipline, există multe alte astfel de fundamente la fel de bune şi incompatibile cu primul. Putem afirma următoarele: logica nu este pur convenţională şi arbitrară, ci rezultă într-o oarecare măsură din relaţiile noastre cu lumea, ca mediu; pare licit să susţinem că dacă aceasta din urmă ar fi foarte diferită de ceea ce este, logica noastră ar fi la rândul ei foarte diferită de ceea ce este.

Ar fi interesant să încercăm să dezvoltăm în mod riguros teoria coerenţei şi teoria pragmatică aşa cum s-a făcut cu teoria corespondenţei[128]. Este clar, mai ales că teoria pragmatică nu poate fi structurată decât la un nivel pragmatic şi aceasta numai prin intermediul unei pragmatici (ca parte a semioticii) cu adevărat «matematizată», confirmând cele spuse deja cu privire la pragmatica pură. Oricum, o elaborare riguroasă a teoriei coerenţei şi a teoriei pragmatice reprezintă un argument capital în favoarea neutralităţii speculative a logicii.

Semantica limbajului T

În cele ce urmează vom prezenta liniile mari ale tratării semantice a limbajului *T* (cf. § 6, capitolul 1).

---

[128] În ceea ce priveşte teoria pragmatică, o soluţie a fost prezentată de J. Mikenberg, R. Chuaqui, N.C.A. da Costa, «Pragmatic truth and approximation to truth», *The Journal of Symbolic Logic*, 51 (1986), 201–221.

Metalimbajul inforinal cu ajutorul căruia se va efectua studiul nostru conţine *T*, o bună parte a teoriei ZF cu atomi şi nume pentru toate simbolurile şi expresiile lui *T*.

(În loc să se recurgă la un limbaj simbolic mixt cum este cel descris mai sus, s-ar putea «codifica»*T* în ZF operându-se exclusiv în interiorul acestui sistem al teoriei mulţimilor.)

Definiţia 1 — O structură pentru *T* posedă o mulţime de bază $D \neq \varnothing$ şi o funcţie *e* astfel încât:

1. Domeniul lui *e* este Π (mulţimea tipurilor);
2. $e(p)=\{0,1\}$;
3. $e(i)=D$;
4. Dacă $t=<t_1,t_2,...,t_n>\in\Pi$, atunci:

$$e(t)=P(e(t_1)Xe(t_2)X...Xe(t_n)).$$

adică mulţimea părţilor produsului cartezian al lui $e(t_1)$, $e(t_2)$,...şi $e(t_n)$.

Definiţia 2 – $K=\cup\{x;\ \textit{există}\quad t\in\Pi,\quad \textit{astfel încât}\ x=e(t)\}$.

Definiţia 3 – O interpretare a lui *T* în *e* este o funcţie i_e satisfăcând următoarele condiţii:

1. Fiecărei constante *c* de tip *t*, i_e îi asociază un element $i_e(c)$ aparţinând lui $e(t)$;
2. Fiecărui simbol al funcţiei de aritate *n*, i_e îi asociază o funcţie $i_e(f)$ a lui D^n în *D*;
3. Unui operator ce formează termeni prin legarea unor variabile *v*, de aritate *n* şi a tipurilor t_1, t_2,..., t_n, i_e le asociază o funcţie $i_e(v;\ t_1,\ t_2...,\ t_n)$ a lui $P(e(t_1Xe(t_2X...Xe(tn))$ în $e(<t_1,t_2,t_n>)$.

Definiţia 4 – limbajul diagramă a lui *T* referitor la interpretarea i_e, $L(T,\ i_e)$ este limbajul ce rezultă din *T* prin adăugarea unei noi familii de simboluri compusă dintr-o constantă (un nume) pentru fiecare element al lui *K* astfel încât elementele lui *K* să aibă nume distincte şi reciproc. Numele lui $a\in K$ va fi indicat prin $\bar{a}$.

Prin inducţie simultană se definesc conceptele de denotare a unui termen închis şi de valoare a unui enunţ al lui $L(T,\ i_e)$; i_L va reprezenta extensiunea naturală a lui i_e la $L(T,\ i_e)$.

Definiţia 5

1. Fie x o constantă a lui T sau un nume, dar de tip diferit a lui p; atunci denotaţia lui x, $d(X)$ este $i_e(X)$ dacă x aparţine lui T şi $i_e(X) = a$ dacă X este un nume al lui $\bar{a}$.

2. Dacă X este o constantă a lui T de tip p, valoarea sa, $V(X)$, este $i_e(X)$; dacă X este $\bar{0}$ sau $\bar{1}$, atunci $V(X)$ este, respectiv, 0 sau 1.

3. Dacă X este un enunţ atomic $Px_1, x_2,\ldots x_n$, atunci $V(X) = 1$ dacă $< i_L(x_1), i_L(x_2),\ldots, i_L(x_n) > \in i_L(P)$; în caz contrar $V(X) = 0$.

4. Dacă X este un termen închis compus din operatorul F de aritate n şi din termenii închişi $x_1, x_2,\ldots, x_n$, cu restricţiile adecvate pentru tipuri, atunci:

$$d(X) = d(Fx_1x_2\ldots x_n) = i_L(F)(i_L(x_1), i_L(x_2)\ldots, i_L(x_n)).$$

5. Dacă X este un enunţ de forma $\forall y A(y)$, atunci $V(x) = 1$ şi $V(A(\bar{a})) = 1$ pentru orice $a \in e(t)$ unde t este tipul lui y; în caz contrar, $V(x) = 1$; dacă X este $\exists y A(y)$, se procedează ca de obicei.

6. Dacă X este una din formele $X_1 \rightarrow X_2$, $X_1 \wedge X_2$, $X_1 \vee X_2$ sau $\neg X_1$, iar X_1 şi X_2 sunt enunţuri, se defineşte $V(X)$ în mod obişnuit.

7. Dacă v este un operator ce formează termeni prin legarea unor variabile de aritate n şi dacă $F\ x_1, x_2,\ldots, x_n$ este o formulă ce nu conţine alte variabile libere decât x_1 de tip t_1, x_2 de tip t_2 … şi x_n de tip t_n, atunci:

$$d(vx_1x_2\ldots x_nF(x_1, x_2\ldots x_n)) =$$
$$= i_e(v; t_1, t_2,\ldots, t_n)\{< a_1, a_2,\ldots, a_n >: V(F(\bar{a}_1, \bar{a}_2,\ldots, \bar{a}_n)) = 1\}$$

8. Denotatul unui termen închis şi valoarea unui enunţ al lui $L(T, i_e)$ sunt date prin aplicarea clauzelor precedente.

Pentru un termen închis a lui T, denotatul său conform interpretării i_e este definit; în mod analog, valoarea – 1 (adevărat) sau 0 (fals) – a oricărui enunţ al lui T este determinată conform definiţiei de mai sus.

Conceptele de satisfacere a unei formule, de validitate a unei formule sau de denotat al unui termen pot fi definite conform lui i_e pentru anumite valori ale variabilelor lor libere, ca de obicei. Am fi putut utiliza, de

asemenea, noţiunile de satisfacere a unei formule sau de denotat al unui termen pentru o secvenţă de elemente ale lui *K* în calitate de concepte de bază, renunţând astfel la utilizarea limbajului diagramă[129].

Desigur, conceptualizările adevărului unui enunţ şi a denotatului unui termen închis a lui *T* sunt formal corecte. Condiţia de adecvare materială este, de asemenea, satisfăcută: într-adevăr, pornind de la definiţia prezentată se poate demonstra că, pentru un enunţ oarecare *X* al lui *T* al cărui nume este *Y*, avem (i_e fiind fixat):

Y este adevărat dacă şi numai dacă *X*.

O ultimă observaţie: semantica calculului predicatelor de ordinul întâi se construieşte în mod similar, folosind noţiuni din teoria mulţimilor[130]; de altfel, din această cauză, este suficient ca *T* să fie restrâns la partea sa de ordinul întâi în observaţiile precedente. Astfel, semantica calculului de ordinul întâi necesită folosirea unor noţiuni referitoare la teoria mulţimilor, iar acest fapt coroborează teza noastră conform căreia distincţia dintre logica elemen-tară şi logica de ordin superior este artificială, contrar afirmaţiilor lui Quine.

X. Teorema de incompletitudine

Ne-am referit deja, chiar dacă superficial, la ceea ce se înţelege prin formalizarea unei teorii *T*: aceasta constă în a construi un sistem formal (sau formalism) care să-l reflecte pe *T*. Trebuie alese mai întâi simbolurile primitive şi regulile de formare ce determină expresiile bine formate. În al doilea rând, se aleg axiomele şi regulile de deducţie (sau de derivare) ce servesc la definirea noţiunii de teoremă a teoriei după ce, în prealabil, s-a fixat noţiunea de demonstraţie (în *T*).

Se desemnează, respectiv, prin S_T, F_T, A_T şi T_T mulţimile de simboluri primitive, de formule, de axiome şi de teoreme ale lui *T*. Aceste mulţimi trebuie să satisfacă, în mod normal, câteva condiţii bine cunoscute. Se formalizează o teorie *T* după ce a fost atins idealul de rigoare obţinut treptat începând din a doua jumătate a secolului al XIX-lea. Astfel, o anumită teorie este construită riguros dacă rezultă din axiomele admise, exclusiv prin utilizarea regulilor de deducţie; în aceasta constă esenţa rigorii în disciplinele formale (clasice). Un alt motiv pentru a-l formaliza pe *T* este

[129] Se vor consulta lucrările lui Tarski deja citate şi *Philosophie de la logique* a lui Quine, precum şi J.R. Schoenfield, *Mathematical Logic*, Addison – Wesley, 1967.
[130] Cf. Quine, op. cit.

acela că se doreşte studierea, cu cea mai mare claritate posibilă, a proprietăţilor metateoretice ale teoriei, ca de exemplu, consistenţa sa ori completitudinea sintactică (dintre două formule închise A şi $\neg A$, una este o teoremă). Or, dacă mulţimile S_T, F_T, A_T şi T_T sunt arbitrare, obiectivele precedente nu pot fi atinse. Astfel, de exemplu, dacă S_T nu este decidabil, adică dacă nu avem o metodă intuitivă şi mecanică pentru a şti dacă un simbol aparţine sau nu lui S_T, totul se complică şi ne putem îndoi de importanţa formalizării în privinţa obiectivelor fundamentale pe care le vizează. În mod analog, mulţimea axiomelor trebuie să fie decidabilă şi, dată fiind o secvenţă finită oarecare de formule – presupusă a fi o demonstraţie – trebuie să se poată decide dacă ea constituie sau nu o demonstraţie. Acest ultim fapt înseamnă că T_T nu este arbitrar, ci supus anumitor restricţii. Este, de asemenea, necesar ca regulile de formare şi de deducţie să fie *constructive*.

Din motive binecunoscute[131], se poate spune, tehnic vorbind, că S_T, F_T, A_T şi T_T sunt mulţimi succesive şi că T_T este recursiv numerabilă.

Este evident că pentru cercetările pur teoretice, în general, multe dintre aceste restricţii, dacă nu chiar toate, pot fi anulate: aceasta duce la studii foarte fecunde: logici infinitare, sisteme cu reguli non constructive şi formalisme în care noţiunea de formulă nu este recursivă. Ele sunt, totuşi, indispensabile dacă formalizarea este concepută din punct de vedere al fundamentului teoriilor logico-matematice esenţiale şi ca instrument pentru a dovedi proprietăţile metateoretice elementare referitoare la aceste teorii, ca de exemplu că o anumită secvenţă de formule este cu adevărat o demonstraţie sau că o aranjare simbolică este într-adevăr o formulă. Astfel, de exemplu, un formalism unde mulţimea demonstraţiilor nu este decidabilă prezintă, poate, un mare interes matematic, dar nu va fi niciodată acceptabil ca tehnică de fundare ultimă a unei teorii. În fond, el nu va fi lipsit de structură matematică, de tipul celei a aritmeticii sau a geometriei obişnuite şi, pentru a-l studia, nimic nu ne-ar împiedica să-l codificăm într-o anumită teorie a mulţimilor (sau într-o altă teorie suficient de puternică), în loc să-l tratăm direct. O astfel de codificare nu ar avea totuşi valoarea unui instrument de fundare ultimă pentru nici o teorie.

Dat fiind obiectivul expunerii noastre, va fi deci suficient, cu excepţia unei menţiuni explicite a contrariului, să avem în vedere formalisme ce satisfac condiţiile discutate. Se înţelege, de asemenea, importanţa principiului constructiv al raţiunii (capitolul 1, §8), fără de care nu ar exista nici un mijloc de a înlătura îndoielile fundamentale legate de fundamentele

[131] Vezi, de exemplu, S.C. Kleene, *Introduction to Mathematics*, Van Nostrand, New York, 1952.

teoriilor deductive și nu am dispune de instrumentele necesare elaborării formalismelor. Însăși existența logicii și a matematicii presupune o anumită doză de gândire intuitivă și constructivă.

Teoremele de incompletitudine sunt rezultate metateoretice menite să arate că formalismele sunt lipsite de anumite proprietăți a căror semnificație ar fi de cea mai mare importanță în cazul în care le-ar avea, sau să scoată în evidență imposibilitatea de a dovedi unele din aceste proprietăți cu ajutorul anumitor procese fixate. Dintr-un punct de vedere naiv, ar părea natural ca astfel de proprietăți să fie valide pentru anumite formalisme și ca dovezile corespunzătoare să nu pună în joc metode foarte puternice. Aceste proprietăți sunt, în special, completitudinea simplă, completitudinea semantică, decidabilitatea, consistența și posibilitatea de a defini noțiuni determinate.

Cele mai celebre teoreme de incompletitudine sunt cele ale lui Gödel publicate în 1931[132]. Deoarece există numeroase texte care expun excelent aceste teoreme și deoarece ele fac deja parte din programele uzuale de logică, este inutil să tratăm aici în detaliu aceste teoreme[133]. Vom spune doar un minimum necesar în raport cu obiectivele noastre, completând cele spuse în secțiunea 3 din capitolul 1.

În conformitate cu versiunea lui Rosser, prima teoremă a lui Gödel afirmă că orice sistem formal al aritmeticii clasice A este incomplet dacă este consistent; adică, există formule ale lui A care nu constituie nici ele însele, nici negațiile lor, teoreme ale lui A.

Faptul că A este consistent poate fi *exprimat* printr-un enunț al lui A însuși (cu condiția ca acest sistem să fie suficient de bogat, adică să conțină aritmetica elementară clasică). Cea de a doua teoremă a lui Gödel, corolar al celei dintâi, ne spune că dacă A este consistent, un anumit enunț exprimând consistența sa nu este demonstrabil în A. Acest enunț poate fi demonstrat numai în sisteme mai puternice decât A. Astfel, nu se poate dovedi consistența lui A decât grație unor instrumente inexprimabile în A, adică grație unor formalisme care sunt, într-un anumit sens, mai tari decât A. Rezultă că o dovadă de consistență a lui A are un impact redus, căci idealul ar fi ca o parte restrânsă a lui A (de preferință simplă și constructivă) să fie suficientă pentru a-i garanta consistența (conform visului lui Hilbert și al formaliștilor înaintea descoperirii lui Gödel).

---

[132] K. Gödel, «Uber unentscheidbare Sätze der *Principia Mathematica* und verwandter Systeme I». *Monatschefte für Mathematik und Physik*, 38 (1931), 173–198.

[133] Vezi de exemplu R. M. Smullyan, *Le théorème de l'incomplétude de Gödel*, Masson, Paris, 1993.

Rezultatele lui Gödel pot fi generalizate în mai multe feluri. Ele se aplică în special sistemelor formale care «conţin» într-un anumit mod aritmetica elementară (clasică). Ele au fost, de asemenea, extinse la numeroase sisteme de logică heterodoxă. De altfel, prima teoremă a lui Gödel a fost generalizată de Kleene[134] în aşa fel încât să se aplice la aproape orice fel de formalism. Rezultatul lui Kleene semnifică, în esenţă, că nu există formalism fiabil şi complet pentru un predicat aritmetic determinat, pe care îl vom desemna prin $K(x)$; cu alte cuvinte, nu există nici un formalism F, astfel încât:

1. În F să existe o formulă $A(x)$ şi constante (sau termeni) $c_0, c_1, c_2, \ldots$, astfel încât $A(c_i)$ să fie o formulă pentru fiecare $i = 0, 1, 2, \ldots$;
2. Pentru fiecare *întreg* natural n, $A(c_n)$ este o teoremă a lui F dacă şi numai dacă $K(n)$.

Se verifică, totuşi, că până şi un predicat simplu, în sensul că poate fi exprimat în limbajul aritmeticii elementare, nu este susceptibil de «formalizare». Teorema lui Kleene este atât de generală încât se aplică aproape oricărui sistem logic, clasic sau nu, a cărui formalizare este *standard*.

Am tratat deja problema completitudinii semantice a calculului predicatelor de ordinul întâi atunci când am vorbit despre logica elementară. Cu toate acestea, calculul predicatelor de ordin superior (clasic), chiar al celor de ordin secund, nu este complet din punct de vedere semantic – ceea ce se deduce fără dificultate din prima teoremă a incompletitudinii a lui Gödel. Deci, aceasta constituie o altă limitare a metodei axiomatice, cum am observat deja.

Un alt rezultat al incompletitudinii ne este oferit de teorema lui Church, care afirmă că orice formalism corespunzător aritmeticii elementare clasice (suficient de tare) este indecidabil dacă este consistent, altfel spus că nu există un proces mecanic de decizie care să ne permită să verificăm dacă o formulă oarecare este sau nu o teoremă. De altfel, Church a dovedit că şi calculul predicatelor clasic de prim ordin, cu sau fără egalitate, este indecidabil.

În sfârşit, să reamintim şi o altă teoremă a incompletitudinii la care ne-am referit deja. Este vorba de teorema lui Tarski despre conceptul de adevăr. Dacă avem un formalism clasic suficient de tare, F conţinând aritmetica elementară, diverse noţiuni metateoretice pot fi «internalizate» în F; este cazul conceptelor de formulă, demonstraţie şi teoremă a lui F, care sunt «formulabile» în F. Dar Tarski a arătat că acesta nu este şi cazul

[134] S. Kleene, op. cit., p. 302 şi următoarea.

conceptului de *enunţ adevărat*: dacă presupunem *F* consistent, nu există nici o formulă care să exprime noţiunea de enunţ adevărat a lui *F* (conform unei interpretări determinate) în chiar sistemul *F*. Şi la fel se întâmplă cu alte concepte semantice, cum ar fi acela de *satisfacere*.

Teoremele lui Church şi Tarski se extind la diferite sisteme heterodoxe de logică, elementare sau nu.

Teoremele incompletitudinii depind de anumite condiţii: în primul rând, ele se aplică la sistemele formale *standard*; în al doilea rând, pentru multe dintre ele este necesar ca teoria formalizată să fie suficient de tare – este cazul celei de a doua teoreme a lui Gödel, al teoremei lui Church privind aritmetica şi al teoremei lui Tarski; în al treilea rând, demonstraţiile lor presupun teoria uzuală a funcţiilor recursive, considerată din punct de vedere informal şi intuitiv (în majoritatea cazurilor, o teorie constructivă a acestor funcţii şi a conceptelor sintactice puse în joc); în al patrulea rând, atunci când este vorba de calculabilitate, proces de decizie, metodă efectivă etc., teza lui Church–Turing este, de obicei, implicită[135] (cu toate acestea, este evident că eliminarea acestei teze este nemijlocită: este suficient să enunţăm rezultatele în termeni de recursivitate); în cele din urmă, se observă că dacă în metateorie se utilizează numai instrumente aritmetice mai slabe decât instrumentele obişnuite sau decât anumite aritmetici heterodoxe (ca de exemplu aritmetica relevanţei), aceste teoreme nu sunt neapărat valabile[136].

Teoremele incompletitudinii au o semnificaţie importantă întrucât impun restricţii sistemelor formale şi, în general, metodei axiomatice. În mod deosebit teoremele lui Gödel se află la originea potopului de rezultate ale limitărilor cunoscute astăzi. Semnificaţia rezultatelor incompletitudinii are două aspecte: unul teoretic, la care vom face o scurtă aluzie, celălalt, ştiinţific, pe care îl vom trata doar în funcţie de preocupările noastre prezente[137].

Din punct de vedere istoric, teoremele lui Gödel constituie o etapă marcantă în evoluţia matematicii şi a logicii. În opoziţie cu ceea ce se credea, conştient sau inconştient, matematica nu poate fi formalizată complet, cum dorea Hilbert, de exemplu; aceasta înseamnă că metoda axiomatică – esenţială

---

[135] Cf. S. Kleene, op. cit.

[136] R.K Meyer şi R. Sylvan au tratat, respectiv, despre aritmetica relevanţei şi despre aritmetica paraconsistentă. În aritmetica relevanţei, formulată convenabil, poate fi demonstrată propria sa nontrivialitate, dar ea este incompletă (rezultat datorat lui R.K. Meyer). Conform unei observaţii a lui Sylvan, nu există motive *a priori* pentru a presupune că teoremele lui Gödel se aplică la aritmetica paraconsistentă; mai mult, în anumite sisteme paraconsistente pe care le-am dezvoltat, este posibil să se construiască aritmetici formale pentru care sunt valabile rezultatele lui Meyer, dar care sunt inconsistente.

[137] A se compara cu conţinutul lui IV, §3, capitolul 1.

pentru logică şi matematică – nu este suficientă pentru a servi drept bază ştiinţelor formale. Această descoperire a fost ca un şoc şi a schimbat complet perspectiva înrădăcinată a logicienilor şi a matematicienilor. Celelalte rezultate ale incompletitudinii nu au făcut decât să confirme şi să coroboreze lucrările lui Gödel. Fără nici o îndoială, acestea din urmă pot fi considerate drept cea mai mare realizare de până astăzi în domeniul logicii şi al fundamentelor matematicii, aşa cum am arătat în capitolul 1.

Filosofii au scris mult despre teoremele incompletitudinii, mai ales despre cele ale lui Gödel. De exemplu, unii încearcă să demonstreze, pe baza rezultatelor lui Gödel, existenţa unor judecăţi sintetice *a priori* pentru a justifica o concepţie kantiană a matematicii. Credem că majoritatea pretinselor consecinţe filosofice nu pot fi deduse din rezultatele lui Gödel, cel puţin din punct de vedere al unei filosofii ştiinţifice[138].

Credem că, în opoziţie cu fraza lui Bourbaki[139] atât de des citată, cine spune matematică nu spune numai demonstraţie. Matematicianul şi logicianul fac mult mai mult decât să demonstreze. Căutarea unor noi principii, motivarea unor idei recent descoperite, tentativele de a depăşi dificultăţi de natură conceptuală, căutarea obiectivităţii ce zace în umbra teoriilor deductive, în sfârşit, însăşi evoluţia logicii şi a matematicii nu se reduc nici la noţiunea de demonstraţie, nici la cea de axiomatizare. Am făcut deja aluzie (capitolul 1, §5) la factorii pragmatici cu numeroase faţete, subiacenţi evoluţiei disciplinelor formale. Să insistăm, repetând cele spuse deja, asupra faptului că ştiinţele formale au o dimensiune pragmatică. Luate în globalitatea lor, logica şi matematica sunt *generate* de principiile pragmatice ale raţiunii. În fiecare caz specific, atunci când există o îndoială cu privire la legitimitatea unui principiu sau a unei concepţii, ultimul cuvânt îl au factorii pragmatici (adică anumite aspecte sintactice şi semantice, anumite condiţii referitoare la evidenţă şi la intuiţie etc.). De altfel, deşi nu îl reproducem aici, este bine să citim articolul lui Zermelo[140] în care autorul apără axioma alegerii împotriva criticilor ce i-au fost aduse şi caută să o prezinte ca pe principiu matematic valid: argumentele sunt tipic pragmatice. Iar acelaşi lucru se produce de fiecare dată când ne îndepărtăm implicit sau explicit de normele acceptate. Să reamintim, de pildă, discuţiile cu privire la axioma infinitului, teoriile axiomatice ale mulţimilor şi logicile heterodoxe nu s-a recurs niciodată la un singur tip de argumente, ci la o gamă vastă de motive pragmatice de diferite ordine.

---

[138] Comentarii interesante se găsesc în articolul lui J.-Y. Girard, «Le théorème d'incomplétude de Gödel», în *Cinq conférences sur l'indéciadabilité*. Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1982, pp. 25–47.

[139] Bourbaki, *Théorie des ensembles*, p. 1.

[140] E. Zermelo, «A new proof of the possibility of well ordering», în Heijenoort, op. cit., pp. 183–198.

Teoremele incompletitudinii confirmă şi dezvăluie dimensiunea pragmatică a ştiinţelor deductive. Totul ar fi diferit dacă ar exista un sistem formal complet şi consistent (şi eventual decidabil) pentru matematică, inclusiv pentru logică.

Constatăm astfel pertinenţa principiilor pragmatice ale raţiunii; ele indică domeniul raţionalităţii, arătând că disciplinele deductive au o dimensiune pragmatică şi dezvăluind cu claritate posibilitatea unei dialectizări a oricărei norme raţionale, chiar şi a legii noncontradicţiei, cea mai absolută în aparenţă. Deci, putem trage concluzia că distincţia dintre ştiinţele formale şi ştiinţele realului nu este o diferenţă de natură, ci doar una de grad.

XI. Platonismul

În paginile precedente am insistat asupra faptului că logica şi matematica actuale nu ne impun, în mod definitiv, nici o poziţie metafizică. În special, în secţiunea privind conceptul de adevăr (§9 din acest capitol) am încercat să scoatem în evidenţă că o concepţie semantică a adevărului nu ne obligă nicidecum să acceptăm realismul. Cu toate acestea, în secţiunea de faţă vom apăra poziţia realistă în domeniul ştiinţelor formale. Nu credem că argumentele noastre sunt definitive şi inatacabile, şi aceasta din trei motive:

1. Există anumite doctrine pozitiviste, ca aceea a lui Carnap[141], care oferă aparent soluţii mai economice şi care trebuie judicios criticate şi combătute înainte de a fi respinse.
2. Ficţionalismul apare ca o doctrină greu de respins şi ar putea fi eventual reconstituit astfel încât să dea seama de caracteristicile actuale ale logicii şi ale matematicii[142].
3. Meinong propune o teorie a obiectelor[143] care se opune teoriilor uzuale şi care ar permite depăşirea vechilor dificultăţi referitoare la entităţile abstracte precum şi fundarea matematicii fără a fi necesar să se recurgă la realismul platonic al cărui adversar serios este.

---

[141] R. Carnap, «Empiricism, semantics and ontology», *Revue Internationale de Philosophie*, II (11950), 20–40 (reprodus în culegerea lui Linsky).

[142] O critică interesantă a funcţionalismului se găseşte în lucrarea lui H. Putnam, *Philosophy of Logic*, Harper, New York, 1971.

[143] Vezi R. Routley şi V. Routley, «Rehabiliting Meinong's theory of object, *Revue Internationale de Philosophie*, 27 (1973), 224–254 şi culegerea *Theory of objects: Meinong and Twardowski*, editată de J. Pasniczek, Wydawnictwo Uniwersytetu Marii Curie – Sklodowskiej, Lublin, 1992.

Nu vom face însă aici o analiză critică a ideilor lui Carnap şi ale adepţilor săi, a ficţionalismului şi a teoriei lui Meinong. Subiectul fiind foarte controversat, preferăm să prezentăm numai argumentele noastre în favoarea realismului; dacă sunt acceptabile, ele vor face ca realismul să fie plauzibil şi, în consecinţă, celelalte poziţii se vor dovedi îndoielnice. Poate că teoria lui Meinong nu va fi afectată de această obiecţie; cu toate acestea, dacă am dori cu adevărat să o apărăm, ar trebui să o reformulăm folosind un sistem de logică paraconsistentă[144], căci unele dintre aceste principii generează contradicţii.

Argumentele pe care le vom prezenta sunt, în fond, de natură pragmatică: ele se referă mai mult la motivaţii pragmatice decât la principii de raţionament valide din punct de vedere logic (cf. dovezilor elantice ale lui Aristotel privind principiul noncontradicţiei, § 4 din acest capitol). De altfel, ne pare evident că din punct de vedere al filosofiei ştiinţifice apărarea tezelor ontologice nu se poate efectua decât în mod pragmatic.

În ştiinţele formale se vorbeşte despre anumite obiecte, numite în mod curent *entităţi abstracte*[145]. În anumite cazuri, când vorbim în aparenţă de entităţi abstracte, referinţa la aceste entităţi poate fi eliminată cu ajutorul unor parafraze; astfel, când spunem că mulţimea oamenilor este inclusă în mulţimea muritorilor, aceasta nu ne periclitează deloc cu o ontologie ce presupune mulţimile, deoarece aceasta înseamnă doar a afirma că dat fiind un individ oarecare, dacă el este om, atunci el este muritor. Iar această ultimă afirmaţie nu implică nici existenţa unor mulţimi, nici a altor entităţi abstracte. Quine a insistat în repetate rânduri asupra faptului că angajările noastre ontologice sunt legate de modul în care folosim variabilele legate. Când afirmăm «există numere prime superioare lui 10^{10}», aceasta ne angajează faţă de existenţa numerelor. A nega acest lucru ar fi necinstit. Pe lângă aceasta, se ştie că reconstrucţia nominalistă a matematicii clasice nu a fost concretizată până în prezent şi, aşa cum totul o indică, pare a fi ceva imposibil. Chiar şi la nivel sintactic, noţiuni simple ca acelea de simbol şi de formulă angajează clase şi relaţii întrucât pun în joc idealizări (un simbol este, în esenţă, o clasă de inscripţii echiforme, cum a spus Łukasiewicz; există o infinitate potenţială de formule etc.). Nu vom insista asupra acestui

[144] Vezi tentativa lui N.C.A. da Costa, F.A. Doria şi N. Papavero, «Meinong's theory of objects and Hilbert's [trebuie pus epsilon] symbol», *Report son Mathematical Logic*, 25 (1991), 119–132.

[145] Expresia «entitate abstractă» este nefericită; a se consulta D.M. Amstrong, «Towards a theory of properties; work in progress of the problem of universals», *Australasian Journal of Philosophy*, 52 (1974), 191–201. Vezi de asemenea J.J.C. Smart, *Abstract entities*, Australian National University.

aspect, căci el ne pare flagrant. Putem deci rezuma punctul nostru de vedere în felul următor: în dezvoltarea lor actuală, ştiinţele formale ne duc spre o ontologie care înglobează entităţile abstracte[146]. Sau: nu există reconstruire nominalistă a logicii şi a matematicii; orice tentativă de eliminare a unor astfel de entităţi duce la mutilări profunde ale ştiinţelor formale.

De altfel, filosofia intuiţionistă însăşi, care nu este chiar atât de radicală, nu mai permite deja reconstruirea matematicii tradiţionale în totalitatea ei. Ar fi de dorit să se efectueze o analiză a presupoziţiilor ontologice ale curentului brouwerian care apare ca un fel de conceptualism. Totuşi, având în vedere că apărăm o poziţie realistă în matematică, în general, faptul că matematica intuiţionistă înglobează sau nu o anumită doză de idealizare şi, în consecinţă, un anumit realism, nu are o importanţă fundamentală pentru preocupările noastre actuale. Ceea ce ne interesează este doar de a arăta că în ştiinţele formale, considerate global, suntem constrânşi la realism.

Vom studia, pentru început, mai detaliat argumentele în favoarea realismului în câmpul disciplinelor formale. Vom evoca doar trei dintre ele:

1. Atunci când face matematică, matematicianul are în mod cert o intuiţie (natura ei va fi evocată ceva mai departe) a unei anumite ordini existente între obiectele studiate. Produsele intuiţiei sunt codificate prin definiţii sau sisteme de axiome. În general, avem senzaţia de-a fi descoperit ceva; mai mult: dacă se consideră că s-a creat în mod arbitrar un obiect, să zicem printr-un sistem de axiome, un astfel de obiect posedă o structură proprie pe care nu o putem modifica după dorinţă. Pare deci rezonabilă admiterea unui domeniu al existenţei dincolo de axiome şi de elaborarea lingvistică.

2. În matematica tradiţională se cuantifică, implicit sau explicit, variabile al căror domeniu conţine entităţi abstracte ca numerele şi mulţimile. Nu se cunoaşte nici un mod de a elimina acest procedeu lăsând intactă ştiinţa în discuţie. Nu există deci altă posibilitate decât de a admite existenţa unor astfel de entităţi. Ne-am putea totuşi gândi să apărăm aici o poziţie ficţionalistă: totul s-ar petrece *ca şi cum* ar exista entităţi abstracte, iar noi nu ne-am compromite deloc cu ele. Dificultatea în ceea ce priveşte poziţia ficţionalistă

---

[146] Cu privire la entităţile abstracte în ştiinţele formale şi în ştiinţele realului, semnalăm următoarele lucrări: Putnam, op. cit.; Smart, articolul citat şi lucrările indicate în bibliografia sa, în special acelea ale lui Quine; G. Kreisel, «Informal rigour and completeness proofs», în *Problems in the Philosophy of Mathematics*, editat de I. Lakatos, North – Holland, Amsterdam, 1967, pp. 138–157.

rezidă, totuşi, în faptul că orice argument ce tinde să justifice o poziţie a lui *ca şi cum* constituie, în fond, un argument în favoarea existenţei pur şi simplu a entităţilor abstracte[147]; este, prin urmare, mai natural să le acceptăm decât să elaborăm o teorie complexă a lui *ca şi cum*.

3. Obiectele matematice nu sunt arbitrare. Dimpotrivă, ele opun o oarecare rezistenţă tentativelor de modificare arbitrară. Acest fapt, observat de multă vreme de filosofi, contribuie la a confirma *obiectivitatea* teoriilor logico-matematice. Iar această obiectivitate pare explicabilă şi justificabilă numai dacă admitem realismul. Dacă jocul matematic nu s-ar baza pe o sferă subiacentă, el ar fi un vis pe care doar magia l-ar împiedica să se transforme într-un coşmar.

Dar dacă argumentele precedente sunt convingătoare şi dacă există într-adevăr entităţi abstracte în matematică (şi în logică), apare următoarea problemă epistemologică crucială: cum le cunoaştem?

Am vorbit deja despre intuiţia în ştiinţele formale şi vom reveni asupra acestui subiect în ultimul capitol. Pentru moment trebuie să vorbim despre intuiţia în logică şi în matematică, pentru că dacă există o cunoaştere a entităţilor abstracte, ea nu se poate efectua decât cu ajutorul unei anumite intuiţii; sau cel puţin intuiţia pare necesară pentru a ne permite să luăm contact cu aceste entităţi. În caz contrar, cum am putea să le *vedem* şi să le cunoaştem? Este evident faptul că nu este vorba aici de o intuiţie sensibilă sau mistică, ci de o intuiţie pură, intelectuală şi raţională. După cum se ştie, filosofii deosebesc două tipuri de intuiţie raţională (sau intelectuală): intuiţia materială şi intuiţia formală. Prima ne-ar pune direct în contact cu obiectele intuiţionate, pe când cea de a doua nu ne-ar permite decât să surprindem relaţii (şi proprietăţi).

După Gödel există, aparent, o intuiţie materială; el spune, de exemplu, că axiomele teoriei mulţimilor «ni se impun ca fiind adevărate»,. Adăugând că nu există «nici un motiv care să ne facă să avem mai puţină încredere în acest fel de percepţie...decât în percepţia sensibilă.»[148] Mulţi alţi filosofi şi logicieni gândesc la fel, de exemplu Kreisel[149]. Însă problema constă în faptul că existenţa intuiţiei materiale nu este uşor de justificat fiind pusă la îndoială de majoritatea filosofilor, în special de Kant. A admite acest

---

[147] H. Putnam, op. cit., capitolul VIII.

[148] K. Gödel, «What is Cantor's continuum problem?», *American Math. Monthly*, 54 (1947), 515–525.

[149] G. Kreisel, op. cit.

lucru în stadiul actual de dezvoltare a ştiinţelor formale ar însemna a specula, în sensul în care nici un argument pozitiv nu susţine această ipoteză. Este de ajuns să reflectăm asupra problemei următoare pentru a percepe dificultăţile foarte mari referitoare la acest gen de ipoteze: ce înseamnă în realitate mulţimea vidă? În zadar reflectăm, nu găsim nici un răspuns raţional şi ştiinţific la această întrebare. Nimeni nu are o cunoaştere directă, o intuiţie materială a mulţimii vide, nici a unei alte entităţi abstracte izolate.

Pe de altă parte, avem impresia unei anumite cunoaşteri directe a mulţimii vide. Cum să explicăm acest lucru? Credem că singurul răspuns acceptabil este următorul: există incontestabil o intuiţie intelectuală formală; prin intermediul ei vedem că dacă un sistem de obiecte posedă anumite proprietăţi determinate şi menţine anumite relaţii cu alte obiecte, el posedă alte proprietăţi interesante. Axiomatizarea permite fundarea intuiţiei furnizând elemente gândirii discursive, adică în vederea aplicării normelor logice. De exemplu, în ceea ce priveşte teoria *ZF*, avem intuiţia modelului subiacent, ierarhia cumulativă a mulţimilor, dar această intuiţie este formală: avem intuiţia structurii, dar nu a conţinutului ei, materia primă a ierarhiei. Astfel credem că ceea ce este important în cazul teoriei *ZF* nu este intuiţia (formală sau materială) a obiectelor acestei teorii, cum crede Kreisel, ci intuiţia formală a ierarhiei mulţimilor în codificarea sa axiomatică. La originea sistemului nu se află numai o intuiţie, ci o combinaţie între intuiţia formală şi limbaj (acesta din urmă jucând un rol capital în caracterizarea axiomelor). La nivel abstract, logica şi matematica se nasc dintr-o interacţiune între intuiţia formală şi limbaj (axiomatizat). La acest nivel, intuiţia sensibilă, diferitele ştiinţe particulare, au înainte de toate o valoare genetică şi euristică, furnizând intuiţiei formale şi axiomatizării elementele necesare pentru construirea disciplinelor logic formale. Cum edificiul astfel construit este solid (exceptând anumite dificultăţi ce apar, ca în orice ştiinţă), aceasta înseamnă că în spatele edificiului se află un suport: lumea entităţilor abstracte de care nu avem cunoştinţă decât în mod indirect (acelaşi lucru se întâmplă în fizică: nu cunoaştem particulele elementare decât în mod indirect).

În virtutea celor de mai sus, pot fi înţelese acum mai bine afirmaţiile noastre privind incompletitudinea logicii clasice de ordin superior (în special cele din secţiunea 2 a acestui capitol); pot fi înţelese mai ales motivele criticii noastre la adresa poziţiei lui Kreisel şi a altor autori cu privire la independenţa ipotezei continuului (§ 3 din acest capitol). În rezumat: rezultatele independenţei în teoria mulţimilor arată că intuiţia noastră a ierarhiei mulţimilor nu este nici completă, nici materială, precum şi faptul că intuiţia şi metoda axiomatică se susţin reciproc.

Dacă adoptăm o poziţie realistă la nivelul disciplinelor deductive, existenţa mai multor tipuri de realism generează întrebarea: ce tip de realism se adaptează cel mai bine unor astfel de discipline? Credem că, în ceea ce priveşte fizica, concepţia lui Quine pare rezonabilă[150]; în general, poate că o formă de realism aristotelic este suficientă. Cu toate acestea, în domeniul ştiinţelor deductive lucrurile stau altfel. De fapt, aşa cum am constata deja, există diferite sisteme logice incompatibile între ele. Deşi aplicarea acestor sisteme la contextele ştiinţifice este relativ arbitrară, nu se poate nega că în numeroase ocazii necesităţile ştiinţelor particulare şi experienţa determină sistemul ce trebuie utilizat. De exemplu, când se studiază obiectele macroscopice uzuale şi proprietăţile lor, negaţia corespunzătoare trebuie să satisfacă legile clasice uzule, ca principiul noncontradicţiei, al terţului exclus şi al dublei negaţii. Astfel, din moment ce există o infinitate de sisteme logic posibile şi numai unele dintre ele se aplică la contextele raţionale, şi din moment ce pentru fiecare dintre ele există o anumită realitate subiacentă corelativă, concluzia ce se impune este că realismul adecvat ştiinţelor deductive este platonismul. Este vorba, evident, de un platonism diferit de platonismul tradiţional. Pot exista acolo Forme sau Idei la care nu participă nici un obiect real. Din punct de vedere al filosofiei pozitive, nu se pot spune prea multe lucruri în plus despre acest fel de platonism; vom adăuga doar că el rezultă din situaţia actuală a disciplinelor formale[151].

Observaţia 1

Cum am menţionat deja, o altă posibilitate de interpretare a teoriilor logico-matematice este teoria lui Meinong. Meinong susţine că depăşeşte, graţie teoriei sale a obiectelor, realismul, conceptualismul şi nominalismul. Trebuie să notăm că Meinong nu propune o formă de platonism, cum cred mulţi filosofi. Ceea ce încearcă el să facă este să construiască o teorie capabilă, între altele, să ofere o interpretare convenabilă a matematicii, fără a recurge la platonism. Deşi concepţia lui Meinong este importantă şi merită mai multă consideraţie în mediile filosofice, ea este încă prea puţin dezvoltată pentru a putea fi utilizată în analiza ontologică a disciplinelor logico-matematice[152].

Observaţia 2

Una din obiecţiile curente la teoria lui Meinong este că ea admite «obiecte contradictorii» cum este cercul pătrar sau obiecte inexistente, ca Pegas. Această obiecţie se aplică, de asemenea, parţial formei noastre de

[150] Ideile lui Quine sunt rezumate şi comentate în articolul lui Smart.

[151] În teoriile paraconsistente se vorbeşte despre obiecte având proprietăţi contradictorii; platonismul nostru ne compromite atunci cu astfel de obiecte, ca de exemplu mulţimea lui Russell.

[152] Cf. R. Routley şi V. Routley, articolul citat.

platonism. Cu toate acestea, există cel puţin o deosebire fundamentală între cele două: entităţile «contradictorii» care nu sunt excluse de platonismul apărat aici (ca mulţimea lui Russell în anumite teorii ale mulţimilor paraconsistente) există, ca să zicem aşa, în sânul teoriilor logico-matematice formale, unde negaţia are un sens special şi nu se confundă cu negaţia clasică. Mai mult, logicile subiacente acestor teorii se deosebesc de logica clasică, întrucât ele sunt paraconsistente. În afară de aceste critici, nu se mai poate susţine nimic altceva împotriva lui Meinong, a cărui teorie este fundamentală şi prealabilă oricărei ştiinţe, fie ea formală sau nu[153]. De altfel, conform platonismului nostru, obiecte ca Pegas nu există, căci nu există cai înaripaţi în lumea spaţio-temporală.

Observaţia 3

Realismul platonician descris de noi ne pare a fi superior formulărilor tradiţionale, din două motive principale: în primul rând, el nu pune în joc nici o intuiţie materială. În al doilea rând, el constituie o ipoteză rezonabilă pentru a da seama de starea actuală a disciplinelor logico-matematice; el are un caracter pragmatic, ceea ce nu este cazul platonismului tradiţional de natură speculativă şi dogmatică. Astfel, două dintre obiecţiile îndreptate împotriva platonismului în ultima secţiune a capitolului 1 nu se aplică acestui platonism care se sustrage, de asemenea, celei de a treia obiecţii. Într-adevăr, dialectizarea teoriilor logico-matematice este posibilă deoarece pentru noi, entităţile platoniciene se inferează din sistemele axiomatice şi nu invers; nu credem că platonismul propus duce la exagerări; dimpotrivă, el conţine un minimum necesar pentru o explicaţie raţională a ceea ce se petrece în disciplinele formale. În sfârşit, nu am introdus *a priori* nici o restricţie în privinţa entităţilor admise: există numai obiectele ce se impun pentru a justifica *stabilitatea* acestor discipline şi nimic altceva.

Observaţia 4

Platonismul pe care îl apărăm aici este un platonism ce se referă la structuri, la sisteme relaţionale şi nu un platonism ce postulează entităţi abstracte izolate. El se înrudeşte cu platonismul apărat de Lautman[154] şi nu cu «platonismul» uzual al matematicienilor[155]. Referitor la acesta din urmă Lautman scrie următoarele: «Matematicienii au obiceiul să desemneze sumar sub numele de platonism orice filosofie care ia drept sigură existenţa unei

---

[153] Vezi R. Grossmann, *Meinong*, Routledge & Kegan Paul, Londra, 1974.

[154] A. Lautamn, *Essai sur les notions de structure et d'existence en mathémaiques*, Hermann, Paris, 1938.

[155] Cf. P. Bernays, «Sur le platonisme dans les mathématiques», *L'Enseignement Mathématique*, 34 (1936), 52–69.

fiinţe matematice, chiar şi atunci când această fiinţă nu ar putea fi construită într-un număr finit de etape. Este de la sine înţeles că este vorba aici de o cunoaştere superficială a platonismului şi că nu ne vom referi la ea. Toţi comentatorii moderni ai lui Platon au insistat, dimpotrivă, asupra faptului că Ideile nu sunt entităţi imobile şi ireductibile ale unei lumi inteligibile, ci sunt legate unele de altele conform schemelor unei dialectici superioare care le determină apariţia.»[156]

[156] A. Lautman, op. cit., pp. 150–151.

3 teza lui hegel

1. Paradoxuri, antinomii şi aporii

Fie T o teorie formalizată. Se numeşte *antinomie formală* în T orice rezultat metateoretic care arată că T este trivială. Un *paradox formal* în T este derivarea în T a două teoreme contradictorii – una este negaţia celeilalte; în mod obişnuit, un paradox formal în T se reduce la derivarea, în această teorie, a unei teoreme de forma $A \wedge \neg A$, adică a unei *contradicţii*. Este clar că dacă logica subiacentă lui T este logica clasică sau diferite alte logici uzuale, de pildă logica intuiţionistă, T este antinomică dacă şi numai dacă se poate deriva în ea un paradox. Cu toate acestea, dacă logica lui T este paraconsistentă, T poate fi paradoxală fără a fi antinomică.

Antinomiile şi paradoxurile îşi au importanţa lor, dar ne vom ocupa aici în mod special de antinomiile şi de paradoxurile informale. La nivel informal, considerăm cuvintele «paradox» şi «antinomie» ca fiind sinonime iar atunci când le vom utiliza fără calificative va însemna că este vorba de paradoxuri sau de antinomii informale.

Vom defini un *paradox* (*informal*) ca fiind un argument *prima facie* logic acceptabil ale cărui premise sunt, de asemenea, aparent acceptabile, dar a cărui concluzie pare inacceptabilă. În general, premisele par acceptabile atunci când par adevărate, iar argumentul pare acceptabil atunci când pare valid; cât despre concluzie, inacceptabilitatea sa provine din faptul că pare falsă. În mod evident, conceptul de paradox are anumite aspecte pragmatice.

Vom numi *paralogism* orice argument sub formă inacceptabilă (în general, datorită faptului că nu este valid) sau care are o premisă inacceptabilă (în general datorită faptului că nu este adevărată). În primul caz este vorba de un *paralogism formal*, în celălalt, de un *paralogism material*. Conceptul de paralogism, asemenea conceptului de paradox, are anumite aspecte pragmatice.

A rezolva sau a depăşi un paradox dat înseamnă a dovedi că el se reduce la un paralogism sau a scoate în evidenţă acceptabilitatea concluziei sale. Când reuşim să arătăm că un paradox *P* este un paralogism, spunem că soluţia lui *P* este negativă; când scoatem în evidenţă acceptabilitatea concluziei lui *P* spunem că soluţia este pozitivă.

Orice soluţie corectă a unui paradox *P* trebuie să ne ofere motive raţionale şi convingătoare pentru a-i accepta concluzia sau a-l clasa printre paralogisme. În ipoteza contrară, adică atunci când nu dispunem de astfel de motive, avem o soluţie *ad-hoc*. În acest caz, încercăm în mod obişnuit să eliminăm concluzia paradoxală cu ajutorul unei soluţii negative, limitând formele de raţionament acceptabile sau respingând anumite premise ale paradoxului, dar fără a ne oferi motive convingătoare care să justifice un astfel de procedeu: soluţia este acceptabilă numai pentru că ea permite eliminarea concluziei paradoxale (şi a dificultăţilor ce îi sunt inerente).

Se va observa că *stricto sensu* nu are sens să vorbim de soluţia unui paradox sau de o antinomie formală. Dacă, de exemplu, teoria *T* este paradoxală, aceasta constituie o proprietate ce îi este ataşată. Dacă dorim s-o modificăm în aşa fel încât să nu se mai producă în ea nici un paradox, atunci noua teorie nu mai este *T* ci s-a construit o altă teorie T' asemănătoare cu *T* şi unde paradoxul nu poate fi derivat. Astfel, când Russell a descoperit paradoxul, a constatat că sistemul lui Frege era paradoxal; şi că, prin urmare, având o logică de tip clasic, el era trivial. Nu putem elimina paradoxul din sistemul *Grundgesetze der Arithmetik* fără a-l modifica, adică a-l transforma într-un alt sistem: originalul a fost şi va fi mereu trivial.

Deci nu putem vorbi în mod raţional decât de soluţii ale paradoxurilor informale (la nivelul pragmaticii). Cu toate acestea, paradoxurile şi antinomiile formale pot fi considerate paradoxuri informale la nivelul metalingvistic. Este posibil, de exemplu, să considerăm antinomia formală descoperită în sistemul lui Frege drept un paradox informal metateoretic; ca paradox informal, formularea sa este, în rezumat, următoarea: *prima facie*, sistemul lui Frege codifică legi logice fundamentale şi reguli de inferenţă valide. Deci sistemul este adecvat din punct de vedere logic, clasic vorbind şi, în acelaşi timp, antinomic (inconsistent). Or, această situaţie este paradoxală

din punct de vedere intuitiv şi informal. Soluţia clasică a paradoxului (informal) constă în a arăta că un postulat determinat al sistemului fregean nu este realmente acceptabil, căci o soluţie pozitivă a antinomiei lui Russell este inadmisibilă din punct de vedere al logicii tradiţionale.

Paradoxurile cărora li s-au dat soluţii pozitive sunt foarte numeroase. În disciplinele logico-matematice reamintim exemplul curbei lui Peano care umple pătratul şi al egalităţii lui Cantor dintre puterea întregilor naturali şi cea a raţionalelor. Aceste două rezultate par paradoxale.

În ceea ce priveşte teoria lui Peano, s-a înţeles treptat faptul că conceptul de curbă al lui Jordan era prea general; pentru a obţine un concept de curbă mai adecvat intuiţiei noastre, implicând mai ales faptul că o curbă nu se poate reduce la o regiune pătrată, definiţia lui Jordan trebuie restrânsă. De fapt, n-a existat nici un paradox în teorema lui Peano pe care o reflecţie adecvată să nu-l poată elimina.

Cât despre surprinzătoarea teoremă a lui Cantor, s-a observat că ea nu constituie o concluzie inacceptabilă, ci că exprimă o proprietate fundamentală a mulţimii raţionalelor – caracterul său numărabil; şi, mai ales, că ea nu contrazice nicidecum pseudoaxioma lui Euclid: «întregul este mai mare decât oricare dintre părţile lui.»

Un alt paradox important care admite, de asemenea, o soluţie pozitivă este paradoxul lui Skolem: cum am văzut, acest autor a arătat că dacă axiomele teoriei mulţimilor admit un model, atunci ele au totodată un model numărabil. Or, în *interiorul* axiomaticilor uzuale ale teoriei mulţimilor se dovedeşte existenţa unor mulţimi cu cardinalitate superioară celei a numărabilului ca, de exemplu, aceea a mulţimii numerelor reale R. Conform rezultatelor lui Skolem, s-ar părea că există o contradicţie: R ar fi simultan numărabil şi nenumărabil. Soluţia pozitivă a paradoxului lui Skolem nu ridică mari dificultăţi şi pare convingătoare[1].

În ştiinţele realului, unul din principiile fundamentale ale relativităţii restrânse – constanţa vitezei luminii –, deşi a fost puternic sugerat şi chiar impus de experienţă la începutul secolului, era incompatibil cu mecanica clasică. Admiţând şi justificând principiul în discuţie, Einstein a rezolvat pozitiv un paradox.

Există, de asemenea, numeroase paradoxuri ale căror soluţie este negativă şi care se rânduiesc, aşadar, printre paralogisme. Ca exemple tipice putem menţiona anumite paradoxuri algebrice în care avem de-a face cu

[1] În privinţa paradoxului lui Skolem, vezi de exemplu Kleene, *Introduction to Metamathematics*, § 75, şi E.W. Beth, *The Foundations of Mathematics*, North–Holland, Amsterdam, capitolul 17.

împărţiri la zero şi care apar uşor ca paralogisme. Este şi situaţia anumitor contradicţii geometrice întemeiate pe figuri înşelătoare.

Observăm deci că a clasa un paradox rezolvat printre paralogisme sau printre paradoxurile care au o soluţie pozitivă este oarecum arbitrar. Astfel, paradoxul asociat teoremei lui Peano despre care am vorbit mai sus ar putea fi aşezat foarte bine printre paralogisme dacă îl formulăm ca fiind alcătuit din două părţi: prima ar fi teorema lui Peano; cea de a doua, un anumit raţionament informal tinzând să demonstreze că, curbele (lui Jordan) nu umplu ariile (sau pur şi simplu această ultimă aserţiune considerată evidentă). Am avea atunci un paralogism. La fel se întâmplă şi în ceea ce priveşte principiul constanţei vitezei luminii. În rezumat: anumiţi factori pragmatici determină formele «normale» ale paradoxurilor.

Să mai observăm că nu am menţionat paradoxurile ale căror soluţii sunt simultan pozitive şi negative. Aceasta se produce, de exemplu, atunci când se demonstrează orice rezultat matematic adevărat (să zicem teorema lui Cantor despre care am vorbit mai sus) deşi este aparent inacceptabil, ca urmare a unui raţionament non valid. Cu toate acestea, astfel de subtilităţi nu ne interesează aici. Importante pentru noi sunt aporiile despre care vom vorbi în cele ce urmează.

În cazul anumitor paradoxuri există îndoieli în legătură cu existenţa unor soluţii adevărat bune. Acest lucru se produce mai ales atunci când soluţiile posibile atrag după sine modificări la nivelul principiilor fundamentale ale ştiinţelor, modificări ce par uneori puţin plauzibile sau a căror unică virtute este aceea de a elimina paradoxurile. Vom numi aceste paradoxuri *aporii*. Aporiile au în mod evident un caracter istoric: ceea ce este o aporie într-o anumită epocă se poate preschimba, într-o altă epocă, într-un paradox pentru care există o soluţie bună. Dar se produce, de asemenea, şi contrariul: ceea ce este considerat astăzi un paradox rezolvat, se poate transforma mâine într-o aporie.

Există puţine lucruri atât de capricioase ca aporiile în mişcarea lor istorică. Să cităm un caz: paradoxul Mincinosului (sau paradoxul lui Eubulid); timp de mai multe secole de la apariţia sa el a fost o aporie, apoi, după cercetările lui Tarski, s-a transformat în paralogism pentru ca, în sfârşit, să avem astăzi toate motivele de a-l considera din nou o aporie, aşa cum vom arăta mai jos[2].

---

[2] Detalii cu privire la paradoxurile tratate aici se găsesc în Beth, *loc. cit.* Ca articole introductive mai putem cita: W.V. Quine, *The Ways of Paradox*, Random House, New York, 1966, capitolele 1 şi 2; P. de Rouilhan, «Paradoxes légers, paradoxes graves», *Pour la Science*, 156 (1990), 98–103. Literatura despre paradox este considerabilă, în special cea referitoare la paradoxul mincinosului.

În epoca noastră lista antinomiilor, – dintre care unele au fost descoperite cu multă vreme în urmă –, care preocupă în mod deosebit logicianul şi filosoful ştiinţei este foarte lungă. Este bine să le clasificăm în trei grupe: A, B şi C.

În grupa A plasăm antinomiile logico-matematice, care privesc direct noţiuni ce aparţin ştiinţelor formale în sens strict, putând fi formulate direct în acest cadru. Printre aceste paradoxuri se numără paradoxurile lui Russell, Cantor şi Burali–Forti. În grupa B plasăm paradoxurile care pun în joc noţiuni semantice, de pildă paradoxurile Mincinosului, ale lui Grelling şi Richard. În sfârşit, în grupa C plasăm celelalte antinomii, legate de alte noţiuni decât cele logico-matematice şi semantice; membrii grupei C sunt legaţi de noţiuni cu aspect pragmatic sau, în anumite cazuri, de categorii ştiinţifice generale, ca acelea de spaţiu, timp şi mişcare. Printre paradoxurile din această grupă menţionăm paradoxul lui Zenon din Elea şi paradoxul examenului.

Vom reveni mai târziu asupra paradoxului lui Zenon. Paradoxul examenului (pentru care există mai multe formulări) este următorul: într-o zi de luni, un profesor îşi avertizează elevii că vor avea un examen în următoarele patru zile, dar că nu vor şti când anume decât în ziua respectivă. Atunci elevii raţionează astfel: examenul nu va putea avea loc vineri (a patra zi) pentru că joi după cursuri ar şti dinainte că examenul va fi vineri. La fel, examenul nu poate avea loc joi. Nici miercuri şi nici marţi. Deci examenul nu poate avea loc în condiţiile stipulate de profesor. Totuşi, acesta poate da examenul, să zicem miercuri, satisfăcând condiţiile impuse. Se ajunge astfel la contradicţie: în conformitate cu restricţiile impuse de profesor, examenul este şi nu este posibil.

II. Rezolvarea aporiilor

Principalele întrebări de care ne vom ocupa sunt următoarele:

1. Cum pot fi rezolvate aporiile?

2. Ce semnificaţie au aporiile pentru logica paraconsistentă şi invers?

Am văzut deja ce tipuri de soluţii admit paradoxurile şi, în ceea ce priveşte aporiile care sunt paradoxuri, ele se rezolvă în acelaşi mod ca paradoxurile generale. Cu toate acestea, aporiile cu caracter special necesită soluţii specifice.

Cele mai cunoscute aporii se reduc la argumente ale căror concluzii sunt contradicţii[3]. Atunci când se ajunge la o concluzie de forma $A \wedge \neg A$, se spune că s-a derivat o absurditate (sau concluzia este absurdă). În această secţiune vom presupune, cu excepţia cazurilor când vom menţiona explicit contrariul, că avem de-a face cu aporii ale căror concluzii sunt contradicţii.

În mod tradiţional, nimeni nu se putea gândi să dea soluţii negative aporiilor, deoarece contradicţiile erau inacceptabile întrucât constituiau propoziţii în mod necesar false. Astfel, pentru a rezolva o aporie, trebuia să se arate că unele dintre premisele sale nu erau acceptabile sau că aporia ascundea un paralogism, deşi subtil. Prin însăşi definiţia aporiei, acest lucru provoca o revizuire profundă în sistemul ştiinţei, datorită necesităţii de a restrânge principiile admise sau datorită faptului că trebuiau introduse modificări în logica admisă.

Pentru a clarifica afirmaţiile de mai sus, vom analiza două exemple de soluţii ale paradoxurilor, unul fiind o aporie, celălalt nu.

În primul rând, vom studia paradoxul numit al catalogului. Să ne imaginăm că în biblioteca *B* dorim să alcătuim catalogul *C* al tuturor cataloagelor din *B* care nu se menţionează ele însele. Este uşor de constatat că, deoarece *C* îi aparţine lui *B*, *C* va trebui să se menţioneze dacă şi numai dacă el nu se menţionează. Ajungem astfel la absurd.

Or, dacă aplicăm logica la situaţia descrisă, care constă în a dori să scriem catalogul *C*, rezultă că *C* nu există, întrucât existenţa lui *C* implică contradicţia. În logica clasică, atunci când proprietăţile unui obiect ne duc la o contradicţie, deducem de aici că obiectul în cauză nu există. Deci paradoxul catalogului este eliminat prin eliminarea catalogului. Paradoxul este rezolvat fără a fi violate legile clasice sau alte principii nonlogice. De altfel, aceste raţionamente sunt un lucru obişnuit în matematică. Astfel, *exempli gratia*, să presupunem că dorim să dovedim că nu există nici un număr prim mai mare decât toate celelalte. Pentru a face acest lucru, este suficient să-i asumăm existenţa şi să extragem din ea o contradicţie. În acelaşi mod, atunci când dorim să dovedim că un număr dat există, începem în general prin a presupune că el nu există, extragem de aici o contradicţie şi apoi tragem concluzia că există.

Cu paradoxul Mincinosului (sau al lui Eubulide), în forma

Acest enunţ este fals, (M)

nu putem proceda în acelaşi mod.

---

[3] Paradoxul lui Curry nu satisface această condiţie; vezi H.B. Curry, «The inconsistency of certain formal logics», *The Journal of Symbolic Logic*, 7 (1942), 115–117. Vom da mai departe şi o versiune a paradoxului Mincinosului cu care se obţine o trivializare fără a deriva nici o contradicţie prealabilă.

Mai întâi, să observăm că propoziţia M este adevărată dacă şi numai dacă ea este falsă. Sau, conform canoanelor logicii clasice, M este echivalentă cu negaţia sa.

Paradoxul lui Eubulid se înscrie printre aporii pentru că nu poate fi eliminat fără a se introduce modificări profunde la nivelul categoriilor logice[4]. De fapt, existenţa lui M nu poate fi negată pur şi simplu, aşa cum am arătat mai sus. Deci unica soluţie pare a fi de a considera că M este lipsită de sens: M nu ar fi cu adevărat o propoziţie. Aceasta a fost calea urmată de Bertrand Russell atunci când a sugerat teoria (ramificată) a tipurilor şi de Tarski, cu ierarhia sa a limbajelor. Cum rezolvarea paradoxului cere o transformare profundă a categoriilor logice şi lingvistice, suntem puşi în situaţia de a plasa paradoxul Mincinosului în clasa aporiilor.

Cu toate acestea, metodele lui Tarski au devenit treptat naturale şi astăzi majoritatea logicienilor consideră, probabil, paradoxul Mincinosului ca un paradox rezolvat: el a încetat de a mai fi o aporie. Soluţia tarskiană constă în a păstra logica tradiţională, dar introducând o ierarhie lingvistică (cf, § 9, capitolul II).

Să reamintim în treacăt că antinomia lui Russell se înscrie totodată printre aporii: nu există argumente *a priori* pe deplin convingătoare care să ne incite s-o rezolvăm negând existenţa mulţimii lui Russell, în special după stabilirea logicii paraconsitente. Iar acelaşi lucru se petrece şi cu celelalte aporii.

În ceea ce priveşte eliminarea aporiilor, s-a procedat întotdeauna după cum urmează: trebuie respectată *a priori* logica clasică în globalitatea sa (sau cel puţin calculul predicatelor de ordinul întâi), datorită faptului că ea este cea mai simplă, sau singura validă, sau din alte motive; deci aporiile trebuie rezolvate negativ, restrângând legile marii logici sau anumite principii ale ştiinţelor particulare.

Dar întrucât astăzi există logici paraconsistente, se poate presupune că s-ar putea găsi soluţii pozitive şi licite pentru aporii, şi aceasta schimbând logica. Astfel, în faţa antinomiei Mincinosului şi a altor aporii asemănătoare, suntem confruntaţi cu o nouă problemă: nu ştim dacă trebuie să menţinem logica clasică sau să adoptăm o altă logică, cum ar fi logica paraconsistentă. Cu alte cuvinte, naşterea logicii paraconsistente ne obligă să revedem antinomiile.

---

[4] În capitolul 1 din *Ways of Paradox*, Quine subliniază această caracteristică a aporiilor, în special cu privire la paradoxurile Mincinosului şi al lui Grelling.

În ceea ce priveşte paradoxul lui Russell, pentru a fixa ideile, se poate proceda în două feluri: 1. Să se accepte logica elementară clasică şi să se restrângă anumite principii intuitive şi informale ale marii logici, aceasta este soluţia obişnuită; 2. Să se recurgă la anumite logici paraconsistente şi să se construiască sisteme de teorii ale mulţimilor unde să existe mulţimea lui Russell. Astfel de teorii sunt inconsistente, deşi nontriviale (vezi Anexa 1).

Conform logicii paraconsistente, există soluţii pozitive la paradoxurile lui Russell. Dacă aceste soluţii şi, în general, soluţiile paraconsistente ale anumitor aporii par artificiale sau puţin intuitive, la fel sunt şi soluţiile clasice (caracterul artificial şi nonintuitiv al soluţiei tradiţionale a anumitor aporii este bine descris în primul capitol al lucrării lui Quine, *Ways of Paradox*).

Trăsătura pregnantă a aporiilor din punct de vedere pragmatic este perplexitatea pe care ne-o provoacă cu privire la principiile acceptate: nu ştim cu exactitate care dintre ele trebuie modificate şi care merită păstrate. Odată cu apariţia logicii paraconsistente, paradoxurile apar într-o lumină nouă, iar teza noastră potrivit căreia logica se dialectizează este coroborată. Într-adevăr, aporii considerate rezolvate reapar cu toată forţa: pe de o parte, nu există criterii indiscutabile pentru a şti dacă trebuie să alegem soluţia clasică sau soluţia paraconsistentă; pe de alta, în chiar interiorul logicii paraconsistente renasc anumite aporii. Pentru a lămuri acest aspect, vom analiza în detaliu paradoxul Mincinosului.

Vom da mai întâi câteva definiţii. În cele ce urmează nu vom fi riguroşi, mai ales în ceea ce priveşte distincţia între utilizare şi menţionare.

Simbolul $\overline{s}$, unde s este un enunţ, constituie un nume care denotă s. $V(\overline{s})$ arată că enunţul s este adevărat; $F(\overline{s})$ arată că s este fals.

În logica clasică, pentru orice enunţ avem următoarele proprietăţi:

$$V(\overline{s}) \leftrightarrow s \qquad (1)$$

$$\neg V(\overline{s}) \leftrightarrow F(\overline{s}) \qquad (2)$$

$$F(\overline{s}) \leftrightarrow \neg s \qquad (3)$$

Potrivit acestor definiţii şi convenţii, enunţul M, cauză a paradoxului mincinosului, este următorul:

$$\neg V(\overline{M}) \qquad (M)$$

M este, *prin definiţie*, $\neg V(\overline{M})$.

În virtutea lui (1) – (3), se obține cu ușurință:

$$V(\overline{M}) \leftrightarrow \neg V(\overline{M}). \qquad (4)$$

Această ultimă formulă constituie versiunea simbolică a paradoxului lui Eubulid.

Or, se constată că dacă logica folosită este $C1$ (Anexa 1), avem :

$$V(\overline{s}) \leftrightarrow s. \qquad (1')$$

Dacă presupunem că în metalimbaj logica este aceeași, adică este elaborată pornind de la $C1$, este posibil să definim falsitatea cu ajutorul negației slabe ($\neg$) sau tari ($\neg *$). Dacă adoptăm a doua alternativă, avem:

$$F(\overline{s}) \leftrightarrow \neg * V(\overline{s}). \qquad (2')$$

Pe lângă aceasta, avem:

$$F(\overline{s}) \leftrightarrow \neg s. \qquad (3')$$

Deși (1′) – (3′) diferă de (1) – (3), paradoxul Mincinosului rămâne totuși derivabil:

$$V(\overline{M'}) \leftrightarrow \neg * V(\overline{M'}), \qquad (4')$$

unde enunțul M' din care rezultă paradoxul este următorul:

$$\neg * V(\overline{M'}). \qquad (M')$$

Deci, întrucât $(A \leftrightarrow \neg * A) \rightarrow B$ este schemă validă a lui $C1$, (4′) constituie concluzia unei aporii.

Există o variantă a paradoxului lui Eubulid unde nu intervine negația și care nu poate fi rezolvată pornind de la logica bazată pe $C0$ sau $C1$ sau pe $C\omega$ (logici discutate în Anexa 1), cu excepția cazului când am recurge la măsuri *ad-hoc*, această variantă este următoarea:

Fie enunțul:

K atrage după sine [antrenează] *s* (K)

unde *s* este un enunț dat oarecare.

K se scrie simbolic după cum urmează:

$$K \rightarrow s. \qquad (K)$$

Or, în majoritatea sistemelor logice, schema $A \vee (A \rightarrow B)$ este validă. Să presupunem acest caz, atunci avem:

$$K \vee (K \rightarrow s).$$

Dacă acceptăm regulile şi schemele logice uzuale, deducem că:

Din K se deduce K → s şi, prin *modus ponens*, *s*.

Din $K \to s$, prin definiţia lui *K*, se obţine *K* , astfel, se obţine din nou *s*.

În consecinţă, prin metoda probei pentru caz, *s* este demonstrabil.

Varianta paradoxului Mincinosului astfel descrisă duce la trivializare fără a se recurge la nici o proprietate a negaţiei. Pentru a o putea rezolva, trebuie să modificăm conceptul de implicaţie sau să restrângem autoreferinţa (cu ajutorul unei teorii a tipurilor sau al unui alt artificiu similar).

În rezumat: chiar şi în cazul anumitor clase de logici paraconsistente este necesar să se recurgă la ierarhii de limbaje sau la alte procedee restrictive analoage, pentru a evita anumite antinomii. Totuşi, dacă se utilizează negaţia slabă în definiţia falsităţii, luând drept logică subiacentă o logică întemeiată pe $C1$, se obţine o noţiune «slabă» de falsitate; în acest caz, paradoxul Mincinosului poate fi derivat, dar şi rezolvat pozitiv. Acelaşi lucru se întâmplă dacă în locul lui $C1$ se utilizează $C\omega$. Astfel, faptul că un paradox este sau nu o aporie depinde de logica utilizată. Să observăm că aparent, dacă se recurge la logici slabe, ca de exemplu cele construite pornind de la sistemele P[5], pot fi dezvoltate limbaje tari şi închise din punct de vedere semantic, fără să existe vreun pericol de trivializare.

Din cele spuse mai sus rezultă că soluţia aporiilor, în special a aporiei Mincinosului, nu este doar o problemă *logică*; intră în joc mulţi alţi factori de natură epistemologică, ştiinţifică etc. Astfel, soluţia tarskiană, care utilizează o ierarhie a limbajelor, nu este nici universală, nici definitivă. Se poate susţine că antinomia Mincinosului, între altele, a obţinut din nou statutul de antinomie. Deci criticile noastre la adresa teoriei adevărului a lui Tarski persistă dacă o considerăm de neatins, adică neputând fi dialectizată sau modificată substanţial.

La nivelul antinomiilor ce ajung la contradicţii, marea revelaţie a logicii paraconsistente a fost de a arăta că există pentru ele, cel puţin în principiu, o soluţie pozitivă. Această descoperire ne pare a fi de cea mai mare importanţă pentru înţelegerea logicităţii şi, în general, a esenţei cunoaşterii.

---

[5] Se va consulta, de exemplu, A.I. Arruda şi N.C.A. da Costa, «On the relevant systems *P* and *P** and some related systems», *Studia Logica*, 43 (1983), 33–49.

În concluzie: contradicţiile nu trebuie să fie eliminate în mod necesar doar din motive logice: există şi alţi factori care intervin şi care sunt legaţi de sistemul total al cunoaşterii. Se observă şi aici că logica este *servitoarea* ştiinţei.

III. Semnificaţia contradicţiei

În cele două secţiuni precedente am conceptualizat aporiile şi soluţiile lor. Ne vom ocupa acum mai detaliat de aporiile care se reduc la contradicţii. Întrebările esenţiale sunt următoarele:

1. Există adevărate contradicţii?
2. Este sau nu contradictorie lumea reală?
3. Adevărurile contradicţiei, dacă există, au oare un caracter ontologic sau nu depind decât de modul în care percepem realitatea? Şi, mai ales, dacă există contradicţii reale, care este semnificaţia negaţiei în cazul lor?
4. Ne obligă oare situaţia actuală a ştiinţei să trăim cu contradicţiile sau pot fi ele eliminate?

Contradicţiile şi lumea reală

Teza conform căreia există contradicţii adevărate este cunoscută sub numele de teza lui Hegel[6] sau de teza lui Heraclit-Hegel. Ea spune că există enunţuri de forma $A \wedge \neg A$ care sunt adevărate. Într-un mod mai puţin riguros, putem spune că teza lui Hegel afirmă două lucruri: 1. Consistenţa proprietăţilor fundamentale ale unui obiect, la nivel abstract şi formal, este o condiţie suficientă dar nu necesară a existenţei sale; 2. Pentru obiectele concrete, consistenţa nu constituie nici o condiţie necesară, nici o condiţie suficientă pentru existenţa lor. Teza lui Hegel se opune în mod evident poziţiei tradiţionale, conform căreia la nivel abstract consistenţa este o condiţie necesară şi suficientă pentru existenţa unui obiect, în timp ce la nivel concret ea este pur şi simplu o condiţie necesară.

Am văzut deja că la nivel abstract şi formal pot exista obiecte cu proprietăţi contradictorii: este cazul anumitor obiecte abstracte la care se referă teoriile paraconsistente. Există deci contradicţii adevărate de natură

[6] Se va compara conţinutul acestei secţiuni cu lucrarea lui S. Petrov *Logical Paradoxes in Philosophical Interpretation*, Naouka i Iskoustvo, Sofia, 1971 (originalul în bulgară, cu un rezumat în engleză şi în rusă).

abstractă şi formală. Rămâne să vedem dacă teza lui Hegel este valabilă în domeniul obiectelor reale.

Să precizăm mai bine problema noastră: contradicţiile referitoare la obiectele reale pot fi clasate în două specii, şi anume: contradicţiile semiotice şi contradicţiile reale. Primele apar în contextele raţionale şi îndeosebi în contextele ştiinţifice, ca rezultat al condiţiilor semiotice, sintactice, semantice sau pragmatice; ele fac parte din paradoxurile grupelor B şi C din prima secţiune a acestui capitol şi nu le corespunde nici o contradicţie reală. Celelalte, dimpotrivă, sunt adevărate contradicţii în sens strict, reflectând realitatea: contradicţia $A \wedge \neg A$ este reală dacă A şi $\neg A$ sunt enunţuri adevărate, satisfăcând criteriul (T) al lui Tarski şi se referă la stări de fapte reale. Problema principală este de a şti dacă există sau nu contradicţii de această specie, adică de a şti dacă lumea reală este consistentă sau nu (faptul că este nontrivială pare evident).

Înainte de orice, trebuie să insistăm asupra faptului că nu este sarcina logicii în sine să decidă dacă lumea este consistentă sau nu. Există sisteme logice care, prin postulatele lor, fac să existe contradicţii reale; cu toate acestea, aplicarea lor la contextele ştiinţifice depinde de condiţii care nu sunt exclusiv logice, fapt asupra căruia am insistat deja: aplicabilitatea sistemelor logice la contextele ştiinţifice este guvernată de principiile pragmatice ale raţiunii.

Vom face acum câteva observaţii cu privire la *contradicţiile semiotice*, pentru a le deosebi clar de construcţiile reale. Fie G mulţimea întregilor naturali de la 0 la 12 inclusiv. Să ne imaginăm pentru ele un sistem de notaţie N ; vom utiliza semnele 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 şi grupele de semne 10, 11, 12 pentru a le denota, ca de obicei, precum şi semul k pentru a denota cel mai mic element al lui G care nu poate fi denotat printr-un singur simbol în sistemul N. N pare fără nici o îndoială un sistem de notaţie inofensiv. Să vedem totuşi ce se întâmplă cu numărul 10. Să presupunem că 10 poate fi denotat printr-un simbol unic al lui N; de aici se deduce că 10 este cel mai mic număr din G care nu poate fi denotat printr-un simbol unic şi care, în consecinţă, trebuie denotat prin k. Concluzia este că 10 poate fi denotat printr-un simbol unic dacă şi numai dacă nu poate fi denotat ca atare. Este vorba aici de o formă a paradoxului lui Berry care se aplică la orice agregat finit cu cel puţin doi membri de obiecte concrete sau abstracte. Dacă adoptăm logica clasică, sistemul de notaţie N nu există. Dimpotrivă, dacă folosim logica paraconsistentă, nu există nici un impediment pentru ca N să existe. Natura paradoxului prezentată aici este analoagă celei a Mincinosului şi se opune frontal celei a paradoxului catalogului. Pentru cataloage,

biblioteci şi alte obiecte concrete ale experienţei noastre comune, logica clasică se aplică intuitiv. Dimpotrivă, în ceea ce priveşte obiectele semiotice sau abstracte, ca propoziţiile, mulţimile şi sistemele abstracte de notare, nimic nu pare a ne obliga să acceptăm în mod necesar logica tradiţională. În consecinţă, există contradicţii care pun în joc obiecte reale şi care depind în mod fundamental de actele semiotice: contradicţiile semiotice. Pentru moment le vom lăsa de o parte şi vom aborda doar problema existenţei unor contradicţii reale, independente în principiu de metodele de sistematizare a cunoaşterii şi reflectând conexiunile reale între obiecte reale.

Revenim aşadar la chestiunea validităţii tezei lui Hegel pentru obiectele reale (şi concrete). În această discuţie vom face apel mai ales la cartea lui Petrov citată anterior.

Din punct de vedere clasic, aporiile pot fi eliminate cu ajutorul unor soluţii negative: încercând să arătăm că ele sunt paralogisme, chiar cu preţul unor modificări radicale în sistemul ştiinţei. Cu toate acestea, dacă există contradicţii reale, este probabil ca ele să îi apară logicianului clasic sub formă de aporii. Mai mult: paradoxurile care pun în joc obiecte concrete ale experienţei noastre şi care se reduc la contradicţii fără însă a reflecta contradicţii reale, trebuie să aibă, în principiu, soluţii negative nu prea complicate. În consecinţă, dacă există contradicţii reale, trebuie să existe diferenţe între soluţiile paradoxurilor care nu sunt aporii ce reflectă realitatea şi soluţiile celorlalte paradoxuri, întemeiate obiectiv în lumea reală. (Insistăm asupra faptului că am lăsat de o parte aporiile abstracte, formale şi semiotice).

Cu alte cuvinte, când un paradox se reduce la un paralogism, nu putem spera să-l rezolvăm făcând mari modificări la nivelul structurii ştiinţei, altfel ar fi o aporie. Deci, dacă suntem în stare să detectăm anumite caracteristici ale aporiilor propriu-zise, care le deosebesc clar de paralogisme, vom putea argumenta că ele reflectă probabil nişte contradicţii obiective şi reale; rezolvarea lor ar atrage fără îndoială după sine transformări radicale în ştiinţă. Mai multe exemple vor ilustra ideile noastre:

1. Se ştie că interpretarea formalismului cuantic ridică mari probleme. Ele sunt legate de dualitatea undă-particulă, iar contradicţia le este aparent inerentă.

   Într-adevăr, un fascicul de electroni, de exemplu, se comportă fie ca o undă, fie ca un agregat de particule; în experienţa numită a celor două fante, se trimit electroni pe un ecran, trecând printr-un obstacol unde se află două orificii dispuse în mod convenabil, iar

fasciculul de electroni produce pe perete configuraţii de interferenţă, confirmându-şi caracterul ondulatoriu. Cu toate acestea, dacă aşezăm un detector de particule chiar la ieşirea unuia dintre orificii, totul se petrece ca şi cum fasciculul de particule ar fi alcătuit din particule care traversează obstacolul, în mod normal, trecând prin orificii.

Soluţia acestui paradox, acceptată de fizicieni – electronul ar fi în acelaşi timp undă şi particulă – rezidă în esenţă în concepţia de la Copenhaga de care ne-am ocupat deja: ea proclamă că nimic nu se poate cunoaşte dintr-un interfenomen. Pentru a elimina paradoxul, se renunţă deci la descrierea completă a faptelor subatomice; preţul este o restrângere profundă a obiectivelor ştiinţei; există şi o altă consecinţă: teoria îşi pierde, în parte, capacitatea explicativă, în sensul că nu mai este posibil să explicăm comportamentul particulelor între două observări succesive, iar previziunea devine previziune statistică.

2. Paradoxurile lui Zenon din Elea au fost extrem de discutate şi există mai multe teorii pe această temă[7]. Oricum, fie că sunt menite să respingă doctrinele pitagoricienilor sau ale atomiştilor sau doar să coroboreze ideile lui Parmenide, este sigur că ele demonstrează următoarea propoziţie (în special paradoxurile săgeţii şi stadionului): spaţiul şi timpul nu pot să fie finite dacă sunt discrete, alcătuite respectiv din puncte şi clipe[8].

Şi cum se rezolvă paradoxurile lui Zenon? În general, prin elaborarea unor doctrine extrem de abstracte ale spaţiului şi timpului: acestea din urmă sunt considerate mulţimi continue în sensul matematic al termenului. În cazul celui mai celebru dintre paradoxurile lui Zenon, acela al lui Ahile şi al broaştei ţestoase, s-a recurs, în plus, şi la calcul: se arată că o serie poate avea o formă finită. Astfel, prin intermediul unor construcţii teoretice foarte abstracte şi oarecum artificiale (este puţin plauzibil ca spaţiul şi timpul reale să fie conţinuturi matematice) se elimină contradicţiile. Avem aici un alt mod de rezolvare a aporiilor reale: făcând apel la concepte teoretice foarte îndepărtate de experienţa directă şi nemijlocită; se introduc elemente ideale în sistemul ştiinţei.

---

[7] Cf. Bertrand Russell, *Our Knowledge of the External World*, G. Allen and Unwin, Londra, 1949, capitolul VI.

[8] Este concluzia lui Russell, op. cit.

3. O altă caracteristică a aporiilor referitoare la obiecte reale este de a da naştere unor teorii ştiinţifice. De exemplu, în virtutea dificultăţilor conceptuale ale interpretării de la Copenhaga, D. Bohm a propus teoria variabilelor ascunse, încercând să reformuleze mecanica cuantică pe baze cauzale. Aporiile microfizicii duc la tentative de soluţii opuse reciproc. Deci nu ar fi oare rezonabil să pretindem că dificultăţile rezidă în încercarea de a face descrieri consistente ale unei realităţi inconsistente?

În rezumat, la nivelul ştiinţelor realului, rezolvarea aporiilor se face, de obicei, în detrimentul completitudinii şi al puterii explicative a teoriilor sau prin introducerea unor concepte teoretice foarte îndepărtate de experienţa nemijlocită, între alte strategii, ceea ce dă naştere adesea la noi teorii. Or, dacă aporiile cu care ne-am confruntat în ştiinţă ar fi doar nişte paralogisme, ar fi improbabil, cel puţin la prima vedere, ca ele să aibă astfel de consecinţe. Deci tragem aceeaşi concluzie ca şi Petrov: poate că este vorba aici în cea mai mare parte de aporii care reflectă contradicţii reale. Dar un lucru este sigur: deoarece, în general, eliminarea lor este posibilă şi într-o anumită măsură ea *funcţionează*, argumentaţia noastră nu este concludentă şi nu garantează în mod absolut că există contradicţii în realitate. Deci problema existenţei unor contradicţii reale nu este rezolvată. Poate că nici nu va fi rezolvată în mod satisfăcător în anii ce vor veni. Putem spune totuşi că *a priori* şi tocmai din punct de vedere logic, contradicţiile nu pot fi nici justificate, nici înlăturate. Existenţa sau inexistenţa unor contradicţii reale nu va putea fi stabilită decât *a posteriori* de către ştiinţă. Şi aşa cum totul pare să o indice, este mai uşor de dovedit adevărul tezei lui Hegel decât falsitatea ei, într-adevăr, observarea unei singure contradicţii reale ar confirma teza lui Hegel, în timp ce nici un număr finit de observaţii nu va fi suficient pentru a o falsifica.

Ne-am putea întreba: nu stabileşte oare dialectica hegeliană sau marxistă (sau cea a altor gânditori) existenţa unor contradicţii în lumea reală? Sunt cunoscute argumentele dialecticienilor cu privire la mişcarea şi schimbarea care dovedesc existenţa unor contradicţii reale. Nu intrăm în detalii; reamintim doar că până astăzi nimeni nu a prezentat o argumentaţie universal acceptată care să dovedească teza lui Hegel pentru obiectele reale, fie prin studierea mişcării şi a schimbării, fie prin analiza altor procese reale. Până în prezent s-a reuşit rezolvarea celor mai diverse antinomii în câmpul ştiinţei, cu ajutorul celor mai variate artificii, şi aceasta fără a fi necesar să se admită existenţa unor contradicţii reale. Aceasta nu dovedeşte faptul că soluţiile sunt convingătoare sau definitive; aceasta înseamnă, însă, conform ideii generale a cărţii de faţă, că pentru moment ne este imposibil să oferim argumente pozitive în favoarea inconsistenţei lumii. În rezumat: contra-

dicţiile reale nu sunt imposibile, deşi până în prezent nimic nu confirmă existenţa lor (vezi totuşi începutul secţiunii următoare).

Problema ontologică a contradicţiilor

Trecem la studierea întrebărilor trei şi patru formulate la începutul acestei secţiuni.

Aşa cum am văzut, există contradicţii adevărate. Dar care este semnificaţia acestei afirmaţii, riguros vorbind? Ea este următoarea: în sistematizarea cunoaşterii putem utiliza numeroase logici distincte, de exemplu logica clasică şi anumite logici paraconsistente, deci, în cazul în care facem apel la una dintre acestea din urmă, nu suntem obligaţi să eliminăm aporii ca cea a Mincinosului sau a lui Berry, pe lângă cele din Grupul A care exprimă contradicţii de tipul $A \wedge \neg A$ astfel că A şi $\neg A$ să fie ambele adevărate.

Dacă acceptăm existenţa unor contradicţii în acest sens, apare imediat următoarea întrebare: Au ele un caracter ontologic, reflectă ele ceva real? A răspunde la această întrebare constituie o sarcină urgentă. Nu putem spune mare lucru despre acest subiect dintr-un punct de vedere pozitiv: de exemplu, că în sistematizarea conştiinţelor nimic nu împiedică apariţia unor adevărate contradicţii, în funcţie de logica subiacentă şi de elementele abstracte ce îi sunt inerente. Deşi sunt adevărate, ele nu reflectă în mod direct relaţiile între obiecte reale. Ele au deci un caracter ontologic relativ, legat de o formă dată de sistematizare a ştiinţei.

Dar ce se poate spune despre faptul că, folosind logica clasică, eliminarea oricărei contradicţii pare întotdeauna posibilă? Mai întâi, trebuie să atragem atenţia asupra unor sistematizări ale ştiinţei la fel de valabile ca sistemele clasice, deşi inconsistente; ele se construiesc pornind de la sistematizările clasice; trebuie să ne reamintim că anumite logici paraconsistente conţin logica clasică (vezi Anexa 1). Deci nu trebuie să încetăm să le studiem şi să le luăm în considerare; mai mult, un astfel de fapt reprezintă o descoperire de cea mai mare importanţă pentru filosofie, eliberând-o din ghearele logicii clasice considerată a fi singura logică valabilă. În al doilea rând, să notăm că soluţiile aporiilor prin canoanele logicii clasice nu sunt întotdeauna intuitiv satisfăcătoare, aşa cum rezultă clar din expunerea anterioară. În al treilea rând, să reamintim că încă de la origine cunoaşterea s-a confruntat cu contradicţii: ele sunt eliminate treptat, dar reapar mereu sau apar altele noi. Pentru a confirma cele spuse mai înainte, este suficient să ne reamintim antinomiile lui Eubulide şi Zenon, cele ale lui Russell, Cantor,

Grelling şi Richard precum şi cele ale fizicii referitoare la dualitatea undă-particulă. Deşi logica clasică permite eliminarea a numeroase contradicţii, apar mereu alte contradicţii conexe. Aşa sunt aporiile *sistematizării.* (Ne-am referit deja, de exemplu, la teoria tipurilor, care permite eliminarea unei mari părţi a aporiilor şi reprezintă unul din instrumentele posibile de sistematizare a ştiinţei. Cum putem totuşi dezvolta teoria acestei teorii? În interiorul sau în exteriorul ei înseşi? În primul caz, ea este transgresată iar în celălalt este un nonsens.)

Clasificarea contradicţiilor

E locul să prezentăm aici o clasificare a contradicţiilor. Ele se grupează în trei clase:

1. Contradicţiile abstracte şi formale;
2. Contradicţiile semiotice;
3. Contradicţiile reale.

Despre ultimele am vorbit deja. Primele sunt acelea care, în principiu, constituie teoremele teoriilor paraconsistente ale logicii şi ale matematicii paraconsistente, şi este inutil să le evocăm acum. Vom analiza contradicţiile semiotice.

Acestea se împart la rândul lor în două subclase: contradicţiile semiotice de sistematizare şi cele care sunt esenţiale. Orice contradicţie semiotică provine din organizarea contextelor raţionale sub formă de contexte ştiinţifice, adică din tentativa de a organiza într-un tot amalgamat sistemul cunoştinţelor. Este deci natural să împărţim contradicţiile semiotice cum am propus mai sus: primele apar în contexte ştiinţifice (şi raţionale), dar în principiu pot fi eliminate prin adaptare şi retuşări *ad-hoc*, lucru indispensabil, de altfel, atunci când se utilizează logica clasică. Celelalte, care sunt esenţiale, nu pot fi în principiu eliminate. Dar există oare contradicţii esenţiale? Existenţa lor pare imposibil de constatat la modul pozitiv, cel puţin în stadiul actual al ştiinţei. Cu toate acestea, câteva observaţii ne vor permite să vedem mai clar lucrurile:

1. Contradicţiile apărute în ştiinţă au fost eliminate, de bine de rău, iar logica tradiţională poate fi menţinută în întregul câmp al ştiinţelor realului. Aceasta constituie un fapt şi nu poate fi contestat, căci istoria ştiinţei îl confirmă iar în filosofia pozitivă faptele nu sunt contestate.
2. Însă istoria arată totodată că în sistemul cunoştinţelor apare întotdeauna ameninţarea contradicţiilor ce se află la originea

crizelor în ştiinţă. Acesta este un fapt ce nu poate fi ascuns. Mai mult: el are argumente care ne fac să credem că prezenţa contradicţiilor semiotice nu este întotdeauna pe deplin evitabilă.

În rezumat, este vorba de următoarele argumente:

1. Argumentul teoriei tipurilor: am scos deja în evidenţă că o anumită formă de teorie a tipurilor apare în mod indispensabil pentru a rezolva antinomiile. Or, am văzut deja că tipificarea (typification) pretinsă atrage după sine anumite dificultăţi.

2. Argumentul ierarhiei limbajelor: este un procedeu alternativ deşi, în fond, este echivalent cu teoria tipurilor[9] şi constituie o metodă de ierarhizare a limbajelor; dar cum putem vorbi de ierarhie situându-ne în exteriorul oricărei ierarhii? Evident, dacă ne situăm în interiorul unei ierarhii, nu dispunem, în general, de mijloacele pentru a teoretiza şi cu atât mai puţin pentru a teoretiza asupra *oricărei* ierarhii.

3. Argumentul limbajului natural: toate aceste probleme depind de faptul evident că orice construcţie logic riguroasă a contextelor raţionale este angajată faţă de limbajul natural (fără el, de exemplu, nu vedem cum s-ar putea construi sisteme logic formale şi semanticile lor), iar limbajele comune nu sunt şi nu pot fi logic exacte.

În rezumat, există un fel de paradox fundamental în sânul logicităţii: orice tentativă de precizie logică poate avea loc numai prin intermediul unor metode ale căror fundamente sunt imprecise din punct de vedere logic[10]. De aici, concluzia noastră: după cum se pare, cunoaşterea ştiinţifică va pune mereu în joc contradicţii semiotice, cel puţin din punct de vedere al sistematizării. Din acest punct de vedere, folosirea unor logici paraconsistente pare mai rezonabilă decât cea a logicii clasice, în privinţa organizării generale a contextelor raţionale.

Avem acum elementele necesare pentru a răspunde, în parte, la a treia întrebare pe care am pus-o la începutul acestei secţiuni: pare astăzi rezonabil să pretindem că există contradicţii adevărate (pe lângă cele abstracte şi formale) de natură semiotică, dar pare îndoielnic că ele reflectă proprietăţi ontologice ale lumii reale, strict vorbind. Drept corolar se obţine

---

[9] Vezi A. Church, «Comparison of Russell's resolution of the semantic antinomies with that of Tarski», *The Journal of Symbolic Logic*, 41 (1976), pp. 747–760.

[10] Cu privire la relaţia dintre limbajul natural şi antinomii, se cuvine să cităm G. Priest, «Logic of paradox», şi «Logic of paradox revisited», *Journal of Philosophical logic*, 8 (1979), 219–241; 12 (1984), 153–180.

totodată un răspuns la cea de a patra întrebare: situaţia prezentă a ştiinţei ne invită clar să convieţuim cu contradicţiile de un anumit tip, mai ales cu contradicţiile semiotice, deşi este imposibil în momentul de faţă să considerăm vreuna dintre ele ca fiind o contradicţie esenţială.

Să vorbim acum despre semnificaţia negaţiei în contradicţiile adevărate. Atunci când afirmăm că există o contradicţie adevărată de tipul $A \wedge \neg A$, vrem să spunem că propoziţiile A şi $\neg A$ sunt ambele adevărate; $\neg A$ este dotată cu o semnificaţie tare ce nu poate fi înţeleasă decât intuitiv, din exemple. Sensul său, cel puţin în cazul enunţului simplu, este acela al negaţiei aşa cum apare într-o propoziţie ca «acest trandafir nu este roşu». Deci este vorba de o negaţie efectivă, de o negaţie tare, şi nu de o negaţie care exprimă, de pildă, o anumită formă de opoziţie, cum se întâmplă în cazul discursurilor diferiţilor partizani ai dialecticii. Deci negaţia, mai ales în enunţurile atomice exprimând fapte reale, ar avea un caracter ontologic: ea are o semnificaţie reală, iar adevărul sau falsitatea enunţului unde figurează o astfel de negaţie depinde de structura universului. Un lucru analog se produce şi cu negaţia din teoriile paraconsistente ale mulţimilor şi din alte teorii de acelaşi gen, precum şi cu contradicţiile semiotice, deşi, cum vom vedea, negaţia are alte semnificaţii «slabe».

IV. Logică şi realitate

Relaţiile generale dintre logică şi realitate sunt analoage celor ce există între matematică şi realitate. Motivul este că aceste două discipline constituie, de fapt, o singură disciplină, cum am spus deja în primul capitol.

Pentru început vom lăsa de o parte poziţia constructivistă; ne vom referi, înainte de toate, la matematică, deoarece considerăm că logica face parte din matematică (deşi este posibil să se opteze pentru includerea contrară).

Am arătat deja că matematica ne duce în mod natural la platonism. În forma sa clasică, platonismul are un caracter speculativ, mai ales când presupune că obiectele matematice sunt percepute printr-o intuiţie intelectuală materială, ca un fel de telescop mental. Cum nu există nimic care să ne garanteze ştiinţific existenţa acestor intuiţii, nu acceptăm platonismul *standard*. Iar atunci când am criticat platonismul în lucrarea de faţă, am înţeles prin platonism acest platonism speculativ, cu excepţia secţiunii 11 din capitolul al doilea.

Dar este clar faptul că există şi alte forme de platonism sau măcar de realism. De exemplu, după unii interpreţi şi în opoziţie cu cele spuse de noi, Gödel ar fi apărat un gen de platonism în care nu se recurge la intuiţia intelectuală materială (însă el nu şi-a prezentat niciodată punctul de vedere în mod definitiv şi sistematic). Cu alte cuvinte, el credea, ca orice platonician, că matematica şi aplicaţiile sale nu pot fi abordate în mod satisfăcător fără a face apel la entităţi platonice precum mulţimile şi conceptele. Structurile matematice se «vizualizează» mai ales graţie percepţiei sensibile şi sunt sugerate de ea, deşi nu sunt de natură mentală şi se lasă percepute mai direct decât entităţile lumii fizice. Deci nu există intuiţie intelectuală independentă de percepţia sensibilă, iar intuiţia existentă este completată de evidenţe de alt ordin, ca utilitatea matematică şi fecunditatea[11].

Această interpretare a lui Gödel generează însă multe dificultăţi. Astfel, cum s-ar putea justifica anumite părţi ale teoriei clasice a mulţimilor, ca aceea care tratează despre cardinalele măsurabile sau compacte, părţi ce nu vor putea fi aparent niciodată percepute direct sau indirect graţie percepţiei sensibile? Pe lângă aceasta, dacă urmărim interpretarea poziţiei lui Gödel, s-ar părea că în matematică nu trebuie admise anumite structuri particulare, ca numerele întregi sau reale, înlăturându-se astfel matematica «abstractă» modernă, în opoziţie cu ceea ce ne învaţă istoria.

Deşi poziţia platoniciană apărată de noi nu este lipsită de dificultăţi, existenţa unei intuiţii intelectuale formale pare a fi un fapt psihologic. Într-adevăr, este foarte dificil să negăm că avem o viziune intuitivă determinată asupra sistemelor de relaţii, în special când ea se exercită prin intermediul metodei axiomatice. Astfel, nu avem o intuiţie a întregilor naturali luaţi izolat, ci a relaţiilor ce definesc structura întregilor, iar acelaşi lucru se poate spune despre ierarhia cumulativă a mulţimilor (ce se supun axiomei fundării). La prima vedere, o concluzie rezonabilă ar fi să spunem că obiectele matematice nu constituie propriu-zis obiecte (aşa cum face Benacerraf); totuşi, modul cel mai plauzibil de a justifica cunoaşterea matematică constă în a postula sisteme de obiecte subiacente axiomaticilor logic formale, în acelaşi mod cum se postulează obiectele fizice. Iar aceasta este şi poziţia noastră.

[11] Vezi articolul lui Gödel despre problema continuului, citat deja şi, de asemenea, «Russell's Mathematical Logic», *The Philosophy of Bertrand Russell*, editat de P.A. Schilpp, Northwestern University Press, Evanston, 1944, pp. 123–153. Pentru un comentariu al filosofiei lui Gödel, se va consulta Hao Wang, *Réflexions sur Kurt Gödel*, MIT, 1987.

Repetăm că, ontologic, matematica se confruntă cu obiecte platonice. Şi aceasta independent de aplicaţiile lor[12].

Ceea ce ne interesează acum este de a trata despre conexiunile între matematică şi realitatea ce ne înconjoară, studiată de ştiinţele realului. Deci problema constă în a descrie relaţiile existente între structurile matematice şi lumea concretă în care suntem cufundaţi; altfel spus, este vorba de a descrie natura matematicii aplicate. (Nimic nu ne împiedică să considerăm logica şi matematica *per se*; dar putem analiza, de asemenea, aceste ştiinţe din punctul de vedere al aplicaţiilor lor; în special logica, întrucât ea oferă structurile raţionamentului valid, permiţând trecerea de la premise adevărate la concluzii adevărate).

Matematica se aplică bine la realitate datorită faptului că este astfel constituită astfel încât ne permite să captăm anumite invariante ce apar în relaţiile noastre cu realitatea. În cazurile cele mai simple, aceasta se explică prin faptul că structurile matematice constituie abstracţii ale unor situaţii reale. Există două moduri de a aplica matematica la realitate: direct sau indirect.

Aplicaţia directă este cea în care nişte situaţii reale sunt cazuri particulare ale unor structuri matematice. Astfel, faptul că 2 oameni plus 2 oameni formează un grup de 4 oameni rezultă din aplicarea directă a unei legi aritmetice: $2 + 2 = 4$. În conformitate cu experienţa şi intuiţia noastră, obiectele uzuale se comportă în aşa fel încât satisfac legile aritmetice. Acest lucru pare evident în ceea ce priveşte proprietăţile aritmetice (şi cele geometrice) simple ale obiectelor concrete. Într-un anumit mod, vedem apărând în aceste obiecte şi în interrelaţiile lor, anumite structuri logico-matematice care ne sunt familiare. Totul se petrece ca şi cum aceste obiecte *participă* la structurile platonice ale ştiinţelor formale.

Cu toate acestea, lucrurile nu sunt chiar atât de simple. Cele mai importante aplicaţii matematice sunt aplicaţiile indirecte. Astfel, atunci când în fizică se acceptă că timpul este continuu (în sensul tehnic al cuvântului) sau când se sistematizează o mare parte a realităţii cu ajutorul formalismului mecanicii cuantice, cu greu s-ar putea pretinde că percepem în experienţa noastră (sau în realitate) toate caracteristicile abstracte inerente continuului matematic sau formalismului cuantic.

Dacă, în cazul aplicaţiilor directe, situaţia reală constituie, informal vorbind, un *model* al teoriei matematice utilizate, nu acelaşi lucru se

---

[12] Despre platonism, se va mai putea consulta D.A. Gilles, «Intuitionism versus platonism: a 20th century controvercy concerning the nature of numbers», în *From Scientific to Philosophical Controversies*, editat de Fernando Gil, Fragmento, 1990, pp. 229–314.

întâmplă cu aplicaţiile indirecte. În acest ultim caz, se *substituie* o teorie matematică *T* unei situaţii concrete *S*; se obişnuieşte atunci să se spună că *T* este un *model* al lui *S*, deşi terminologia este ambiguă. În cazul în care s-ar insista să se folosească această terminologie, ar trebui observat că în cazul aplicaţiilor directe avem modele (aproximative) ale teoriilor matematice utilizate, în timp ce în cazul aplicaţiilor indirecte, pentru a se prezenta situaţia *S* se recurge la o teorie *T* care poate fi calificată drept model sintactic al lui *S*. În rezumat: în cazul aplicaţiilor directe, situaţia *S* reprezintă un model, în sens semantic, al teoriei *T* folosite; în cazul aplicaţiilor indirecte, se substituie *T* lui *S*, şi *T* este o idealizare a lui *S*.

În aplicaţiile indirecte, teoria *T* este asociată situaţiei *S* înainte de toate datorită faptului că ea serveşte drept intermediar pentru a face previziuni. Să examinăm două exemple de aplicaţie indirectă:

1. În atomul lui Bohr, se combină teorii incompatibile: mecanica clasică, electromagnetismul lui Maxwell şi teoria cuantică. În mod evident, atomul de hidrogen nu pare a fi, strict vorbind, un model al teoriei lui Bohr.

2. Mecanica cuantică *standard* are drept modele sistemele de particule; dar pare mai rezonabil să spunem că ea se află în legătură cu particulele numai dintr-un punct de vedere experimental (interpretarea de la Copenhaga).

În aplicaţiile indirecte există, aşadar, o mare marjă de libertate în alegerea unui model sintactic determinat. Aceasta explică faptul că logica are un anumit caracter normativ, ceea ce se opune, aparent, realismului ştiinţific asumat aici. Într-adevăr, dacă legile logicii exprimă relaţii reale, cum se poate explica faptul că, practic, nici o situaţie din ştiinţă nu pare a ne incita să acceptăm un sistem logic unic bine definit? Explicaţia rezidă în mare parte în caracterul idealizat al modelelor sintactice care joacă rolul de substitute, pentru că există un mare număr de parametri a căror alegere nu este determinată. În alegerea finală intervin criterii pragmatice, ca simplitatea, familiaritatea etc. Rolul principiilor pragmatice este, o dată în plus, adus în prim plan. În cazul aplicaţiilor directe nu mai există o aşa de mare libertate de alegere; pentru sistematizarea proprietăţilor aritmetice uzuale ale obiectelor reale, ar fi inadmisibil să se utilizeze o aritmetică în care 2 + 2 să nu facă 4 sau nişte structuri logice foarte îndepărtate de structura clasică. Cu toate acestea, este clar că nu există aplicaţii directe pure (există întotdeauna o idealizare) şi nici aplicaţii indirecte complet arbitrare.

Structurile matematice se aplică realităţii în măsura în care ele reflectă anumite *trăsături* ale acesteia, fie direct, fie indirect. Mai ales în

aplicațiile indirecte obiectele abstracte ale matematicii apar ca elemente de sistematizare introduse în științele realului. Din aceste observații putem extrage încă un argument în favoarea realismului în știință, fie că este vorba de științele formale sau de cele factuale.

Principiile pragmatice ale rațiunii ne asigură că logica are un caracter normativ care reglează alcătuirea contextelor științifice (și raționale) în general. Cu toate acestea, argumentația în favoarea realismului garantează că normele logice nu sunt total arbitrare, deoarece depind în parte de realitate.

În rezumat, legile logice constituie normele ce reglează contextele raționale, dar reproduc, de asemenea, între anumite limite, relațiile extrem de generale valabile în realitate sau în experiență. Rațiunea constitutivă construiește – dacă putem spune așa – realitatea, sprijinindu-se pe real, care oferă elementele necesare funcționării rațiunii operative. Deși sunt constituite de rațiunea constitutivă, categoriile raționale exprimă într-un anumit mod, direct sau indirect, mediat sau nu, caracteristicile lumii reale.

Notă asupra dialecticii

În secțiunea precedentă am ajuns la concluzia că nu există, cel puțin pentru moment, dovezi suficiente care să poată garanta existența unor contradicții reale. În general, așa cum am văzut, contradicțiile sunt rezolvate recurgându-se la diferite expediente, astfel încât la nivelul contextelor științifice logica clasică domină fără probleme. Dar dacă aceasta este situația astăzi în știință, nu avem motive temeinice să credem că același lucru este adevărat în mod necesar pentru raționalitate în ansamblul ei. Mai mult: știința viitoare își va schimba probabil poziția. Pentru a ne apăra punctul de vedere, vom face apel la dialectică (în tradiția lui Hegel, Marx și a continuatorilor lor).

În secțiunea precedentă am afirmat că adepții dialecticii nu ne oferă nici o demonstrație convingătoare cu privire la existența unor contradicții reale. Nu vom examina în detaliu această chestiune; vom remarca doar că majoritatea oamenilor de știință, în special fizicienii, chimiștii și biologii, nu văd cu ochi buni jargonul dialectic. Aceasta deoarece dialectica este expusă, în general, într-un mod neștiințific (în opoziție cu ceea ce cred partizanii ei), ca și cum ar fi vorba despre un act de credință. Adepții săi nu se preocupă să treacă presupozițiile fundamentale și marile legi ale dialecticii (unitatea contrariilor, negarea negației și transformarea cantității în calitate) prin filtrul analizei și al reconstrucției formale.

Recent s-a dezvoltat, totuși, o mișcare sistematică având scopul de a preciza doctrina dialectică. Este surprinzător că, în urma analizelor,

concepţiile dialectice s-au dovedit justificabile, în special posibilitatea existenţei unor contradicţii reale, chiar dacă totul nu este pe deplin concludent.

Unul dintre principiile fundamentale ale dialecticii este acela al unităţii contrariilor. Acest principiu a fost studiat de McGill şi Parry[13], care l-au supus unei analize interesante, mai ales prin diferenţierea a şase forme ale acestui principiu. Pentru noi sunt importante aici doar a cincia şi a şasea formă, pe care le vom nota cu I şi II:

I. În orice continuu concret, temporal sau nu, există o regiune intermediară între două proprietăţi alăturate şi opuse A şi $\neg A$, adică o parte a continuului unde nu este adevărat că totul este A sau $\neg A$.

II. În orice continuu concret, există o regiune unde ceva este atât A cât şi $\neg A$.

În I şi II, A şi $\neg A$ denotă proprietăţi *contrare*. Astfel, principiile I şi II ne spun că între două proprietăţi contrare oarecare (în condiţii normale, adică în afara regiunii intermediare, ele nu sunt adevărate simultan despre acelaşi obiect, deşi pot fi simultan false), sau între două proprietăţi contradictorii A *şi* $\neg A$ (în condiţii normale, ele nu sunt nici simultan adevărate, nici simultan false) există o regiune unde avem:

$$\exists x\left(A(x) \wedge \neg A(x)\right) \text{ şi } \exists x \neg\left(A(x) \vee \neg A(x)\right);$$

în cazul în care A şi $\neg A$ sunt proprietăţi contradictorii, propoziţiunile următoare sunt adevărate în regiunea respectivă:

$$\exists x\left(A(x) \wedge \neg A(x)\right) \text{ şi } \neg\exists x\left(A(x) \vee \neg A(x)\right).$$

Deci în regiunea intermediară există o derogare de la legile terţului exclus şi contradicţiei. De exemplu, într-un continuu de culoare mergând de la roşu R până la o culoare care nu este roşu, $-R$, există o zonă unde figurează anumite culori despre care nu se poate pretinde că ar fi roşu sau nonroşu. Este clar faptul că extensiunea zonei poate fi redusă prin perfecţionarea criteriilor ce ne permit să ştim dacă o culoare este roşu sau nu. Cu toate acestea, dacă ne amintim că, prin natura sa, continuul de aplicabilitate al unui criteriu posedă la rândul său o zonă de indeterminare, se constată imposibilitatea de a garanta, în principiu, că regiunea dintre roşu şi nonroşu poate fi eliminată în întregime. A presupune contrariul înseamnă a accepta implicit ceea ce numim postulatul supremaţiei logicii clasice

[13] V.J. McGill şi W.T. Parry, «The unity of opposites: a dialectical principle», *Science and Society*, 12 (1948), 418–444.

(prescurtat *PS*). Or, aşa cum încercăm să scoatem în evidenţă în ansamblul acestei lucrări, *PS* nu posedă nici un justificativ *a priori*. Totul arată că *PS* are mai multe şanse să fie fals decât adevărat.

Pe de altă parte, se pune următoarea întrebare: zona inerentă oricărui predicat real, monadic sau nu, rezultă oare din impreciziile limbajului (ambiguitate) sau din factori obiectivi, adică din realitate? Cu alte cuvinte: avem de-a face cu un vag obiectiv sau cu un vag subiectiv? Credem că este vorba de un fenomen mixt care rezultă simultan din factori reali şi din caracteristici ale subiectului gânditor. Fără a intra în amănunte, să insistăm asupra unuia dintre aspectele problemei: pare evident că structura enunţurilor atomice are un oarecare substrat real. Pe de altă parte, predicatele şi obiectele, în ceea ce au ele mai general, sunt produse ale raţiunii constitutive: sunt categorii raţionale; mai mult, noi suntem cei ce definim diferitele tipuri de culori şi, în general, predicatele ce ne interesează, ca fundament al realului. Procesul de măsurare a mărimilor fizice, de pildă, arată foarte bine natura acestor mărimi: lor le corespunde fără nici un dubiu ceva real. Totuşi, dacă vom măsura de mai multe ori aceeaşi mărime, nu vom obţine, în general, acelaşi rezultat şi, în final, vom face apel la teoria erorilor pentru a obţine valoarea cea mai probabilă care, în ultimă instanţă, va constitui o definiţie riguroasă a valorii «reale» a mărimii.

Avem impresia că în universul subatomic nu există zona de indeterminare şi că nici o regiune nu este normală.

În zona de indeterminare a oricărui predicat real *P* există derogare de la legea terţului exclus şi nu este posibil să se aplice corect *P* sau negaţia sa. Deoarece criteriile de aplicabilitate ale lui *P* şi $-P$ au, la rândul lor, o zonă de indeterminare, nu este exclus *a priori* nici ca principiul contradicţiei să nu fie valabil. Pe lângă aceasta, dacă acceptăm la nivelul zonei indeterminării anumite legi uzuale, ca legile lui De Morgan, derogarea de la legea terţului exclus atrage după sine anularea principiului noncontradicţiei.

În rezumat, principiul unităţii contrariilor contribuie la a face foarte probabilă existenţa unor contradicţii reale. Problema fundamentală este însă următoarea: este potrivit oare să continuăm a ignora zona de indeterminare şi semnificaţia ei pentru logică în contextele ştiinţifice, folosind doar logica clasică, sau este preferabil să explicităm existenţa acestei zone şi s-o explorăm, recurgând la logici noi (paraconsistente)? În mod natural, numai evoluţia ştiinţei în unitatea ei ne va permite să răspundem la această întrebare. Dar înainte de orice trebuie să verificăm dacă o *logică dialectică* (paraconsistentă) incorporând formulările I şi II ale principiului unităţii contrariilor, există şi este operaţională pentru contextele ştiinţifice.

Cercetările asupra acestui aspect se află abia la început și nu putem decât să trimitem cititorul la lucrările pertinente[14].

Observații asupra constructivismului

La începutul acestei secțiuni am lăsat de o parte matematica constructivă (intuiționismul, operaționalismul – constructivismul lui Bishop,...). Am procedat astfel din mai multe motive:

1. Expunerea precedentă asupra naturii matematicii nu ar fi valabilă în cazul în care am adopta, la nivelul disciplinelor formale, o atitudine constructivistă restrânsă.
2. Știința actuală utilizează substanțial matematica tradițională; dacă ne-am limita la constructivismul în matematică, am mutila toate științele (aceasta nu înseamnă că în viitor nu se va putea produce o schimbare radicală și că nu se va renunța la orice metodă non-constructivă).
3. Nu există o teorie a științei suficient de elaborată și dezvoltată, bazată pe un tip de matematică constructivă. Însăși fundarea fizicii pe matematica intuiționistă pune unele probleme nerezolvate încă[15].
4. Constructivismul însuși pune deja în joc anumite idealizări și, înainte de a încerca să-l folosim sistematic în reformularea științelor, ar fi de dorit să știm în ce măsură el nu ne angajează la entități abstracte.

Constructivismul este foarte pertinent *pentru* matematică, însă în virtutea argumentelor prezentate, tragem concluzia că el nu înglobează *toate* matematicile. Mai mult, știința actuală nu se restrânge la utilizarea unică și exclusivă a matematicii constructive; iată un adevăr care, pentru filosoful științific distruge, cel puțin pentru moment, legitimitatea oricărei tentative de limitare a metodelor matematice în științele cu metode constructive.

---

[14] Pe lângă articolul lui McGill și Parry, se va consulta: N.C.A. da Costa și R.G. Wolf, «Studies in paraconsistent logic I: the dialectiacal principle of the unity of opposites», *Philosophia*, 9 (1980), pp.189–217 și «Studies in paraconsistent logic II: quantifiers and the unity of opposites», *Revista Colombiana dew Matematicas*, 19 (1985), pp.59–67.

[15] Vezi din curiozitate H. Putnam, «What is mathematical truth?», articol ce face parte din lucrarea deja citată *Mathematics, Matter and Method*; și D.A. Gilles, «Brouwer's philosophy of mathematics», *Erkenntnis*, 15 (1980), pp.105–126.

V. Relativitatea logicii

În ceea ce priveşte semnificaţia reală a legilor logice, există două curente: absolutismul şi relativismul.

Pentru absolutist, legile logice sunt invariabile, absolute, independente de timp, de loc, de dezvoltarea culturală sau de orice altă circumstanţă. Este clar faptul că pot exista diferenţe de detaliu între formulările unicului sistem adevărat de logică, dar ele nu au nici un sens profund. Absolutismul are toate atributele concepţiei dogmatice descrise în prima secţiune a primului capitol. Aristotel, de pildă, face parte dintre absolutişti; Gödel, de asemenea.

Relativiştii, dimpotrivă, adoptă o poziţie diferită. Ei cred că legile logice nu sunt absolute; ele se constituie în funcţie de numeroşi factori, cum ar fi regiunea obiectivă la care se aplică logica sau în funcţie de condiţiile pragmatice (simplitate, comprehensibilitate...); este posibil, în principiu, ca două sau mai multe sisteme logice să dea acelaşi rezultat când sunt utilizate în sistematizarea contextelor raţionale (de exemplu, rezultatele sunt practic aceleaşi pentru organizarea ştiinţei, fie că se utilizează teoria tipurilor sau teoria mulţimilor). S-ar părea că relativismul se identifică cu poziţia dialectică, aşa cum am definit-o anterior; dar este o impresie falsă, după cum vom vedea.

Principalele versiuni ale absolutismului sunt realismul şi psihologismul absolute. În primul caz, logica este absolută, căci ea reflectă ordinea unică şi universală care guvernează entităţile abstracte (universaliile) şi obiectele concrete ale realităţii ce ne înconjoară. Oricum, ordinea nu există decât datorită faptului că există universalii de un anumit gen (clase, relaţii, propoziţii...) care explică şi justifică validitatea logicii. Dacă universaliile pot exista independent de obiectele concrete, avem platonismul absolut. Pentru psihologismul absolut, logica este absolută întrucât ea calchiază legile gândirii valide, care este unică.

Concepţia dialectică, aşa cum am apărat-o în această lucrare, face clar parte dintre tendinţele relativiste. Un alt curent relativist este convenţionalismul, conform căruia legile logicii sunt pure convenţii sau norme ce servesc la a coordona limbajul şi contextele raţionale, şi care sunt lipsite de substanţă reală; principiile logice nu sunt în fond decât convenţii lingvistice. Aceasta scoate în evidenţă diferenţa între convenţionalism şi poziţia dialectică, conform căreia logica are, măcar în parte, un conţinut care nu este arbitrar.

Pentru noi, realismul şi platonismul absolute, precum şi convenţionalismul sunt nişte concepţii dogmatice; poziţia dialectică, aşa cum am caracterizat-o noi, constituie o formă de relativism. Fără a fi prea riguroşi, putem spune că Nagel[16] este convenţionalist, iar al doilea, Łukasiewicz[17], realist absolut, unii tomişti, psihologişti absoluţi iar Quine[18], relativist (fiind partizanul unui anumit pragmatism, decurge de aici că este relativist).

Astfel, concepţia dialectică despre logică este de factură relativistă nondogmatică. Dogmatismul nu este însă incompatibil cu relativismul, cum s-ar putea crede la prima vedere[19]. De exemplu, pentru noi, un relativism care ar susţine că există două şi numai două logici, una cuantică pentru microobiecte şi o alta clasică pentru macroobiecte, fără nici o altă posibilitate, ar fi un relativism dogmatic.

E timpul să vorbim puţin mai mult despre principiile pragmatice ale raţiunii. Să începem prin a reaminti câteva noţiuni definite deja:

1. Referitor la un sistem logic *L*, în general logica clasică, inferenţele valide conform lui *L* sunt numite deducţii (sau, mai exact, *L*–deducţii).

2. Inferenţele ce pot face obiectul unei codificări în *L*, dar care nu sunt valide în acest sistem, se numesc inducţii (sau, mai exact, *L*–inducţii).

O condiţie fundamentală pentru ca o inferenţă care nu este validă în *L* să facă parte din *L*–inducţii este ca ea să fie *bine determinată*, să fie o *formă* perfect clară (şi să aibă o anumită demnitate logică).

Se ştie că principiile fundamentale ale ştiinţei nu se obţin prin inducţie în sens strict, adică prin intermediul unor inducţii codificate de categoriile logicii clasice[20], nici de vreun alt sistem logic obişnuit. Pe de altă parte, pare la fel de evident că categoriile logice fundamentale şi legile lor nu se bazează pe inducţia strictă, altfel am avea un cerc vicios.

---

[16] E. Nagel, «Logic without ontology», articol reprodus parţial în culegerea *Readings in Philosophical Analysis* de H. Feigl şi W. Sellars, Appleton – Century – Crofts, New York, 1949, pp. 191–210.

[17] J. Lukasiewicz, «In defense of logistic», în ediţia lui Borkowski, pp. 236 şi următoarele.

[18] Se va consulta de exemplu introducerea la *Methods of Logic*.

[19] Pentru o tratare diferită a temei din această secţiune se va consulta ultimul capitol din *Many – Valued Logic* de Rescher.

[20] Cu privire la inducţia informală aşa cum o concepem noi, vezi cartea lui G.T. Kneebone, *Mathematical Logic and Foundations of Mathematics*, van Nostrand, Londra, 1963, unde autorul dezvoltă idei similare cu ale noastre (deşi foloseşte o terminologie diferită).

Astfel, aşa cum am subliniat deja în secţiunea 5 din capitolul 2, fundamentele logicii ridică o problemă extrem de pertinentă: această ştiinţă este construită, cel puţin la bază, printr-un anumit procedeu informal ce nu poate fi caracterizat în termeni logici. Dar un astfel de fapt nu scoate oare în evidenţă precaritatea justificării principiilor pragmatice prezentată aici? N-ar putea exista o justificare a aceloraşi principii, alta decât cea pe care am prezentat-o?

Credem că răspunsul la cele două întrebări este negativ. Într-adevăr, principiile pragmatice nu se justifică decât pragmatic. Este vorba de o justificare pragmatică *transcendentală*: fără ele nu există raţionalitate. Astfel, aceste principii se justifică în ultimă instanţă prin ele însele (argumentele de tip pragmatic în favoarea lor o arată clar). În consecinţă, deducţia şi inducţia nu pot fi justificate decât într-un singur fel: pragmatic şi transcendental. Iar acest lucru apare şi mai clar dacă observăm că inducţia nu constituie pur şi simplu un mecanism de generalizare; ea poate fi identificată mai degrabă cu o formă de creaţie, de inspiraţie, aducând în prim plan proximitatea dintre ştiinţă şi artă.

Concepţia dialectică despre logică ar putea oferi, de asemenea, o soluţie pentru problema clasică a inducţiei. Acesta este încă unul din meritele sale[21].

Dispunem în prezent de elementele necesare pentru a răspunde la cele cinci întrebări despre logica paraconsistentă formulate mai sus:

1. Există pentru moment puţine domenii ştiinţifice nonformale unde logica paraconsistentă se aplică sistematic, înlocuind logica clasică[22].

2. În stadiul actual al ştiinţei, nu se ştie dacă universul este sau nu consistent în sens strict, adică dacă există contradicţii reale (am lămurit această noţiune).

---

[21] Vezi următoarele lucrări: N.C.A. da Costa «Pragmatic probability», *Erkenntnis*, 25 (1986), pp. 141–162; «An outline of a system of inductive logic», *Teoria*, 7 (1987), pp. 3–13; *Logica Indituva e Probabilidade*, Hzcitec, Sao Paolo, 1994.

[22] Cu toate acestea, recent, mai multe aplicaţii ale logicii paraconsistente la informatică şi la inteligenţa artificială s-au dovedit a fi fructuoase: N.C.A. da Costa şi V.S. Subrahmanian, «Paraconsistent logics as a formalism for reasoning about inconsistent knowledge bases», *Artificial Intelligence in Medecine*, I, (1989), pp. 167–174; N.C.A. da Costa, L.J. Henschen, J. Lu şi V.S. Subrahmanian, «Authomatic theorem proving in paraconsistent logics: theory and implementation», în *10th International Conference on Automated Deduction*, editat de M.E. Stickel, Springer, 1990, pp. 72–86.

3. Logica nu dispune ea însăşi de mijloacele necesare pentru a decide dacă există în lume contradicţii reale. Acestea din urmă nu pot fi confirmate sau respinse experimental, prin metoda ştiinţifică[23].

4. Cunoaşterea este posibilă, chiar dacă universul este inconsistent.

5. Principalul motiv invocat, de obicei, pentru a insista asupra consistenţei teoriilor ştiinţifice rezidă în faptul că se presupune că prezenţa contradicţiilor invalidează orice teorie. Dar o astfel de argumentaţie este astăzi depăşită datorită existenţei logicilor paraconsistente. Există şi alte motive de natură pragmatică, cum ar fi simplitatea şi tradiţia, pe care doar timpul le va putea învinge.

[23] Cu privire la consistenţa universului, vezi N. Rescher, *The Primacy of Practice*, Basil Blackwell, oxford, 1973, capitolul V, unde este apărată o poziţie diferită de a noastră. Discuţia lui Reischer este interesantă, evocând probleme precum relaţia între teoria lui Everett–Wheeler şi consistenţa lumii, justificarea kantiană a principiului contradicţiei şi semnificaţia lumilor cvasi–inconsistente ale lui Borges.

4 intuiţie şi discurs

1. Problema intuiției în logica matematică

În secţiunea 8 din primul capitol am vorbit despre intuiţia în matematică (şi în logică, conform poziţiei noastre), insistând asupra faptului că în disciplinele formale intuiţia nu poate fi decât o cunoaştere raţională, nemijlocită şi directă. Mai mult, argumentaţia noastră ne-a dus la concluzia că în aceste discipline nu există intuiţie materială, ci doar o intuiţie formală practicată prin intermediul codificării axiomatice. Şi tot din perspectiva celor spuse până acum, credem că ne putem îndoi de intuiţia formală, întrucât ea constituie, în ultimă instanţă, unul din aspectele funcţionării raţiunii; aceasta din urmă nu ar exista fără cea dintâi. Raţiunea nu poate opera decât în mod mijlocit, întemeindu-se pe date intuitive. De aici, rolul crucial al principiului constructiv al raţiunii, fără de care nu ar fi posibile cele mai elementare procese semiografice şi, în consecinţă, nici logica şi nici matematica.

Din citatele lui Heyting prezentate în secţiunea în cauză, tragem o altă concluzie, întărită de analiza logicii intuitive: construcţiile intuiţioniste sunt idealizate. Deci, în opoziţie cu ceea ce cred brouwerienii, pentru a le putea studia sistematic trebuie să recurgem la limbaj şi la metoda axiomatică. Dacă negăm acest lucru suntem condamnaţi să admitem o anumită formă de intuiţie materială în matematică fiind confruntaţi cu misterele anumitor fiinţe ideale, reale, care nu constituie propriu-zis creaţii, construcţii ale matematicianului în carne şi oase. În consecinţă, o altă concluzie se impune: intuiţia raţională a matematicii intuiţioniste este în esenţă aceeaşi cu cea a matematicii în general, fie ea intuiţionistă sau nu. Astfel, în propria noastră formulare a principiului constitutiv al raţiunii, referinţa la aritmetica

şi la logica intuiţionistă nu ne angajează faţă de nici o doctrină a şcolii lui Brouwer. (În prezent trebuie să fie clar că acceptăm matematica aşa cum este şi nu cum ar dori anumite curente să fie ea. Matematica şi logica actuale nu pot fi închise între limitele înguste impuse de brouwerieni; deci, aceştia din urmă nu oferă o justificare completă şi satisfăcătoare a tezei lor).

Aşa cum am observat deja, intuiţia în logică şi matematică este fără încetare lucrată, dialectizată. Valoarea sa nu rezidă numai în evidenţă, claritate sau distincţie, ci în repetiţie şi în confruntarea sa cu critica dialectică. Utilizarea sa o face să fie mai fină şi mai demnă de încredere. Iar universalitatea intuiţiei se stabileşte ca una dintre componentele universalităţii raţiunii.

Ajunşi în acest punct, trebuie să subliniem că activitatea fundamentală a raţiunii nu se reduce la demonstraţie. Dimpotrivă, aşa cum arată, de exemplu, teoremele incompletitudinii, limitările formalismului nu sunt limitări ale raţiunii. Formalismele sunt utilizate de raţiune, dar ceea ce este valabil pentru formalişti nu se aplică în mod necesar raţiunii. Iar una din forţele graţie căreia raţiunea se eliberează din ghearele formalismului este intuiţia. În cazul primei teoreme a lui Gödel vedem, informal şi intuitiv, că enunţul indecidabil este adevărat. La drept vorbind, nu există nici o propoziţie care să fie, în principiu, indecidabilă pentru raţiune.

Cele afirmate referitor la intuiţia brouweriană se aplică, *mutatis mutandis*, intuiţiei ultraintuiţioniste: ea nu diferă, ca natură, de cea folosită uzual în matematică, deşi este puţin mai specifică: intuiţia lui 15 este la fel de idealizată ca aceea a lui 10^{10}. Apare însă o întrebare: Ar putea fi întemeiate logica şi matematica pornind de la o formă neidealizată a intuiţiei, de exemplu, o intuiţie sensibilă, externă sau internă? Cu alte cuvinte, ar putea intuiţia matematică, în sensul dat de noi acestui termen, să fie legitimată de o intuiţie sensibilă, aşa cum par a crede ultraintuiţioniştii? Astfel pusă, această întrebare nu poate primi decât un răspuns negativ. Cert este că în construcţiile ultraintuiţioniste nu este întotdeauna uşor să deosebim intuiţia sensibilă de intuiţia raţională, astfel încât nu putem şti dacă fundamentele sale au un caracter sensibil, raţional sau ambele. Cu toate acestea, chiar dacă ultraintuiţionismul ar reduce întreaga problemă a fundamentelor matematicii la aceea a intuiţiei sensibile, acest lucru nu ar însemna că intuiţia raţională este lipsită de interes şi de importanţă; ar fi vorba doar de o descoperire ce pune în relaţie diferite tipuri de structuri intuitive[1].

---

[1] După cum se ştie, Kant a încercat să întemeieze matematica cu ajutorul unui anumit tip de intuiţie. Concepţia sa pare astăzi depăşită (vezi totuşi J.-Y. Béziau, «La critique schopenhauerienne de l'usage de la logique en mathématique», *O che nos faz pensar*, 7 (1993), 81–88). Intuiţionismul este adesea considerat ca o continuare a kantianismului, deşi după cele spune de noi această poziţie pare greu de apărat. S-ar putea ca adevăraţii epigoni ai lui Kant să fie ultraintuiţioniştii.

În rezumat: ştiinţele formale se întemeiază, în parte, pe o anumită formă de intuiţie raţională şi formală, care se sprijină pe sistematizarea axiomatică. Nu se ascunde aici nici un mister dacă considerăm că raţiunea se descompune în doi vectori, şi anume: nemijlocitul (intuitiv) şi mijlocitul (discursiv). Iar nici un discurs nu poate exista fără intuiţie, după cum nici o mijlocire nu poate exista fără un dat nemijlocit.

Scolie referitoare la filosofia ştiinţei

Este posibil acum să mai clarificăm câteva aspecte ale metodei utilizate în filosofia ştiinţei. În ceea ce priveşte teoria ştiinţei, mai ales, ea se sprijină pe doi stâlpi:

1. raţiunea,

2. experienţa ştiinţei, aşa cum este ea realizată în realitate.

Deci, în examinarea ştiinţei nu ne putem sprijini decât pe aceste principii şi pe elementele oferite de cercetarea ştiinţifică însăşi. Astfel, dat fiind că nu există nici o evidenţă vădită a existenţei unei intuiţii materiale, nu este licit să o admitem în teoria ştiinţei. Pe de altă parte, argumentele raţionale ne permit să vedem că admiterea unor obiecte abstracte conferă o mare putere explicativă celui ce încearcă să înţeleagă natura logicii şi a matematicii. Deci tragem concluzia că realismul este perfect ştiinţific, din moment ce nu este incompatibil, *per se*, cu filosofia ştiinţei. Dimpotrivă, formele clasice de platonism nu corespund spiritului filosofiei în discuţie. Aceasta se întemeiază numai pe raţiune şi pe metode de analiză cum ar fi modelele ipotetice, recursul la ştiinţele realului, în special la critica istorică. (Este posibil ca orice metodă admisibilă să facă parte dintre cele pe care tocmai le-am citat). Deci înţelegem acum mai bine, pe măsură ce ne apropiem de sfârşitul acestei lucrări, sensul cercetărilor noastre, mai ales al metodei folosite care, după ce a fost conceptualizată în Introducere, a fost pusă la încercare în corpul textului. Când criticăm, de exemplu, o concepţie dată ca fiind prea speculativă, o facem în acelaşi sens ca fizicianul: el constată faptul că trebuie să caute ceva mai pozitiv, mai comun.

Scolie asupra inspiraţiei în ştiinţele formale

Când am vorbit în primul capitol despre principiul constructiv al raţiunii, am menţionat faptul că termenul «intuiţie» are o semnificaţie determinată, corespunzătoare inspiraţiei. Poincaré a insistat asupra importanţei intuiţiei, concepută în acest sens, pentru matematică, definind-o ca «acel sentiment de ordin matematic care ne face să ghicim armonii şi relaţii ascunse»[2]. Nu încape nici o îndoială că inspiraţia se află la originea evoluţiei

---

[2] H. Poincaré, *Science et Méthode*, Flammarion, Paris, p. 47.

ştiinţelor formale, însoţită, evident, de alţi factori. Fără ea nu ar exista, poate, niciodată revoluţii fecunde şi descoperiri care să marcheze o epocă. Experienţa psihologică cotidiană a matematicianului confirmă tacit rolul său în creaţie: în general, ghicim ceea ce se va produce tocmai printr-un act de inspiraţie, de adevărată *iluminare*, lăsând apoi raţiunii şi logicii sarcina de a stabili ce anume a fost perceput graţie inspiraţiei.

Poate datorită faptului că inspiraţia este un fenomen comun suntem puşi adesea în situaţia de a admite că există în matematică un anumit tip de intuiţie materială, raţională sau nu, care ne *permite să vedem* ce se petrece în domeniul entităţilor abstracte şi să le percepem poate chiar esenţa. Dacă toate acestea s-ar întâmpla, distincţia stabilită între intuiţie, aşa cum am definit-o noi, şi inspiraţie, ar contribui la coroborarea tezei că în matematică şi în logică nu există intuiţie materială.

Din punct de vedere psihologic, se pare că nu poate exista matematică fără inspiraţie; este însă evident faptul că, din punct de vedere logic, ştiinţele formale şi inspiraţia sunt independente.

II. Criteriul adevărului în ştiinţele formale

Aşa cum l-am folosit în această carte, conceptul de adevăr nu poate fi definit riguros la nivelul limbajului comun. Aceasta se datorează, între altele, faptului că limbajul comun nu are o structură precisă: pe lângă aceasta, datorită faptului că este închis din punct de vedere semantic, putem vorbi despre contrapartea sa semantică, iar dacă dăm dovadă de lipsă de prudenţă, ajungem la aporii. Chiar dacă sunt introduse *ad hoc* norme logice nonclasice, nu putem spune că problema a fost rezolvată. Am discutat deja despre toate acestea mai înainte.

În ultimă instanţă, noţiunea de adevăr – în sensul de corespondenţă – are o anumită utilitate în limbajul comun, dacă ne limităm la unele dintre părţile sale. Este cazul, de exemplu, atunci când vorbim, în limbajul comun, despre o disciplină formală particulară sau despre un sistem logic dat; corect constituit, limbajul comun poate fi folosit ca metalimbaj al acestei discipline sau al acestui sistem. Când ne referim aici la metalimbajul unei discipline sau al unui sistem, îl concepem ca un tot, în dimensiunile sale sintactice, semantice şi pragmatice, incluzând chiar fragmente din propriul său metalimbaj. Să precizăm cele spuse mai înainte:

Fie L un sistem logic sau o disciplină formală oarecare şi M_L metalimbajul (formal sau informal) al lui L. Presupunem că este posibil să tratăm

în M_L despre cele trei dimensiuni ale lui L, și anume: *sintaxa*, *semantica* și *pragmatica*. Întrebările teoretice și metateoretice referitoare la L sunt, așadar, formulabile în metalimbajul lui L, adică în limbajul M_L. Numim M metalimbajul limbajului M_L, presupunând faptul că el este structurat informal pornind de la limbajul *natural* prevăzut, eventual, cu anumite noțiuni suplimentare. Deci, la acest nivel, dacă M nu este prea complicat, putem vorbi de adevărul enunțurilor lui M (sau măcar al celor ce sunt relativ evidente): acest lucru este întotdeauna posibil dacă în elaborarea lui M evităm să recurgem la metode matematice care nu se află sub imperiul principiului constitutiv al rațiunii. Este clar, de asemenea, că nu-l putem slăbi pe M în aceeași măsură în care îl întărim M_L.

Problema legitimității propozițiilor lui L și M_L se reduce, în mod normal, la chestiunea adevărului informal al enunțurilor lui M. Să dăm câteva exemple:

1. Să presupunem că în sistemul logic S se demonstrează teorema t. Ce înseamnă a spune că t este o propoziție, legitimă, validă a lui S? Din punct de vedere informal, aceasta înseamnă că am demonstrat t în S, respectând strict canoanele sistemului.

2. Când vorbim de *adevărul* anumitor rezultate, nu suntem întotdeauna perfect riguroși. Astfel, să presupunem că în semantica teoriei T avem $T \models t$ unde t este un enunț al limbajului teoriei. Dar în ce sens $T \models t$ este adevărat? Trebuie ca în metalimbajul lui T să fi fost definit un concept exact de adevăr și să se fi demonstrat că $T \models t$ este adevărat referitor la definiția formală; deci nu este vorba de adevăr în sensul intuitiv și informal. Cu toate acestea, escaladând ierarhia lingvistică, problema adevărului lui $T \models t$ se transformă în problema adevărului intuitiv și informal al unui enunț determinat al unui metalimbaj adecvat.

Astfel, întrebările referitoare la *adevărul* sau la *validitatea* propozițiilor logicii sau matematicii, atunci când aceste științe sunt luate în sine, independent de aplicațiile lor, se reduc întotdeauna la niște întrebări referitoare la adevărul informal și intuitiv al enunțurilor limbajului natural (aranjat în mod potrivit); vom numi aceste enunțuri, enunțuri *elementare*. Ceva similar se produce când privim științele formale din punct de vedere al aplicațiilor lor concrete.

Din expunerea noastră rezultă imediat importanța întrebării următoare: există oare un criteriu al adevărului pentru enunțurile elementare? Adică există anumite proprietăți ale enunțurilor elementare care să ne permită să le deosebim cu certitudine de cele false?

Suntem în mod natural înclinaţi să concepem evidenţa ca pe un criteriu al adevărului pentru propoziţiile elementare. La urma urmei, nu tocmai pe evidenţă se întemeiază certitudinea enunţurilor matematicii constructive? Intuiţioniştii insistă, de altfel, asupra acestui fapt: evidenţa pare a fi un criteriu al adevărului pentru matematica constructivă.

Nu vom discuta în detaliu problema imposibilităţii de a transforma evidenţa în criteriu al adevărului[3]. Vom aminti doar faptul că, până şi la nivelul matematicii constructive, evidenţa generează anumite dificultăţi dacă este luată drept criteriu al adevărului. Într-adevăr, pentru Griss, de exemplu, folosirea negaţiei şi principiile ce o guvernează în logica intuiţionistă nu au nimic evident şi trebuie respinse. Există şi diferenţe: unii consideră anumite principii ca fiind evidente, în timp ce alţii le resping. Polemica dintre Heyting şi Freudethal cu privire la semnificaţia negaţiei în matematica intuiţionistă[4] arată, de asemenea, că evidenţa nu se poate transforma în criteriu absolut al adevărului. Dacă evidenţa ar fi un criteriu bun, nu ar exista astfel de dispute. Ea nu este, prin urmare, un criteriu infailibil al adevărului.

Deci ar trebui să facem apel la coerenţa tare (absenţă a contradicţiilor) sau slabă (non-trivialitate). Când ne situăm la nivelul propoziţiilor elementare, ele nu vor putea servi niciodată la legitimarea unui enunţ constructiv. Nici chiar la nivelul logicii şi al matematicii clasice nu are sens să se afirme, cum fac mulţi filosofi, că şi coerenţa tare constituie un criteriu al adevărului. Într-adevăr, fiind dată propoziţia *P*, ea ar fi adevărată dacă ar fi coerentă; dar se pune întrebarea: coerentă cu ce? Cu *P* însăşi sau cu alte propoziţii? Cum adevărul este un concept în mod fundamental semantic, iar coerenţa un concept mai degrabă sintactic, nu ne putem da seama în ce fel aceasta din urmă poate servi drept criteriu celei dintâi. De altfel, dacă ne gândim la cercetările lui Tarski, ne îndoim că ar exista un criteriu al adevărului în matematica clasică şi, *a fortiori*, în matematică şi în logică. Dacă un criteriu al adevărului trebuie să ofere un răspuns pozitiv sau negativ într-un număr finit de etape la întrebarea dacă o propoziţie matematică oarecare este adevărată sau nu, atunci este uşor de dovedit faptul că un astfel de criteriu nu poate exista în matematică.

Mai pot fi studiaţi şi alţi candidaţi, ca de exemplu *analiticitatea*. Însă aceasta din urmă nu dă seama de adevărul propoziţiilor din matematicile constructive, căci ar fi ridicol să pretindem că ele sunt adevărate întrucât sunt

---

[3] Vezi de exemplu S. Körner, *The Philosophy of Mathematics*, Hutchinson, Londra, 1960, capitolul 7.

[4] H. Freudethal, «Zur intuitionistischen Deutung logischer Formeln», *Compositio, Math.*, 4 (1936), 12–116; H. Heyting, «Bemerkungen zu dem Aufsatz von Herrn Freudenthal „Zur intuitionistische Deutung logischer Formeln"», *Compositio, Meth.*, 4 (1936), 117–118.

analitice; de altfel, *analiticitatea* este un concept vag, mai ales la nivelul propozițiilor elementare.

Datorită concepției dialectice a științelor formale pe care o apărăm în această lucrare, precum și în lumina celor spuse mai înainte, suntem constrânşi să susținem că nu există criterii ale adevărului în matematică.

Adevărurile logice și matematice nu se impun în funcție de un criteriu al adevărului. Dimpotrivă, ele își fac apariția în domeniul științei într-un mod istoric, din cele mai variate motive: de exemplu, pentru evidența lor, pentru fecunditatea lor sau datorită faptului că ele apar ca fiind esențiale în privința anumitor utilizări ale rațiunii. Cu toate acestea, permanența acestor adevăruri ca adevăruri, depinde de capacitatea lor de a rezista dialectizării, experiențelor gândirii, intensionale sau nu, care le pun la încercare.

Adevărul în știința formală este strâns legat de rigoare. Se acceptă propozițiile matematice riguros formulate. Cu toate acestea, rigoarea nu este un criteriu al adevărului, tocmai pentru că nu există un criteriu absolut al rigorii, deşi nu există nici logică, nici matematică fără rigoare (cf. secțiunea 3 din capitolul 1).

Rigoarea depinde de stadiul de dezvoltare al științelor formale. Modelul de rigoare al geometriei euclidiene este astăzi perimat; demonstrațiile propozițiilor fundamentale ale calculului diferențial și integral de la începuturile sale nu ar mai fi acceptate ca fiind riguroase nici măcar de debutanți. Deci, întrucât rigoarea este însăşi esența științelor formale, deducem de aici faptul că ele au o anumită dimensiune istorică, nefiind statice nici chiar în fundamentele lor; acestea evoluează și se transformă în cursul istoriei.

Cum poate fi definită rigoarea în științele formale? În mod normal, rigoarea se identifică cu metoda axiomatică. Mai exact: cu perfecta aplicare a acestei metode. O teorie logică sau matematică este riguros expusă dacă toate presupozițiile sale sunt explicitate și dacă aceste presupoziții sunt respectate în structurarea sa. Cu cât distincțiile făcute pentru clarificarea a ceea ce este presupus sau trebuie dovedit sunt mai fine și mai precise, cu atât rigoarea este mai mare. Utilizarea unor limbaje formale în logică constituie unul din exemplele tipice de procedeu folosit pentru a face o știință mai riguroasă. Rigoarea nu trebuie însă confundată cu obsesia maniacă a rigorii; astfel, știind că, în principiu, demonstrațiile disciplinelor formale pot fi reproduse în anumite limbaje artificiale, nu este necesar să utilizăm numai demonstrații formale și să rămânem la nivelul acestor limbaje. Dimpotrivă, nimic nu ne împiedică să folosim sistematic limbajul obişnuit, facilitând astfel înțelegerea cu ajutorul unor procese intuitive și informale; rigoarea se menține dacă știm cum să procedăm pentru a formaliza atunci când este cazul, ceea ce suntem pe cale să facem.

Dar există rigoare şi la nivel informal[5]. Pentru ca acest lucru să se întâmple, este necesar să fie explicitate ipotezele admise şi să se procedeze în conformitate cu ele, ceea ce necesită analiza critică preliminară a conceptelor centrale ale subiectului tratat. De altfel, întrucât matematica şi logica presupun, conform principiului constructiv al raţiunii, o anumită specie de matematică informală şi intuitivă, rezultă că este la fel de necesar să existe rigoare la acest nivel.

De-a lungul întregii istorii a matematicii s-a căutat, conştient sau nu, să se amelioreze rigoarea. Această căutare nu este doar o căutare a rigorii de dragul rigorii, oricât de importantă ar fi o astfel de căutare. Mai sunt şi alţi factori în joc: rigoarea este un element al progresului, pentru că ea fecundează şi însoţeşte intuiţia (în toate sensurile termenului). Mişcarea numită a aritmetizării analizei matematice, la care au contribuit în foarte mare măsură Abel, Cauchy şi Weierstrass, a fost în esenţă o căutare a unei rigori mai elevate; dar ea a avut drept consecinţă o renaştere a matematicii, deschizând noi perspective. Acelaşi lucru s-a întâmplat în logică, o dată cu introducerea limbajelor artificiale şi cu mecanizarea riguroasă a demonstraţiilor; fără o anumită doză de rigoare, în aparenţă excesivă, nu am fi ajuns niciodată la un rezultat ca acela al lui Gödel.

Deci nu există criterii absolute ale adevărului în ştiinţele formale. Există, dacă putem spune aşa, anumite *cvasicriterii* folosite în absenţa unui criteriu propriu-zis. Printre cvasicriteriile uzuale se numără evidenţa, claritatea, rezistenţa la dialectizare şi rigoarea. Întrucât aceasta din urmă constituie una dintre trăsăturile marcante ale metodei deductive, şi întrucât ea are aspecte istorice, constatăm că însăşi natura logicii şi a matematicii este strâns legată de situaţia lor istorică, referitoare la faza evoluţiei lor.

III. Istoricitatea raţiunii

Una din consecinţele poziţiei filosofice adoptate în această carte este aceea că în filosofia ştiinţei trebuie luată în considerare *istoricitatea ştiinţei*, respectiv, caracterul ei istoric dacă vrem să o înţelegem cu adevărat. Într-un anumit mod, în filosofia pozitivă a ştiinţei nu se poate transcende istoricitatea ştiinţei: ştiinţa nu există decât în sânul propriei sale istorii, neavând nicidecum o natură independentă de condiţiile istorice care o determină. Ştiinţa se efectuează şi se stabileşte în perspectiva istoriei sale.

---

[5] Cf. G. Kreisel, «Informal rigor».

De fapt, aşa cum o repetă cu insistenţă Enriques, ştiinţa apare în fiecare clipă ca fiind imperfectă în fiecare din părţile sale şi se dezvoltă prin *autocorecţie* şi *autointegrare*. Nu este vorba de o achiziţie fixă, la care se adaugă treptat altele; există un du-te vino de la fundamente la teoriile cele mai complexe, aici sunt corectate erorile, dincolo inconsecvenţele. Dar istoria dovedeşte, totodată, că orice teorie ştiinţifică conţine o parte de adevăr: deşi depăşită de teoria lui Einstein, mecanica newtoniană conţine, evident, părţi de adevăr; dacă i se restrânge suficient domeniul de aplicaţie, ea funcţionează, serveşte la a face previziuni corecte şi, prin urmare, ea *trebuie* să conţină o parte de adevăr – iată lecţia istoriei, care nu poate fi serios contestată. Ştiinţa este mai degrabă o luptă, o înaintare, decât un bun dobândit, cucerit, iar categoriile ştiinţifice fundamentale se modifică în decursul timpului[6].

Poziţia ştiinţifică în filosofia ştiinţei implică deci recunoaşterea realităţii dialectice a ştiinţei. Tot ce am spus este menit să demonstreze caracterul dialectic al logicii (şi al matematicii), încercând să arate astfel superioritatea concepţiei dialectice faţă de celelalte concepţii.

Logica se constituie în decursul istoriei şi nu pare deloc posibil să se prevadă vicisitudinile evoluţiei sale. Un specialist de la începutul secolului, familiarizat cu operele lui Frege, Russell şi Peano, ar fi putut cu greu prevedea transformările produse în ultimii şaizeci de ani. Nu este vorba doar de un progres în extensiune; însuşi conceptul de logicitate a fost modificat. Astăzi logicile heterodoxe au intrat cu hotărâre în scenă: nimeni nu poate prevedea până unde ne vor duce logica relevanţei, logica polivalentă, logica paraconsistentă etc. Poate că în anii ce vin concepţiile noastre vor fi răsturnate de o nouă idee a logicităţii, imposibil de imaginat pentru moment.

Pentru a confirma cele spuse mai înainte, cel mai bine este să conturăm istoria conceptului de *rigoare*. Un om cu spiritul şi corpul sănătoase nu poate susţine că rigoarea nu este istorică. O simplă examinare a logicii şi a matematicii greceşti ne arată că rigoarea de astăzi este foarte diferită de cea a grecilor. Chiar conceptul de rigoare subiacent matematicii secolului al XIX-lea, anterioară dezvoltării teoriei mulţimilor, diferă mult de cea care i-a succedat. Iar canoanele rigorii pe care le admitem astăzi nu vor mai fi, cu siguranţă, considerate rezonabile în secolul XXI. Cu privire la semnificaţia rigorii în logică şi în matematică, nu există nici un argument pozitiv care să ne permită să negăm istoricitatea acestor ştiinţe.

---

[6] Cf. F. Enriques şi G. Santillana, *Compendio di storia del pensiero scientifico*, Zanichelli, Bologna, 1936 şi *Storia del pensiero scientifico*, vol. I, Zanichelli, Bologna, 1932; F. Enriques, *Per la storia della Logica: I principie l'ordine della scienza nel concetto dei pensatori matematici*, Zanichelli, Bologna, 1922, şi *Signification de l'histoire de la pensée scientifique*.

Deci, dacă adoptăm o atitudine pozitivă, trebuie să recunoaştem caracterul istoric al ştiinţelor formale. Ne lipsesc mijloacele pentru a le determina la modul absolut, prin intermediul unor criterii atemporale. Înţelegerea profundă a acestor ştiinţe nu poate avea loc decât dacă se ia în considerare dimensiunea lor istorică. Pornind de la criteriul istoric se pot face anumite previziuni, dar astfel de previziuni nu vor fi niciodată certitudini şi nu merită să credem cu fermitate în ele.

Este desigur clar în prezent că logicitatea şi raţionalitatea nu se confundă. Astfel, istoricitatea logicii nu decurge din cea a raţiunii. Oare neposedând decât o istorie raţiunea nu este? Sau trebuie să credem că ea se menţine în mod relativ prin istorie? Nu există nici un argument pozitiv şi acceptabil din punct de vedere logic, care să ne permită să rezolvăm aceste probleme. Însă pe baza cercetărilor expuse în această lucrare, ele sunt mai uşor de abordat.

Aşa cum am definit-o în Introducere, raţiunea este facultatea de a concepe, de a judeca şi de a raţiona. Facultate înseamnă aici putere, capacitate. A concepe şi a raţiona constituie patrimoniul exclusiv al raţiunii; dar a judeca, în sensul exact al termenului, reprezintă, de asemenea, o activitate raţională. Dar atunci când inspiraţia, sensibilitatea sau o formă oarecare a intuiţiei neraţionale oferă baza judecăţii, cea care judecă este raţiunea, dat fiind că ea singură manipulează şi combină conceptele. De altfel, majoritatea utilizărilor curente ale cuvântului «raţiune» este legată de conceperea raţiunii ca facultate de a concepe, a judeca şi a raţiona; astfel, pentru a discerne mai bine şi a adopta norme raţionale de viaţă, trebuie luată în considerare raţiunea conform acestei concepţii. Mai mult, există o mulţime de reguli şi de principii care reglează folosirea raţiunii, în special aşa cum se manifestă ea în contextele raţionale. Este, de asemenea, legitim ca această mulţime de reguli şi de principii să fie numită raţiune. De fapt, atunci când ne întrebăm dacă raţiunea se transformă sau rămâne invariantă, pare mai potrivit să interpretăm această întrebare ca referindu-se la raţiune nu în calitatea sa de facultate, ci în aceea de mulţime de reguli şi principii. Astfel formulată, întrebarea are un răspuns imediat: raţiunea se modifică în decursul timpului. De exemplu, categoriile raţionale subiacente fizicii aristotelice, newtoniene şi actuale se deosebesc profund: *ipso facto*, principiile ce guvernează aceste categorii variază, de unde se poate trage concluzia că raţiunea însăşi se transformă.

Dar, şi aceasta este întrebarea importantă, există ceva consistent dincolo de transformările raţiunii? Există într-adevăr argumente pragmatice (vezi secţiunea 4 din capitolul 2), care ne obligă să admitem o anumită invarianţă a raţiunii. Iată-le:

1. Prin propria sa organizare, raţiunea satisface principiile pragmatice. Singurul mod de a le justifica este de a observa că fără ele nu există activitate raţională. Astfel, de exemplu, un context lipsit de norme care să permită sistematizarea şi alcătuirea sa este de neconceput; raţiunea, aşa cum o concepem noi, este prevăzută în mod necesar cu o logică: munca sa este reglată de canoane mai mult sau mai puţin explicite şi universal acceptate ca fiind convenabile sau adevărate. În mod analog, nu există raţiune dacă mai multe logici sunt utilizate simultan şi haotic în sânul aceluiaşi context. În fiecare situaţie căreia îi facem faţă, logica la care recurgem conform criteriilor noastre, este cea care se adaptează cel mai bine situaţiei. Astfel, principiile sistematizării, unicităţii şi adecvării apar ca fiind esenţiale pentru activitatea raţională; fără ele, raţiunea nu poate exista cu adevărat. Argumentele pragmatice ale lui Aristotel, între altele, pot fi adaptate cazului prezent, pentru a stabili principiile pragmatice ale raţiunii, însă nu vom dezvolta această chestiune deoarece cititorul a înţeles deja cum s-ar proceda în ipoteza că s-ar dori justificarea mai detaliată a principiilor discutate; ideea principală constă în a încerca să arătăm faptul că abaterea de la anumite principii duce la situaţii pragmatic absurde, de unde tragem concluzia că ele sunt indispensabile raţiunii. Ele constituie, aşadar, o limită indispensabilă a domeniului raţiunii. În exercitarea acestei facultăţi, ne agăţăm deci de ceva fix: conştient sau inconştient, principiile pragmatice ale raţiunii sunt respectate. Ele nu sunt relative ci constituie constante ale raţiunii.

2. Anumite principii logice posedă în mod evident o oarecare invarianţă în decursul istoriei raţiunii, deşi validitatea lor a fost restrânsă la regiuni obiective particulare. Este cazul principiului noncontradicţiei ce guvernează domeniul obiectelor şi al proprietăţilor care au un comportament normal. În acest domeniu, el este valabil şi pertinent, mai ales la nivelul anumitor acţiuni umane. Argumentele pragmatice ale lui Aristotel se aplică din nou pentru a-l stabili, deşi nu în mod universal şi necesar, cum a dorit Stagiritul. Descoperirea logicii paraconsistente nu invalidează total acest principiu însă îl limitează. Se produce aici ceva asemănător cu depăşirea mecanicii newtoniene de teoria relativităţii. Dar însăşi validitatea parţială a principiului contradicţiei dezvăluie faptul că raţiunea nu operează arbitrar: legile logice alese depind de factori pragmatici şi, mai presus de toate, de caracteristicile domeniului obiectiv avut în vedere. Iată prin urmare un motiv suplimentar pentru a ratifica constanţa anumitor aspecte ale raţiunii.

3. Am constatat deja că în ştiinţele formale poziţia realistă apare ca fiind cea mai rezonabilă dintre toate. Acelaşi lucru se întâmplă în ştiinţe, în general. Omul de ştiinţă este convins că studiază obiecte reale, oarecum independente de conştiinţa sa. Intersubiectivitatea referitoare la obiectele de care se ocupă ştiinţa, rezistenţa lor la manipulările la care sunt supuse, permanenţa lor în absenţa observaţiei constituie argumente clasice în favoarea realismului. Sunt argumente pragmatice, deşi extrem de convingătoare. În consecinţă, deşi cunoaşterea pozitivă nu se rezumă la reproducerea obiectului şi are chiar un caracter poetic şi creativ, aşa cum au semnalat Enriques şi Łukasiewicz[7], cert este că structura obiectului trebuie respectată. Se poate spune despre cunoaşterea ştiinţifică că ea este constituită simultan prin crearea şi reproducerea realităţii. Ea nu poate fi complet arbitrară şi relativă; astfel raţiunea trebuie să respecte anumite proprietăţi şi relaţii foarte generale ale obiectelor care, la nivelul diferitelor sfere de obiectivitate şi al diferitelor grade de exactitate atinse, reflectă caracteristicile obiectelor studiate. În virtutea acestui fapt, raţiunea se bucură de anumite caracteristici invariabile, în măsura în care realitatea nu se confundă cu haosul. De altfel, fără invarianţă şi fără ordine, nu ar exista nici raţiune, nici realitate, ci doar miracole şi vise.

4. Cum a arătat în mod insistent Enriques[8], o descoperire ştiinţifică presupune întotdeauna o idee anterioară sau constituie un răspuns la ea. Înaintarea gândirii raţionale în decursul timpului, transmiterea sa de la o persoană la alta, de la maestru la discipol, de la o cultură la alta – această posibilitate de înţelegere reciprocă implică existenţa a ceea ce geometrul italian numeşte *identitatea raţiunii.* Această identitate rezidă în *postulatul raţiunii* al lui Enriques, fără de care nu există nici ştiinţă, nici raţionalitate. Verificarea validităţii acestui principiu în istoria ştiinţei, verificare absolut clară, dezvăluie faptul că, din punct de vedere istoric, raţiunea menţine anumite caracteristici imuabile. Deci ea nu pare a se putea reduce numai la propria sa istorie; ea pare mai degrabă o sumă de constante ce se ivesc treptat din istorie, conturând trăsăturile principale ale raţionalităţii[9].

---

[7] Enriques şi Santillana, op. cit.; Lukasiewicz, *Selected Works*, articolul iniţial.
[8] F. Enriques, *Signification de l'histoire de la pensée scientifique.*
[9] Deşi este legitim să se susţină, aşa cum am făcut şi noi, în acord cu Ortega y Gasset, că raţiunea nu are natură, ci doar o istorie, este la fel de legitim să se afirme că raţiunea îşi constituie o natură în decursul istoriei.

Există, prin urmare, un nucleu de raţionalitate invariabil, care se constituie în decursul istoriei. Şi aceasta atât la nivelul raţiunii constitutive (anumite categorii posedă o anumită fixitate) cât şi la nivelul raţiunii operative (de exemplu, anumite norme ale inferenţelor nu pot fi respinse).

Un astfel de nucleu este constituit în esenţă din principiile sistematizării, unicităţii şi adecvării, îndeosebi dacă luăm în considerare starea actuală a ştiinţelor formale. În jurul acestui nucleu se grefează legi şi norme ştiinţifice foarte generale, deşi validitatea lor universală poate fi pusă sub semnul întrebării; exemple de astfel de legi şi norme sunt legea cauzalităţii, principiile logice care guvernează noţiunea de obiect al experienţei noastre cotidiene şi unele reguli ale metodei inductive. Ştiinţa este deci istorică şi dialectică, aşa cum am menţionat în Introducere, dar ea se află totodată în progres, pentru că istoricitatea raţiunii nu atrage după sine faptul că aceasta din urmă ar fi aleatorie şi arbitrară; dimpotrivă, istoria sa dezvăluie anumite *constante*, – cucerire a raţiunii şi a ştiinţei.

Suntem acum în măsură să răspundem la întrebările formulate în Introducere, care au determinat dezvoltarea expunerii noastre:

1. Problema naturii activităţilor raţionale şi logice: raţiunea ca mulţime de principii nu coincide cu nici un sistem logic. Raţiunea ca facultate se exercită prin intermediul diferitelor sisteme logice, după împrejurări. Astfel, activităţile raţionale şi logice nu coincid, deşi orice activitate logică este, *ipso facto*, raţională. Aşa cum am văzut, există un nucleu de principii fundamentale ale raţiunii; însă el nu este alcătuit din legi logice; mai exact, nu conţine nici o lege a logicii tradiţionale.

2. În ceea ce priveşte relaţiile dintre raţiune şi realitate, concluzia este că prima se constituie istoric, în armonie cu realitatea ce ne înconjoară. Principiile logice rezultă din interacţiunea între spirit şi mediu. Sistemul logic subiacent fiecărui context raţional rezultă din principiile pragmatice ale raţiunii, din natura contextului şi din factorii istorici şi culturali ce condiţionează raţiunea.

3. Există două tipuri de cunoaştere raţională: cunoaşterea intuitivă şi cunoaşterea discursivă. Fără prima, cea de a doua nu poate exista.

4. La nivel *formal*, adevărul logico-matematic se întemeiază pe raţiune (şi reflectă o ordine platonică); dar nu există nici un criteriu al adevărului pentru aceste judecăţi. Cât despre valoarea *reală* a logicii şi a matematicii, ea depinde de ştiinţă în totalitatea ei şi nu poate fi evaluată decât în perspectiva unei teorii a ştiinţei, în general.

În ceea ce priveşte problemele de mai sus, ne-am îndeplinit misiunea. Cu toate acestea, ne-ar face plăcere să facem o observaţie finală care să rezume lucrarea noastră: am scos în evidenţă faptul că raţiunea este istorică şi dialectică; cu toate acestea, în dezvoltarea şi progresul ei se conturează, clar şi indiscutabil, o regularitate şi o constanţă care ne aduc în minte fraza lui J. Bernoulli:

*Eadem mutata resurgo**

**Tot aşa reapar schimbările* (lat.; trad., – I.G.)

anexe
jean-yves béziau

Scopul acestor anexe este de a prezenta detalii tehnice şi informaţii suplimentare cu privire la *logica paraconsistentă* (*Anexa 1*) şi la *teoria evaluării* (*Anexa 2*).

Având în vedere cadrul cărţii de faţă, aceste expuneri au un caracter general şi descriptiv, rezultatele sunt enunţate fără demonstraţie; în ceea ce priveşte profesionistul sau cititorul curios, îi trimitem la revistele specializate. În acest scop, dăm la sfârşitul fiecărei anexe o mică bibliografie conţinând o listă a referinţelor fundamentale privind subiectul tratat.

Da Costa şi-a publicat prima notă asupra *logicii paraconsistente* în anul 1963 în Franţa, în *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, fiind urmată de o serie de note în aceeaşi revistă (vezi referinţele de la sfârşitul Anexei 1). Cu toate acestea, în Franţa logica paraconsistentă rămâne aproape complet ignorată de «marele public» şi chiar de o bună parte a logicienilor. Sperăm, aşadar, ca Anexa 1 să ofere prilejul de a modifica această situaţie paradoxală.

Teoria evaluării prezentată în Anexa 2 este o teorie generală a logicii creată de da Costa şi întemeiată pe ideea de bievaluare: dezvoltând logica paraconsistentă, el a ajuns să generalizeze un anumit număr de metode clasice şi să dezvolte astfel, treptat, rezultatele generale independente de particularitatea unei anumite logicii. Ceea ce arată o teorie precum teoria evaluării este faptul că dacă astăzi nu mai poate fi vorba de a nega pluralitatea logicilor, se poate măcar unifica această pluralitate.

anexa 1
logica paraconsistentă
jean-yves béziau

I. A stăpâni contradicția

Putem spune că scopul logicii paraconsistente este acela de a stăpâni contradicția. Logica clasică nu ne permite să raționăm direct în prezența contradicțiilor deoarece contradicția se dovedește a fi fatală: ea apare aici ca o tumoare cancerigenă care contaminează întregul raționament și îl distruge.

Logica paraconsistentă trebuie să răspundă la provocarea de a împăca următoarele obiective:

– deducând o propoziție și negația sa dintr-o mulțime de ipoteze, această mulțime de ipoteze trebuie să rămână nontrivială, adică nu trebuie să putem deduce orice din ea;

– pe de altă parte, negația în discuție trebuie să aibă anumite proprietăți care să o facă să-și merite numele.

Pe scurt, trebuie să avem o negație care să nu fie prea tare, pentru a evita trivializarea anumitor teorii contradictorii, dar care să nu fie nici prea slabă, pentru ca respectivele contradicții să nu fie pur iluzorii.

Dăm încă de pe acum o serie de exemple și vom arăta apoi cum trebuie ele «tratate» folosind tehnicile logicii paraconsistente.

Diagnosticul medical este adesea contradictoriu. Un medic vă spune un lucru, confratele său, contrariul. Pe cine să credem și ce să facem? Vom arăta, cu un exemplu precis, cum logica paraconsistentă se poate dovedi utilă dintr-un punct de vedere practic.

Rintintin este bolnav şi merge să îşi consulte medicul, doctorul Pécuchet; acesta este formal: Rintintin are cancer la urechi şi va muri până la Paşti. Rintintin este foarte surprins şi, călăuzindu-se după maxima că un om informat face cât doi, merge să-l consulte şi pe doctorul Bouvard, la recomandarea portăresei sale. Evident, pentru a nu-l influenţa, nu pomeneşte de diagnosticul colegului său. Doctorul Bouvard este categoric: Rintintin are o otită, iar când acesta din urmă îl întreabă care sunt riscurile unei evoluţii cancerigene, doctorul Bouvard izbucneşte în râs şi îi garantează că este imposibil.

Deci, să rezumăm situaţia: după informaţiile pe care le-a primit, Rintintin are cancer la urechi şi nu are cancer la urechi. Dacă Rintintin este un adept al logicii clasice, el trebuie să pună sub semnul întrebării capacităţile celor doi mari medici iar dacă nu, să se ia drept fiul Papei. Într-adevăr, cum o contradicţie atrage după sine, conform logicii clasice, indiferent ce, dacă cei doi medici au într-adevăr dreptate, atunci totul este posibil. Dar cum Rintintin este convins că nu este fiul Papei, trebuie să tragă concluzia, în cazul în care este un adept al logicii clasice, că unul din cei doi savanţi minte sau se înşeală. Iată nişte acuzaţii grave. Reputaţia lui Bouvard sau cea a lui Pécuchet ar trebui pusă sub semnul întrebării.

Logica paraconsistentă îl poate scoate pe Rintintin din impas, fără ca acesta să fie pus în situaţia de a se îndoi de ştiinţa şi de diplomele celor doi savanţi şi fără să se ia drept fiul Papei.

Vom arăta cum, prin folosirea logicii paraconsistente, Rintintin poate continua să rămână raţional şi să nu aducă acuzaţii dubioase. Dar să precizăm imediat că exemplul nostru care pare fictiv, dacă nu chiar ficţional, constituie un exemplu concret ce apare zilnic pe baza unor date inconsistente care ne confruntă cu un pachet de informaţii contradictorii. Pentru a da mai multă greutate cuvintelor noastre, am evocat două personaje în carne şi oase, doctorii Bouvard şi Pécuchet, însă astăzi, în lumea noastră de maşini, această problemă este o chestiune cibernetică: *MES*, sistemele de expertize medicale, sunt contaminate cronic de contradicţie.

Pentru ca logica paraconsistentă să-i fie utilă lui Rintintin, trebuie ca el să poată continua să raţioneze în mod logic şi să poată continua s-o facă cu vigoare. Dăm trei exemple pentru a ilustra cele spuse:

(Ex. 1) Bouvard şi Pécuchet se află în dezacord asupra multor puncte, dar sunt de acord cel puţin asupra următorului fapt:

Dacă Rintintin are cancer la urechi, va muri înainte de Paşti.

Poate oare deduce Rintintin din acest fapt şi din informaţia conform căreia are şi nu are cancer la urechi, că dacă nu are cancer, nu va muri înainte de Paşti?

Altfel spus, nişte argumente care nu sunt valide în mod clasic rămân oare la fel atunci când se raţionează în prezenţa contradicţiilor?

(Ex. 2) Dacă este imposibil ca Rintintin să fie atins simultan de cancer la urechi şi de otită, poate deduce el de aici că nu are cancer la urechi sau că nu are otită?

Altfel spus, poate folosi Rintintin întotdeauna legile lui De Morgan în situaţia sa tragică?

(Ex. 3) Dacă este imposibil simultan ca Rintintin să nu aibă cancer la urechi şi să moară înainte de Paşti, poate el deduce de aici că dacă nu are cancer la urechi nu va muri înainte de Paşti?

Avem aici un tip de raţionament şi mai rafinat; poate fi oare operat întotdeauna acest gen de raţionament în logica paraconsistentă?

II. Logica C1 şi proprietăţile ei fundamentale

Logica paraconsistentă Cl a lui N.C.A. da Costa care va fi prezentată aici s-a născut în 1963 (cf. [DA COSTA 1963] şi [DA COSTA 1963 b]). O prezentare apropiată de prezentarea originală se găseşte la sfârşitul secţiunii 6 din capitolul 2. O vom descrie aici în modul cel mai natural posibil, reconstituind-o puţin câte puţin.

Negaţia clasică poate fi definită printr-o singură regulă de deducţie, regula *raţionamentului prin absurd.* Pentru a demonstra o propoziţie *A*, se arată că negaţia lui *A*, respectiv, $\neg A$, duce la o contradicţie, altfel spus, că, pornind de la $\neg A$ se poate demonstra o propoziţie *B* şi negaţia ei, $\neg B$. Această regulă poate fi scrisă în felul următor:

$$\frac{\Gamma, \neg A \vdash B \qquad \Delta, \neg A \vdash \neg B}{\Gamma, \Delta \vdash A} RA$$

Negaţia lui C1 este definită, între altele, pornind de la o regulă care reprezintă o slăbire a regulii raţionamentului prin absurd. Pentru a demonstra *A*, se arată că pornind de la $\neg A$ se ajunge la o contradicţie «tare». Altfel spus, că din $\neg A$ se poate deduce o propoziţie şi negaţia sa, precum şi că această propoziţie se supune principiului noncontradicţiei:

$$\frac{\Gamma, \neg A \vdash B \qquad \Delta, \neg A \vdash \neg B \qquad \Lambda, \neg A \vdash \neg(B \wedge \neg B)}{\Gamma, \Delta, \Lambda \vdash A} RA_1$$

Putem continua să slăbim această regulă şi să obţinem o secvenţă infinită de reguli din ce în ce mai slabe: $RA_1, RA_2, \ldots, RA_n, \ldots$

Pentru aceasta, să observăm următoarele definiţii:

$$B^\circ = \neg(B \wedge \neg B)$$

$$B_1 = B^\circ$$

$$B_{n+1} = (B_n)^\circ$$

RA_{n+1} $(n > 0)$ este obţinută pornind de la RA_n, adăugând ca premisă suplimentară:

$$\Theta, \neg A \vdash B_{n+1}.$$

Se poate considera, pe de o parte, că RA_0 este regula raţionamentului prin absurd clasic *RA* şi, pe de altă parte, că atunci când se tinde spre infinit, regula dispare. Conform acestei idei se va construi o ierarhie infinită de sisteme paraconsistente despre care vom vorbi mai departe.

Să numim *NA* sistemul de deducţie naturală alcătuit din regulile uzuale de deducţie naturală pentru conjuncţie, disjuncţie şi implicaţie şi regulile structurale obişnuite. După cum se ştie, logica indusă de acest sistem este logica pozitivă intuiţionistă[1]. Dacă adăugăm la sistemul *NA* regula RA_1 obţinem un sistem mai slab în care nu se poate demonstra nici legea lui Peirce, $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$, nici legea terţului exclus (*TE*): $A \vee \neg A$. Vom începe prin a adăuga ca axiomă, $A \vee \neg A$.

Numim *Ni* sistemul astfel obţinut (*NA*, plus RA_1, plus *TE*) şi *Ci* logica indusă de *Ni*, adică structura $< \mathbb{F}; \underset{Ci}{\vdash} >$ unde:

– $\mathbb{F}$ este mulţimea formulelor uzuale (i.e. construite pornind de la o mulţime infinită de formule atomice cu ajutorul conectorilor $\wedge, \vee, \rightarrow, \neg$).

– $\underset{Ci}{\vdash}$ este o relaţie definită pe $\mathcal{P}(\mathbb{F}) \times \mathbb{F}$ după cum urmează: $T \underset{Ci}{\vdash} A$ dacă şi numai dacă există o demonstraţie a lui $T \vdash A$ în sistemul *Ni*.

---

[1] Vezi, de exemplu, lucrarea lui M. Dummett, *Elements of Intuitionism*, Clarendon, Oxford, 1977. Prezentăm aici, asemenea lui Dummett, deducţia naturală «orizontalizată» şi trimitem la această lucrare pentru detalii (definiţia noţiunii de probă etc.). Folosim, la fel la Dummett, majusculele greceşti pentru a desemna mulţimile finite de formule.

E clar că logica *Ci* este non-trivială, altfel spus, că $\underset{Ci}{\vdash}$ este diferită de $\mathcal{P}(\mathbb{F})\times\mathbb{F}$. Atunci când ne amuzăm să meşterim sisteme axiomatice cu ajutorul unor reguli şi axiome valide în logica clasică, nu există într-adevăr nici un pericol de a da naştere unei logici triviale dat fiind că nontrivialitatea logicii clasice ne protejează. O altă problemă mai dificilă este de a şti dacă se obține o logică diferită de logica clasică. Adică, dacă notăm $K=<\mathbb{F};\underset{K}{\vdash}>$ logica propozițională clasică, problema este de a şti dacă $\underset{Ci}{\vdash}$ este strict inclusă în $\underset{K}{\vdash}$. Dar vom putea răspunde pozitiv la această întrebare abia mai târziu, pentru moment vom vedea că logica clasică poate fi cuprinsă în *Ci*.

Pentru aceasta, vom genera *Ci* printr-un alt sistem de reguli. Definim mai întâi:

$$\neg^* A = \neg A \wedge \neg(A \wedge \neg A)$$

şi enunțăm apoi următoarea regulă:

$$\frac{\Gamma,\neg^* A \vdash B \quad \Delta,\neg^* A \vdash \neg^* B}{\Gamma,\Delta \vdash A} RA_1^*$$

TEOREMĂ (J.-Y. Béziau) $\{NA,\ RA_1,\ TE\}$ *şi* $\{NA,\ RA_1^*\}$ *determină aceeaşi logică.*

TEOREMĂ (N.C.A. da Costa/M. Guillaume) *Legea lui Peirce este validă în Ci.*

Se defineşte apoi următoarea funcţie pe $\mathbb{F}$ cu valori în $\mathbb{F}$:

$A^* = A$ dacă A este o formulă atomică

$(A c B)^* = A^* c B^*$ unde c este un conector binar

$\neg A = \neg^* A^*$

TEOREMĂ (N.C.A. da Costa/A.J. Arruda) *Logica clasică K este traductibilă în logica paraconsistentă Ci în următorul sens:*

$$T \underset{K}{\vdash} A \Rightarrow T^* \underset{Ci}{\vdash} A^*.$$

Ci apare ca o extensiune a lui *K*. Ce înseamnă exact acest lucru? Logica modală S4, de exemplu, este o extensiune a lui *K* în următorul sens: limbajul lui S4 reprezintă o «îmbogăţire» a limbajului logicii clasice obţinută prin adăugarea unui conector monar $\Box$ (sau doi). Avem deci o mulţime de

formule $\mathbb{F}(\Box)$ care conţine în mod strict $\mathbb{F}$. S4 este o logică $<\mathbb{F}(\Box); \underset{S4}{\vdash}>$ a cărei restrângere $\mathbb{F}$ este logica clasică, i.e. următoarea mulţime: $\{<T; A> \in \mathcal{P}(\mathbb{F}) \times \mathbb{F};\ <T; A> \in \underset{S4}{\vdash}$ este exact $\underset{K}{\vdash}$.

Ci poate fi considerată similară în raport cu *K*. Să îmbogăţim mulţimea $\mathbb{F}$ prin adăugarea unui conector monar $^{\sim}$ care va juca rolul negaţiei slabe ce se supune lui RA_1^{*}. Restrângerea lui $Ci = <\mathbb{F}(^{\sim}); \underset{Ci}{\vdash}>$ la $\mathbb{F}$ este atunci tocmai *K*. Iar negaţia clasică poate fi atunci concepută pornind de la negaţia paraconsistentă în sensul în care $^{\sim}A \wedge^{\sim} (A \wedge^{\sim} A)$ şi $\neg A$ (unde $\neg$ este negaţia clasică) sunt logic echivalente. Însă deoarece această relaţie nu este o relaţie de congruenţă, coincidenţa este doar parţială; numai în cazul logicii $C1+$ se va putea vorbi cu adevărat de extensiunea logicii clasice în sensul exact al termenului (vezi secţiunea 4 din această Anexă).

Se obţine sistemul *N*1 pornind de la sistemul *Ni*, prin adăugarea unei serii de reguli a căror semnificaţie poate fi rezumată intuitiv în felul următor:

Principiul contradicţiei este prezervat prin trecerea conexiune.

Aceste reguli (de prezervare) sunt următoarele:

$$\frac{\Gamma \vdash A^{\circ} \quad \Delta \vdash B^{\circ}}{\Gamma, \Delta \vdash (A \mathrm{c} B)^{\circ}}\mathrm{c}^{\circ} \qquad \frac{\Gamma \vdash A^{\circ}}{\Gamma \vdash (\neg A)^{\circ}}\neg^{\circ}$$

$$\mathrm{c} \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$$

unde, reamintim acest lucru, A° este o abreviere pentru $\neg(A \wedge \neg A)$.

Fie o mulţime de formule *T*, se consideră mulţimea formulelor atomice $\mu(T)$ ale lui *T* şi mulţimea $(\mu(T))^{\circ} = \{U^{\circ}; U \in \mu(T)\}$, avem atunci următorul rezultat ($C1$ fiind logica indusă de $N1$):

TEOREMĂ (N.C.A. da Costa)

Dacă $T \underset{K}{\vdash} A$ *atunci* $(\mu(T \cup \{A\})^{\circ},\ T \underset{C1}{\vdash} A.$

COROLAR (J.-Y. Béziau) *Dacă se adaugă una din următoarele scheme de axiomă la N1 se obţine logica clasică*:

$$\neg A \vee \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$$

$$\neg A \vee B \vdash \neg(A \wedge \neg B)$$

Să dăm acum un exemplu de demonstrație în $N1$. Vom demonstra legea eliminării dublei negații: $\neg\neg A \to A$.

$$\dfrac{\vdash A\vee\neg A \qquad A\vdash A \qquad \dfrac{\dfrac{\overset{\text{vezi mai jos}}{\pi 1}}{\vdash(\neg A)^{\circ}\vee A} \qquad \dfrac{\overset{\text{vezi mai jos}}{\pi 2}}{(\neg A)^{\circ},\ \neg A,\ \neg\neg A\vdash A} \qquad A\vdash A}{\neg A,\ \neg\neg A\vdash A}\ \vee e}{\neg\neg A\vdash A}\ \vee e$$

π 1)

$$\dfrac{\vdash(A\wedge\neg A)\vee A^{\circ} \qquad \dfrac{\dfrac{A\wedge\neg A\vdash A\wedge\neg A}{A\wedge\neg A\vdash A}\ \wedge e}{A\wedge\neg A\vdash A^{\circ}\vee A} \qquad \dfrac{A^{\circ}\vdash A^{\circ}}{A^{\circ}\vdash A^{\circ}\vee A}\ \vee i}{\vdash A^{\circ}\vee A}\ \vee e$$

$$\dfrac{\vdash A^{\circ}\vee A \qquad \dfrac{\dfrac{A^{\circ}\vdash A^{\circ}}{A^{\circ}\vdash(\neg A)^{\circ}}\ \neg^{\circ}}{A^{\circ}\vdash(\neg A)^{\circ}\vee A}\ \vee i \qquad \dfrac{A\vdash A}{A\vdash(\neg A)^{\circ}\vee A}\ \vee i}{\vdash(\neg A)^{\circ}\vee A}\ \vee e$$

π 2)

$$\dfrac{\dfrac{\neg A\vdash\neg A}{\neg A,\ \neg^{*}A\vdash\neg A}\ af \qquad \dfrac{\dfrac{\neg\neg A\vdash\neg\neg A \qquad (\neg A)^{\circ}\vdash(\neg A)^{\circ}}{(\neg A)^{\circ},\ \neg\neg A\vdash\neg^{*}\neg A}\ \wedge i}{(\neg A)^{\circ},\ \neg\neg A,\ \neg^{*}A\vdash\neg^{*}\neg A}\ af}{(\neg A)^{\circ},\ \neg A,\ \neg\neg A\vdash A}\ RA^{*}$$

Așa cum se poate constata, această demonstrație este relativ complexă. În $N1$ se poate demonstra de asemenea:

$$\neg(A\wedge B)\to(\neg A\vee\neg B) \qquad \neg(A\wedge\neg B)\to(\neg A\vee B)$$

$$\neg(\neg A\wedge\neg B)\to(A\vee B) \qquad \neg(\neg A\wedge B)\to(A\vee\neg B)$$

Acum, dacă Rintintin ar trebui să efectueze astfel de demonstrații, l-ar apuca repede durerea de cap, ceea ce nu este deloc recomandabil având în vedere starea sa de sănătate nu tocmai bună. Îi vom furniza deci o metodă de raționament mai puțin naturală, dar mult mai eficientă, adică un calcul al secvențelor.

Să descriem mai întâi ierarhia $Cn(0 \leq n \leq \omega)$. Fiecare dintre logicile $Cn(0 < n < \omega)$ este indusă într-un sistem $NCn(0 < n < \omega)$ alcătuit din regulile lui NA, regula RA_n, terţul exclus şi axioma $A \vee \neg A$ şi regulile de prezervare adaptate gradului n. Cum am văzut, în cazul lui $C1$, acest sistem nu este independent deoarece $\neg\neg A \rightarrow A$ poate fi dedus pornind de la alte reguli. $C0$ este considerată a fi logica clasică şi $C\omega$ logica generată de NA, $A \vee \neg A$ şi $\neg\neg A \rightarrow A$. În $C\omega$ legea lui Peirce nu este valabilă. $C\omega$ este de fapt o extensiune conservatoare a logicii intuiţioniste pozitive. Această logică a fost studiată în principal de A. Loparic (vezi [LOPARIC 1971]).

Sistem de secvenţe pentru $C1$

Sistemul $L1$ are aceleaşi reguli ca sistemul pentru logica propoziţională clasică, cu excepţia regulii stângi pentru negaţie, înlocuită cu următoarele reguli:

$$\frac{\Gamma \vdash A \wedge \neg A, \Delta}{\Gamma, \neg(A \wedge \neg A) \vdash \Delta} \neg g$$

$$\frac{\Gamma \vdash A c B, \Delta \qquad \Gamma 1, A, \neg A \vdash \Delta 1 \qquad \Gamma 2, B, \neg B \vdash \Delta 2}{\Gamma, \Gamma 1, \Gamma 2, \neg(A c B) \vdash \Delta, \Delta 1, \Delta 2} \neg c g$$

$$c \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \neg A, \Delta \qquad \Gamma 1, A, \neg A \vdash \Delta 1}{\Gamma, \Gamma 1, \neg\neg A \vdash \Delta, \Delta 1} \neg\neg g$$

Exemplu de demonstraţie. Vom vedea acum în ce fel Rintintin poate deduce cu uşurinţă că este imposibil să aibă în acelaşi timp cancer şi otită, deci nu are cancer sau nu are otită, astfel spus vom demonstra în L1 următoarea schemă: $\neg(A \wedge B) \vdash \neg A \vee \neg B$.

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{A \vdash A \qquad B \vdash B}{A, B \vdash A \wedge B} \wedge d}{\vdash A \wedge B, \neg A, \neg B} \neg d \qquad A, \neg A \vdash \neg A \qquad B, \neg B \vdash \neg B}{\dfrac{\neg(A \wedge B) \vdash \neg A, \neg B}{\neg(A \wedge B) \vdash \neg A \vee \neg B} \vee d} \neg \wedge g$$

TEOREMĂ (J.-Y. Béziau) *Sistemele* $L1$ *şi* $N1$ *determină aceeaşi logică.*

TEOREMĂ (J.-Y. Béziau) *Sistemul* $L1$ *admite eliminarea tăieturilor.*

COROLAR 1 *Logica* $C1$ *este decidabilă.*

Acest corolar se bazează pe faptul că în premisele regulilor (alta decât regula *tăieturii*) lui $L1$ nu apar decât subformule sau negaţii ale subformulelor proprii formulei principale din concluzie.

Observaţie. Decidabilitatea lui *C*1 a fost demonstrată pentru prima oară de M. Fidel [FIDEL 1971] cu ajutorul unor metode algebrice. Metoda tablourilor a fost aplicată la *C*1 de către W.A. Carnielli, care a dat, de asemenea, o demonstraţie de eliminare a tăieturilor referitoare la această metodă (cf. [CARNIELLI/ MARQUES 1990]).

COROLAR 2 *Logica C*1 *este în mod strict mai slabă decât logica clasică.*

Într-adevăr, vedem cu uşurinţă că în sistemul *L*1 fără regula tăieturii nu putem demonstra $U, \neg U \vdash V$ sau $\vdash \neg(U \wedge \neg U)$ (unde *U*, *V* sunt formule atomice).

III. O semantică pentru *C*1

Negaţia (slabă) a lui *C*1 nu este verifuncţională. Cu toate acestea, semantica lui *C*1 este o semantică construită după conceptele de «adevăr» şi de «fals», adică vom considera o mulţime de funcţii de la mulţimea formulelor $\mathbb{F}$ la $\{0,1\}$. Avem aici o semantică bivalentă nonverifuncţională, numită uneori *semantica evaluării* (în opoziţie cu semanticile verifuncţionale). Semantica lui *C*1 a fost elaborată în 1976 de N.C.A da Costa şi E.H. Alves (cf. [DA COSTA / ALVES, 1976]). De fapt, construirea semanticii lui *C*1 a fost primul pas în direcţia *teoriei evaluării.* Vom reveni asupra tuturor acestor chestiuni în Anexa 2.

În mod concret, faptul că negaţia lui *C*1 nu este verifuncţională înseamnă că dată fiind valoarea de adevăr a unei propoziţii, nu se cunoaşte «automat» valoarea de adevăr a negaţiei acestei propoziţii. Valoarea negaţiei este nedeterminată, în sensul că există mai multe posibilităţi. Cu toate acestea, putem explora toate posibilităţile, nu este vorba aşadar de un obstacol în calea decidabilităţii. Însă pentru a «calcula» valoarea de adevăr a unei propoziţii complexe, avem nevoie, în general, nu numai să cunoaştem valoarea de adevăr a componentelor sale, ci şi pe aceea a anumitor negaţii ale componentelor sale.

Se defineşte mulţimea $\mathbb{C}1$ de funcţii de la $\mathbb{F}$ în $\{0,1\}$ în felul următor: $b \in \mathbb{C}1$ dacă şi numai dacă satisface condiţiile de mai jos:

$b(A \wedge B) = 1$ dacă şi numai dacă $b(A) = b(B) = 1$

$b(A \vee B) = 0$ dacă şi numai dacă $b(A) = b(B) = 0$

$b(A \rightarrow B) = 0$ dacă şi numai dacă $b(A) = 1$ şi $b(B) = 0$

dacă $b(A) = 0$, atunci $b(\neg A) = 1$

dacă $b(A \wedge \neg A) = 1$, atunci $b(\neg(A \wedge \neg A) = 0$

dacă $b(A \vee B)=1$ şi $b(A) \neq b(\neg A)$ şi $b(B) \neq b(\neg B)$, atunci $b(\neg(A \vee B))=0$

Vedem cu uşurinţă că mulţimea $\mathbb{C}0$ a bievaluărilor clasice este inclusă în $\mathbb{C}1$. Una dintre diferenţele esenţiale constă în aceea că, în opoziţie cu $\mathbb{C}0$, $\mathbb{C}1$ nu poate fi generată pornind de la atribuirile valorii de adevăr formulelor atomice. De altfel, în $\mathbb{C}1$ există funcţii *singulare* care dau simultan valoarea 1 unei propoziţii şi negaţiei sale.

Urmând condiţiile ce definesc $\mathbb{C}1$, se pot construi table de adevăr după modelul clasic, aşa cum au arătat N.C.A. da Costa şi E.H. Alves (cf. [DA COSTA/ALVES 1977]). Descrierea acestei metode este destul de fastidioasă, dar nu face decât să calchieze sistematic condiţiile de mai sus. Vom prezenta aici două exemple de table care vor da cititorului o idee asupra modului de operare.

A	$\neg A$	B	$\neg B$	$A \to B$	$\neg A \to \neg B$
0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	1

Acest tabel ne arată că schema următoare nu este validă în $C1$:

$$((A \wedge \neg A \wedge (A \to B)) \to (\neg A \to \neg B)$$

Deci, utilizând $C1$, Rintintin nu poate deduce că dacă nu are cancer la urechi, nu va muri înainte de Paşti (Ex. 1).

Să dăm un alt exemplu de tabel:

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \wedge B$	$\neg(\neg A \wedge B)$	$\neg A \to \neg B$	$\neg(\neg A \wedge B) \to (\neg A \to \neg B)$
0	1	1	1	1	0	1	1
					1	1	1
1	1	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1
					1	0	0
1	1	1	1	1	0	1	1
					1	1	1

Rezultă de aici că utilizând $C1$, Rintintin nu poate deduce că dacă este simultan imposibil să nu aibă cancer la urechi şi să moară înainte de Paşti, atunci dacă nu are cancer la urechi nu va muri înainte de Paşti (Ex. 2).

Cu ajutorul lui $\mathbb{C}1$ se defineşte o relaţie $\underset{\mathbb{C}1}{\models}$ pe $\mathcal{P}(\mathbb{F})\times\mathbb{F}$ în mod firesc:

$$T \underset{\mathbb{C}1}{\models} A$$
$$\text{ssi}$$

pentru orice $b\in\mathbb{C}1$, dacă pentru orice $B\in T$, $b(T)=1$, atunci $b(A)=1$.

Se pune atunci întrebarea dacă această relaţie coincide exact cu cea generată de diferitele noastre sisteme de deducţie şi pe care am notat-o $\underset{C1}{\vdash}$. Fiabilitatea $\left(T\underset{C1}{\vdash}A\Rightarrow T\underset{\mathbb{C}1}{\models}A\right)$ se demonstrează destul de uşor şi avem, de asemenea:

TEOREMA COMPLETITUDINII (N.C.A. da Costa/E.H. Alves):

$$T\underset{\mathbb{C}1}{\models}A \Rightarrow T\underset{C1}{\vdash}A$$

Această teoremă de completitudine poate fi obţinută foarte uşor prin aplicarea rezultatelor generale pe care le vom descrie în Anexa 2. Dovada originală se găseşte în [DA COSTA / ALVES, 1977].

IV. *C*1 şi problemele logicii paraconsistente

Două formule sunt numite *logic echivalente* atunci când se pot deduce una din alta. În $C1$ această relaţie nu este o relaţie de congruenţă. Astfel, de exemplu, $A\wedge A$ este logic echivalentă cu *A*, dar $\neg(A\wedge A)$ nu este logic echivalentă cu $\neg A$. Acesta este fără îndoială unul din cele mai mari defecte ale lui $C1$. Apar atunci următoarele întrebări:

1) Se poate defini o relaţie de congruenţă pe $C1$?
2) Există o extensiune paraconsistentă lui $C1$ în care să poată fi definită o relaţie de congruenţă?
3) Există o logică paraconsistentă în care relaţia de echivalenţă logică este o relaţie de congruenţă?

Răspunsul la prima întrebare este negativ.

TEOREMĂ (**C. Mortensen**) *Nu există o relaţie de congruenţă diferită de identitatea pe C*1.

Răspunsul la a doua întrebare este pozitiv. *C*1 se poate extinde într-un mod pe deplin natural prin înlocuirea legilor *prezervării principiului noncontradicţiei* prin legi de *prezervare aditive a principiului noncontradicţiei.* Adică vom considera că dacă unul dintre termenii unei formule complexe (adică una dintre subformele sale directe) se supune principiului noncontradicţiei, atunci această formulă i se supune la rândul ei. De exemplu, pentru disjuncţie, în locul regulii $\vee^{\circ}$ avem următoarele două reguli:

$$\frac{\Gamma \vdash A^{\circ}}{\Gamma \vdash (A \vee B)^{\circ}} \qquad\qquad \frac{\Gamma \vdash B^{\circ}}{\Gamma \vdash (A \vee B)^{\circ}}$$

Logica indusă de acest sistem este botezată *C*1+. Ea a fost propusă de J.-Y. Béziau [Béziau 1990]. Toate metodele utilizate pentru construirea lui *C*1 (calculul secvenţelor, tabelele de adevăr etc.) se aplică la *C*1+ şi se pot arăta o serie de rezultate similare (eliminarea tăieturilor, decidabilitate etc.).

În această logică se poate defini următoarea relaţie de congruenţă: două formule sunt congruente dacă şi numai dacă sunt logic echivalente şi se supun principiului noncontradicţiei (reamintim că se spune că o formulă *A* se supune principiului contradicţiei dacă $\neg(A \wedge \neg A)$ este o teză).

Evident, *C*1+ este întotdeauna în mod strict mai slabă decât logica clasică şi Rintintin nu poate deduce întotdeauna, utilizând-o, că dacă nu are cancer la urechi nu va muri până la Paşti (Ex. 1), dimpotrivă, el poate deduce mult mai multe lucruri decât cu *C*1 şi în special faptul că dacă este imposibil simultan să nu aibă cancer la urechi şi să moară înainte de Paşti, atunci, dacă nu are cancer la urechi, nu va muri înainte de Paşti (Ex. 3).

Din această cauză, el va folosi calculul secvenţelor *L*1+ :

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{A \vdash \neg A \qquad B \vdash B}{\neg A,\ B \vdash \neg A \wedge B}\ \wedge d}{\neg A \vdash \neg A \wedge B,\ \neg B}\ \neg d \qquad B,\ \neg B \vdash \neg B}{\neg(\neg A \wedge B),\ \neg A \vdash \neg B}\ \neg\wedge 2g}{\neg(\neg A \wedge B) \vdash \neg A \rightarrow \neg B}\ \rightarrow d$$

Regula $\neg\wedge 2g$ este una dintre cele două reguli care înlocuiesc regula $\neg\wedge g$ a lui *L*1 în *L*1+.

În *C*1+ schemele următoare sunt de asemenea valide:

$$\neg(A \vee B) \vdash \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg(\neg A \vee \neg B) \vdash A \wedge B$$

$$\neg(A \vee \neg B) \vdash \neg A \wedge B$$

$$\neg(\neg A \vee B) \vdash A \wedge \neg B$$

Răspunsul la cea de a treia întrebare este probabil fals, deşi nu este nemijlocit. Pentru ca el să aibă un sens este necesar să se definească precis ce este o logică paraconsistentă.

Definiţia logicii paraconsistente

Definiţia originală a lui da Costa este următoarea:

DEFINIŢIA 1 (N.C.A. da Costa) *O logică este paraconsistentă dacă ea conţine teorii inconsistente nontriviale.*

De fapt, aceasta înseamnă a presupune că următoarea schemă, *ex – contradiction sequitur quod libet (ES)* nu este validă în general:

$$A, \neg A \vdash B$$

Într-adevăr, ea este cea care trivializează teoriile inconsistente.

Această definiţie pare însă insuficientă căci se admit atunci în rândul logicilor paraconsistente nişte logici prea tari, cum ar fi logica minimală a lui Johansson în care *ES* nu este validă, dar unde următoarea schemă este validă:

$$A, \neg A \vdash \neg B.$$

Pentru a învinge această dificultate, putem elimina toate formele învecinate cu *ES*, inspirându-ne din ideea lui Urbas (cf. [URBAS 1990]). Adică vom considera drept formă a acestei scheme orice schemă de forma:

$$A, \neg A \vdash S$$

nedemonstrabilă fără a utiliza vreo lege pentru negaţie şi astfel ca $\nvdash S$.

De exemplu,

$$A, \neg A \vdash \neg A \wedge B$$

este o formă a lui *ES*, dar nu

$$A, \neg A \vdash \neg A \vee B$$

DEFINIŢIA 2 (I. Urbas) *O logică este paraconsistentă dacă nici o formă a lui ex – contradictio sequitur quodlibet nu este validă în ea.*

Problema definiţiilor lui da Costa şi Urbas este aceea că ele sunt pur negative: ele ne spun care sunt proprietăţile pe care un conector monar nu trebuie să le aibă pentru a putea fi considerat ca o negaţie paraconsistentă. Cu toate acestea, dacă ne limităm la atât, un operator ca operatorul de necesitate este o negaţie paraconsistentă. Sunt necesare, pe lângă criteriile negative, anumite criterii pozitive care să ne permită să credem că un operator monar este suficient de «tare» pentru a merita numele de «negaţie».

Caracteristici pozitive: o negaţie trebuie să verifice măcar un sfert din legile lui De Morgan.

Comparaţia cu logica modală ne face, de asemenea, să prelungim aspectul negativ al definiţiei lui Urbas:

Caracteristici negative: o negaţie nu trebuie să verifice următoarele reguli:

$\vdash \neg(A \wedge \neg A)$

$\neg A \vdash A$ $\qquad$ $A \vdash \neg A$

$\neg(A c B) \vdash \neg A c \neg B$ $\qquad$ $\neg A c \neg B \vdash \neg(A c B)$

$A c B \vdash \neg A c \neg B$ $\qquad$ $\neg A c \neg B \vdash A c B$

$c \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$

Se va spune că o logică având un operator monar este *negaţională* (*négationelle*) dacă acest operator se supune principiilor pozitive şi negative de mai sus.

DEFINIŢIA 3 (J.-Y. Béziau) *O logică este paraconsistentă dacă ea este paraconsistentă în sensul lui Urbas şi negaţională.*

V. Logica paraconsistentă de ordinul întâi

Din punct de vedere al teoriei demonstraţiei, logica paraconsistentă a propoziţiilor $C1$ poate fi extinsă cu uşurinţă la o logică de ordinul întâi $CP1$. Pentru aceasta, se extinde, de exemplu, sistemul $N1$ prin adăugarea la regulile uzuale pentru cuantori a două *reguli de prezervare cuantificaţionale*:

$$\frac{\Gamma \vdash \forall x(Ax)^{\circ}}{\Gamma \vdash (\forall x(Ax))^{\circ}} \forall^{\circ} \qquad \frac{\Gamma \vdash \forall x(Ax)^{\circ}}{\Gamma \vdash (\exists x(Ax))^{\circ}} \exists^{\circ}$$

Apare o mică problemă, căci dacă ne oprim aici, nu putem dovedi că două formule ce diferă numai prin numele variabilelor lor sunt echivalente, de pildă, $x\, Ax$ şi $y\, Ay$.

Există atunci două posibilităţi:

– fie se adaugă o axiomă *ad hoc* forţând echivalenţa,

– fie se modifică morfologia pentru ca două formule ca $\forall x\, Ax$ şi $\forall y\, Ay$ să fie o singură formulă. Există mai multe moduri de a obţine acest rezultat, de exemplu prin metoda lui N. Bourbaki.

TEOREMĂ (N.C.A. da Costa) *Următoarele scheme sunt demonstrabile în* $CP1$:

$$\neg(\forall x Ax) \vdash \exists x \neg Ax$$

$$\neg(\forall x \neg Ax) \vdash \exists x Ax$$

Urmând aceeaşi idee care guvernează extensiunea lui $C1$ la $C1+$ se poate extinde $CP1$ la $CP1+$ luând drept reguli, pe lângă regulile lui $C1+$, regulile următoarelor *prezervări cuantificaţionale aditive*:

$$\frac{\Gamma \vdash \exists x(Ax)^{\circ}}{\Gamma \vdash (\forall x(Ax))^{\circ}}\forall^{+} \qquad \frac{\Gamma \vdash \exists x(Ax)^{\circ}}{\Gamma \vdash (\exists x(Ax))^{\circ}}\exists^{+}$$

Avem atunci următorul rezultat:

TEOREMĂ (J.–Y. Béziau) *Următoarele scheme sunt demonstrabile în* $CP1+$:

$$\neg(\exists x\, Ax) \vdash \forall x \neg Ax$$

$$\neg\exists x \neg Ax \vdash \forall x\, Ax$$

Dacă din punct de vedere al teoriei demonstraţiei dezvoltarea logicii paraconsistente de ordinul întâi nu ridică nici o problemă, nu acelaşi lucru se poate spune despre teoria modelelor.

Din perspectiva logicii clasice, o structură este determinată în întregime de formulele sale atomare; acest fenomen se manifestă mai ales prin faptul că două structuri izomorfe sunt echivalente în mod elementar.

Nu la fel se întâmplă dacă se utilizează logica paraconsistentă a predicatelor $CP1$ pentru a dezvolta teoria modelelor. De fapt, o structură este atunci determinată de o mulţime de formule nontrivială şi $\neg^*$ completă.

VI. Teoria paraconsistentă a mulţimilor

După cum se ştie, *schema abstracţiei*:

$$\exists x \forall y (y \in x \leftrightarrow Ay)$$

duce, dacă se utilizează logica clasică, la paradoxul lui Russell. Teoria mulţimilor alcătuiră doar din această singură axiomă este, aşadar, *inconsistentă.* Am putea dori să utilizăm o logică paraconsistentă pentru a dezvolta o teorie a mulţimilor pornind de la o astfel de axiomă.

Din nefericire, acest lucru se poate realiza numai cu mare dificultate întrucât o astfel de teorie este *trivială* din momentul în care se utilizează o logică subiacentă ce verifică pe lângă legile uzuale pentru cuantori şi conjuncţie doar următoarele legi (biimplicaţia fiind definită uzual pornind de la implicaţie):

$$A \to (A \to B) \vdash A \to B$$

Este ceea ce arată paradoxul lui Curry/Moh–Shaw–Kwey.

Există atunci două posibilităţi:

– să fie slăbită implicaţia; este calea aleasă o dată cu dezvoltarea sistemelor P şi J (vezi [ARRUDA/DA COSTA 1966], [ARRUDA/DA COSTA 1970]);

– să se dezvolte o teorie paraconsistentă a mulţimilor folosind o logică ce conţine implicaţia clasică, dar modificând schema abstracţiei.

Vom vorbi aici despre cea de a doua posibilitate, descriind îndeosebi o teorie a mulţimilor paraconsistente de tip Zermelo–Fraenkel, $ZF1$, construită pornind de la $CP1$ (vom evoca, de asemenea, teoriile învecinate ZFi şi $ZF1+$, construite pornind de la calculele predicatelor CPi şi $CP1+$).

Nu vom oferi aici decât o idee generală asupra modului în care se poate dezvolta o astfel de teorie (pentru mai multe detalii, vezi [DA COSTA/BÉZIAU 1996]).

Cel mai bun mod de a construi o teorie paraconsistentă a mulţimilor în care să existe mulţimea lui Russell, $R = \{x : x \notin x\}$, este de a porni de la versiunea lui ZF cu mulţime universală, datorată lui Church (cf. [DA COSTA 1986]). Axiomele lui Church sunt menţinute cu mici modificări şi se utilizează ca logică subiacentă $CP1$ (CPi) sau $CP1+$; în acelaşi timp se adaugă postulate suplimentare pentru a garanta existenţa mulţimii lui Russell şi alte mulţimi inexistente în logica clasică. Se obţin astfel sistemele ZFi,

*ZF*1, *ZF*1+. (În loc de a folosi *ZF* ca punct de plecare, s-ar putea folosi sistemul *NF* al lui Quine sau un alt sistem clasic; vezi pe această temă [DA COSTA 1986]).

Referitor la *ZF*1 avem următoarele rezultate:

TEOREMĂ *În ZF*1 *există mulţimea R a lui Russell şi avem*: $R \in R \wedge R \notin R$.

COROLAR *ZF*1 *este inconsistentă deşi aparent nontrivială.*

TEOREMĂ (N.C.A. da Costa) *Dacă ZF este consistentă, atunci ZF*1 *este nontrivială şi invers.*

TEOREMĂ Dacă A este o teoremă a lui *ZF*, atunci A^* este o teoremă a lui *ZF*1, unde A^* este obţinută pornind de la *A* prin înlocuirea lui $\neg$ cu $\neg^*$.

Se constată astfel că *ZF*1 este o teorie foarte puternică, conţinând în special *ZF*.

Să examinăm acum care sunt trăsăturile tipic paraconsistente ale lui *ZF*1 şi totodată ale sistemelor învecinate *ZFi* şi *ZF*1+.

Dată fiind o mulţime *e* şi o submulţime *a* a lui *e*, avem:

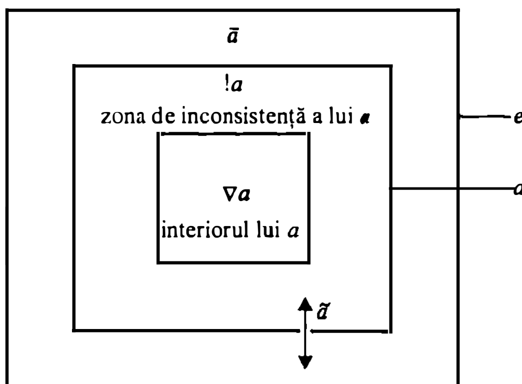
– complementarul clasic al lui *a* :

$$\bar{a} = \{x \in e; \neg^* (x \in a)\}$$

– complementarul relativ al lui *a* :

$$\tilde{a} = \{x \in e; \neg (x \in a)\}$$

Ne putem reprezenta situaţia prin următoarea schemă:



Interesant este faptul că axiomele prezervării ne permit să explicităm unde se află situate interioarele lui $a \cap b$ şi $a \cup b$ în raport cu interioarele celor două mulţimi *a* şi *b*.

De fapt, avem următoarele rezultate:

TEOREMĂ (J.-Y. Béziau)

În *ZFi*, $\nabla a \cap \nabla b \subseteq \nabla (a \cap b)$ este echivalent cu $a^{\circ} \cap b^{\circ} \subseteq (a \cap b)^{\circ}$.

$\nabla a \cap b \subseteq \nabla (a \cap b)$ este echivalent cu $a^{\circ} \subseteq (a \cap b)^{\circ}$.

$a \cap \nabla b \subseteq \nabla (a \cap b)$ este echivalent cu $b^{\circ} \subseteq (a \cap b)^{\circ}$.

unde $a^{\circ} = \{x \in e; x \in^{\sim} (a \cap \bar{a})\}$.

Este uşor să observăm că în *ZFi*, $\nabla(a \cap b) \subseteq a \cap b$. Avem deci figura următoare, care ne indică cum se situează $\nabla(a \cap b)$. În *ZF*1, zona haşurată intens este cuprinsă în $\nabla(a \cap b)$, iar în *ZF*1+, zona slab haşurată este mai cuprinzătoare:

Rezultate comparabile pot fi obţinute cu privire la reuniunea celor două mulţimi.

VII. *Bibliografie*

Folosim următoarele abrevieri pentru a desemna revistele specializate:

APAL: *Annals of Pure and Applied Logic* (Amsterdam, Olanda)

BIGPAL: *Bulletin of the Interest Group in Pure and Applied Logic* (Londra, Anglia)

CRASP: *Comptes Rendues de l'Académie des Sciences de Paris* (Paris, Franţa)

JNCL: *The Journal of Non – Classical Logic* (Campinas, Brazilia)

LA: *Logique et Analyse* (Gent, Belgia)

NDJFL: *Notre Dame Journal of Formal Logic* (Notre Dame, Statele Unite)

RML: *Report on Mathematical Logic* (Cracovia, Polonia)

SL: *Studia Logica* (Varsovia, Polonia)

ARRUDA Ayda I. şi Newton C.A. DA COSTA

1966 «O paradoxo de Curry – Moh Shaw Kwei»
Boletim da Sociedade Matematica de Sao Paolo, 18, 83–89.

1970 «Sur le schéma de séparation»
Nagoya Mathematical Journal, 38, 71–84

BÉZIAU Jean–Yves

1989 «Calcul des séquents pour logique non – aléthique»
LA, 125–126, 143–155

1990 «Logiques construites suivant les méthodes de DA COSTA»
LA, 131–132, 259–272

1993 «Nouveaux résultats et nouveau regard sur la logique paraconsistante *C*1»
LA, 141 – 142, 45 – 58

CARNIELLI, WALTER A. şi M. Lima MARQUES

1990 «Reasoning under inconsistent knowledge»
Université Paul Sabatier, Toulouse

DA COSTA Newton C. A.

1963a *Sistemais Formais Inconsistentes* (Teză)
Universidade Federal do Parana

1963b «Calculs propositionnels pour les systèmes formels inconsistents»
CRASP, 257, 3790–3793

1964 «Calculs des prédicats pour les systèmes formels inconsistents»
CRASP, 258, 27–29

1986 «On paraconsistent set theory»
LA, 115, 361–371

DA COSTA Newton C. A. şi Jean – Yves BÉZIAU

1996 «Théories paraconsistantes des ensembles»
LA, în curs de apariţie

DA COSTA Newton C. A şi Elias H. ALVES

1976 «Une sémantique pour le calcul *C*1»
CRASP, 238 A, 729–731

1977 «A semantical analysis of the calculi *Cn*»
NDJFL, 18, 621–630

DA COSTA Newton C.A., Jean–Yves BÉZIAU şi Otavio A. S. BUENO

1995a «Aspects of paraconsistent logic»
BIGPAL, 3, 597–614

1995b «Topics in paraconsistent logic»
Philosophical Alternatives, în curs de apariţie

DA COSTA Newton C. A. şi Marcel GUILLAUME

1965 «Négations composées et loi de Peirce dans les systèmes *Cn*»
Portugalia Mathematicae, 24, 201–210

D'OTTAVIANO Itala M. L.

1990 «On the development of paraconsistent logic and da Costa's work»
JNCL, 7, 10–72

FIDEL Manuel

1977 «The Decidability of the Calculi *Cn*»
RML, 8, 31–40

LEWIN Renato A., Irène F. MIKENBERG şi M. G. SCHWARZE

1991 «*C*1 is not algebraizable»
NDJFL, 32, 609–611

LOPARIC Andréa

1977 «Une étude sémantique de quelques calculs propositionnels»
CRASP, 284 A, 835–838

MORTENSEN Chris

1980 «Every quotient algebra for *C*1 is trivial»
NDJFL, 21, 694–700

PRIEST Graham, Richard ROUTLEY şi Jean NORMAN (ed.)

1989 *Paraconsistent logic: Essays on the inconsistent*
Philosophia, München

RAGGIO Andrès R.

1968 «A propositional sequence calculi for inconsistent systems»
NDJFL, 9, 359–366

URBAS Igor

1989 «Paraconsistency and the *C* – systems of da Costa»
NDJFL, 30, 583–597

URBAS Igor

«Paraconsistency»
Studies in Soviet Througt, 39, 343–354

anexa 2
teoria evaluării

jean-yves béziau

I. Spre o teorie generală a logicii

Pe vremuri se credea că există *legi fundamentale* ale logicii, precum principiul noncontradicţiei, principiul terţului exclus şi principiul identităţii. Astăzi se construiesc logici care se abat de la aceste principii. Logica intuiţionistă se abate de la principiul terţului exclus, logica paraconsistentă de la principiul contradicţiei, iar logica lui Schrödinger de la principiul identităţii[1]. Se poate construi o logică încălcând chiar toate cele trei principii. Ne putem întreba atunci, ce sens mai are să vorbim de logică? Se poate răspunde afirmativ justificând această afirmaţie prin examinarea naşterii *Algebrei universale.*

În a doua jumătate a secolului al XIX-lea au apărut structuri algebrice din ce în ce mai bizare, adică având operatori din ce în ce mai bizari, de pildă operatori noncomutativi sau idempotenţi. În anul 1898 Whitehead, puternic influenţat de Grassmann, redacta prima monografie consacrată algebrei universale, dar algebra universală s-a născut cu adevărat abia treizeci de ani mai târziu când G. Birkhoff a definit noţiunea absolut generală de structură algebrică. La prima vedere, definiţia lui Birkhoff stârneşte mirarea: o algebră este pur şi simplu datul unei mulţimi cu o familie de operatori asupra acestei mulţimi. *Nici o lege* nu este impusă *a priori* pentru aceşti operatori. Astfel,

---

[1] Această logică a fost propusă în anul 1980 în prima ediţie a cărţii pe care o traducem aici: N.C.A. da Costa, *Ensaio sobre os fundamentos da logica*, Hucitec, Sao Paolo, 1980 (vezi sfârşitul secţiunii 5 din capitolul 2 al prezentei ediţii, unde sunt indicate, de altfel, lucrările recente privind această problemă).

ceea ce a permis elaborarea unei teorii generale şi unificatoare a algebrei nu este o lege valabilă pentru orice algebră ci un concept, o idee fundamentală, aceea de structură algebrică bazată, în esenţă, pe ideea de operaţie.

Putem spune că *Logica universală* este studiul general al structurilor logice, tot aşa cum *Algebra universală* este studiul structurilor algebrice (cf. [BÉZIAU 1995])[2].

Dar ce este o structură logică? N. Bourbaki a deosebit trei tipuri de structuri fundamentale – structurile de ordine, structurile algebrice şi structurile topologice. Se poate spune, totodată, că structurile logice sunt structuri fundamentale ce îşi găsesc locul alături de aceste trei structuri mamă[3].

II. Structurile logice

O *logică* poate fi considerată ca o structură $\mathcal{L} = <\mathbb{L}; \vdash_{\mathbf{L}}>$ unde:

– $\mathbb{L}$ este o mulţime numită *domeniul* logicii,

– $\vdash_{\mathcal{L}}$ este o relaţie pe $\mathcal{P}(\mathbb{L}) \times \mathbb{L}$ numită *relaţie de deductibilitate* (sau relaţie de consecinţă).

Un element al lui $\mathbb{L}$ este numit o *propoziţie* şi un element T al lui $\mathcal{P}(\mathbb{L})$ o *teorie*. Se scrie, în general, $T \vdash_{\mathcal{L}} a$ pentru $<T;\ a> \in \vdash_{\mathcal{L}}>$, sau pur şi simplu $T \vdash a$, atunci când nu există ambiguităţi şi, de asemenea, $T \nvdash_{\mathcal{L}}$, pentru $<T;\ a> \notin \vdash_{\mathcal{L}}>$.

Putem distinge mai multe niveluri în studiul logicii universale; partea cea mai generală, care priveşte studiul structurilor logice independent de structura subiacentă a mulţimii $\mathbb{L}$ constituie *Logica abstractă* (vezi [BÉZIAU 1993] şi [BÉZIAU 1994b]). Un anumit număr de rezultate poate fi obţinut la nivelul pur abstract, aşa cum vom vedea mai departe.

---

[2] O astfel de abordare a logicii a fost anticipată de J. Porte în anul 1965, deşi el nu a folosit numele de *Logică Universală* (vezi [Porte 1965]).

[3] Să observăm că, afirmând aceasta, nu intrăm în conflict cu N. Bourbaki care declara: «Structurile fundamentale nu sunt imuabile nici în numărul, nici în esenţa lor; este foarte posibil ca dezvoltarea ulterioară să mărească numărul structurilor fundamentale (...) şi putem conta dinainte pe nişte progrese decisive ale acestor *invenţii* de structuri.» ([BOURBAKI 1948], p. 45).

Pentru logicile structurate, logici unde structura subiacentă lui L este explicitată, există o clasă de logici, logicile lui Łos, care reprezintă logicile propoziţionale obişnuite. O logică a lui Łos este o logică al cărei domeniu este o algebră absolut liberă şi a cărei relaţie de deductibilitate este stabilă pentru endomorfismele acestei algebre[4].

A. Lindenbaum a fost primul care a constat că mulţimea formulelor logicii propoziţionale constituie o structură algebrică (vezi [SURMA 1982])[5], apoi J. Łos şi R. Suszko au constatat că noţiunea de substituţie poate fi definită graţie endomorfismelor acestei algebre. Stabilitatea relaţiei de deductibilitate prin endomorfisme exprimă exact ideea de invarianţă a formei în raport cu conţinutul (vezi [ŁOS / SUSZKO 1958]).

O logică a lui Łos este notată $<\mathfrak{I}; \vdash>$ unde $\mathfrak{I}$ este o algebră absolut liberă a domeniului F. Elementele lui F sunt numite *formule*, iar generatorii lui $\mathfrak{I}$, *formule atomare*. În cazul «limbajului» uzual al logicii propoziţiilor, $\mathfrak{I}$ este structura $\mathfrak{I} =< \mathbb{F}; <\wedge;\vee;\rightarrow,\neg>>$ de tip $\tau =< 2; 2; 2; 1>$.

Această idee poate fi generalizată pentru a reprezenta limbajele logicii de ordinul întâi şi ale logicilor de ordin superior luând drept domeniu algebre cu operatori parţiali şi infinitari reprezentând cuantificatorii.

O logică poate fi dată în mai multe feluri: *axiomatic*, *demonstrativ*, *semantic* (mai există şi alte posibilităţi pe care nu le avem în vedere aici).

Axiomatic. Se dau axiome care guvernează relaţia de deductibilitate. De cele mai multe ori aceste axiome definesc nu o logică, ci o clasă a logicilor. Cele mai celebre axiome, care au fost date de Tarski [TARSKI 1928], sunt următoarele:

1. Dacă $a \in T$, $T \vdash a$

2. Fie T' o extensiune a lui T (i.e. $T \subseteq T'$)
   dacă $T \vdash a$ atunci $T' \vdash a$

3. Dacă $T \vdash a$ pentru orice $a \in T'$ şi $T' \vdash b$, atunci $T \vdash b$.

O *logică normală* este o logică ce se supune acestor trei axiome. O logică a lui Łos normală este numită logica lui Łos-Suszko[6].

---

[4] Deci, conform terminologiei lui Bourbaki, o astfel de structură este *o încrucişare* de structuri, rezultând din intersectarea a două structuri fundamentale.

[5] Este important să nu confundăm această noţiune cu noţiunea de algebră a lui Lindenbaum, noţiune datorată, de fapt, lui Tarski (vezi articolul lui Surma).

[6] Într-adevăr, Łos şi Suszko sunt cei ce au prezentat pentru prima oară o astfel de structură; cu toate acestea, o astfel de noţiune este strâns legată de ideile lui Lindenbaum şi Tarski.

Alte două axiome celebre sunt următoarele:

Axioma finitudinii. Dacă $T \vdash a$, atunci există o sub-teorie finită a lui T astfel încât $T_\circ \vdash a$.

Axioma compactităţii. Dacă $T \vdash a$ pentru orice a, atunci există o sub-teorie finită $T_\circ$ a lui T astfel încât $T_\circ \vdash a$ pentru orice a.

În general, aceste două axiome nu sunt echivalente în sensul că există *logici* (*normale*) *compacte* care nu sunt finitare şi *logici* (*normale*) *finitare* care nu sunt compacte.

Demonstrativ. O logică este dată demonstrativ atunci când este generată de o mulţime de reguli de deducţie (*sistem de deducţie*).

O *regulă de deducţie R* asupra unei mulţimi $\mathbb{X}$ este o pereche $< X; x >$ unde X este o parte din $\mathbb{X}$, iar x un element al lui x. Elementele lui X sunt numite *premise* ale regulii, iar x, *concluzia* regulii. În general, o regulă se simbolizează în felul următor:

$$\frac{x_1 \cdots x_\alpha \cdots}{x}$$

unde $x_1 \cdots x_\alpha \cdots$ este o enumerare (finită sau transfinită) a elementelor lui X.

Fiind dată o mulţime $\mathbb{X}$, se numeşte *regula lui Hilbert* asupra lui $\mathbb{X}$, orice regulă de deducţie asupra lui $\mathbb{X}$. Fie acum $\mathbb{X}$ mulţimea perechilor părţilor lui $\mathbb{X}$, i.e. $2\mathbb{X} = \{< X ; Y >; X, Y \in \mathbb{X}\}$, se numeşte *regula lui Gentzen* pe $\mathbb{X}$, orice regulă de deducţie asupra lui $2\mathbb{X}$ [7].

Fie o mulţime de reguli asupra aceleiaşi mulţimi $\mathbb{X}$ se numeşte *demonstraţie* $\mathbb{X}$ o înlănţuire arborescentă de reguli.

Fiind dată o mulţime de reguli ale lui Hilbert pe $\mathbb{X}$, se numeşte *demonstraţie Hilbert* a lui x în $\mathbb{X}$, *cu ipoteze X*, o demonstraţie în $\mathbb{X}$ care este un arbore finit a cărui rădăcină este x şi ale cărui extremităţi se află printre X sau sunt «vide»[8].

Logica cu domeniul $\mathbb{X}$ indusă de un astfel de sistem este definită după cum urmează: $T \vdash a$ dacă şi numai dacă există o demonstraţie a lui a cu ipotezele $X, X \subseteq T$.

[7] În cazul logicilor structurate, se identifică, în general, o regulă cu închiderea sa prin substituţii (schema regulii); este motivul pentru care unii definesc o regulă ca o mulţime de reguli în sensul dat de noi aici acestui termen.

[8] O regulă a cărei mulţime a premiselor este vidă se numeşte *regulă axiomatică* (ideea de a subsuma în acelaşi concept *axioma* şi *regula* îi aparţine lui Carnap).

Fiind dată o mulţime de reguli Gentzen pe $\mathbb{X}$, se numeşte *demonstraţie* a lui $<T1; T2>$ o demonstraţie pe $2\mathcal{X}$ care este un arbore finit cu rădăcina $<T1; T2>$ şi a cărui extremităţi sunt reguli axiomatice. Logica de domeniu $\mathbb{X}$ indusă de un astfel de sistem este definită după cum urmează: $T \vdash a$ dacă şi numai dacă există o demonstraţie a lui $<T; \{a\}>$.

PROPOZIŢIE (A. Tarski) *Orice logică indusă de un sistem Hilbert este o logică normală.*

De fapt, acesta este rezultatul care l-a făcut pe Tarski să adopte cele trei axiome care definesc logicile normale. Este important să observăm faptul că la origine li se impuneau noţiunilor de regulă şi de demonstraţie, condiţii de finitudine absolut esenţiale din punct de vedere al *doctrinei formaliste.* Aceste condiţii o dată impuse, logica indusă de un sistem Hilbert este o logică normală finitară; din această cauză, Tarski a folosit axioma finitudinii pentru a-şi dezvolta teoria generală a consecinţei.

O logică indusă de un sistem Gentzen nu este în mod necesar o logică normală. Sistemele prezentate de Gentzen erau concepute, la origine, pornind de la secvenţe finite (de unde denumirea *sistem secvenţial* sau *calcul al secvenţelor*). A ne referi la sistemele lui Gentzen unde sunt valabile reguli structurale uzuale este acelaşi lucru cu a ne referi la secvenţe sau la mulţimi. Se numeşte *SSSS* (*sisteme de secvenţi structural standard*) un sistem al lui Gentzen care conţine regulile structurale uzuale. Este uşor atunci să vedem că logicile induse de astfel de sisteme sunt logici normale.

Semantic. O logică este dată *semantic* atunci când obiectelor lui L le corespund mulţimi de obiecte numite *extensiuni* şi când relaţia de deductibilitate este definită în funcţie de raportul între extensiunile propoziţiilor.

Mai exact, o semantică asupra unei mulţimi $\mathbb{L}$ este o structură $\mathfrak{S} =< \mathbb{M}; \text{mod} >$ unde:

– $\mathbb{M}$ este o mulţime, *universul* semanticii,

– mod este o funcţie a lui $\mathbb{L}$ în $\mathcal{P}(\mathbb{M})$ numită *funcţie de modelare.*

Funcţia de modelare este în mod natural extinsă la o funcţie a lui $\mathcal{P}(\mathbb{L})$ în $\mathcal{P}(\mathbb{M})$ prin definirea lui $\text{mod}\, T = \bigcap_{a \in T} \text{mod}\, a$.

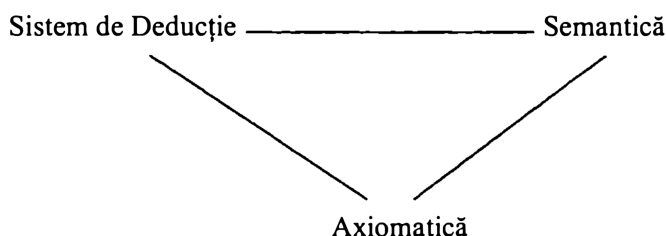
Logica indusă de o semantică $< \mathbb{M}; \text{mod} >$ pe o mulţime $\mathbb{L}$ este logica $< \mathbb{L}; \vdash >$ unde $\vdash$ este definită după cum urmează: $T \vdash$ dacă şi numai dacă $\text{mod}\, T \subseteq \text{mod}\, a$.

E uşor să vedem că toată această logică indusă de o semantică este o logică normală.

Un capitol important al logicii universale constă în a studia relaţiile între diferitele moduri de a induce o logică: fiind dată o logică indusă de un sistem de deducţie, poate fi ea oare *prevăzută* cu o semantică (sau *caracterizată* de o semantică)? Adică, există oare o logică identică indusă de o semantică?

Invers: fiind dată o logică indusă de o semantică, poate fi *sistematizată* această logică? Adică, există oare o logică identică indusă de un sistem de deducţie?

Aceste chestiuni pot fi studiate local, dar pot fi, de asemenea, căutate nişte metode generale problema descompunându-se atunci în mod temar:



Se arată, de exemplu, cum pot fi prevăzute cu un anumit tip de semantică logici aparţinând unei clase definite prin axiome, apoi, se arată că o logică indusă de un anumit tip de sistem de deducţie se supune axiomelor în discuţie.

III. Bievaluări

Teoria evalării (*théorie de la valuation*) dezvoltată de da Costa reprezintă studiul general al logicii pornind de la conceptul de funcţie bivalentă.

Cu alte cuvinte, fiind dată o logică $\mathcal{L} = \langle \mathbb{L} \vdash_{\mathcal{L}} \rangle$ definită într-un mod sau altul (semantic, demonstrativ, axiomatic etc.) vom încerca să o *caracterizăm* printr-o mulţime **BIV** de funcţii de la $\mathbb{L}$ în $\{0, 1\}$.

O astfel de mulţime este numită *semantică bivalentă* pentru $\mathcal{L}$. Este un caz particular de semantică, în sensul în care am definit această noţiune. Universul semanticii este mulţimea **BIV** însăşi, iar funcţia mod este definită după cum urmează: $\beta \in$ mod a dacă şi numai dacă $\beta(a) = 1$.

Aceste funcții pot respecta sau nu structura subiacentă; în cazul în care o respectă, avem de-a face cu ceea ce se numeşte *semantici bivalente verifuncționale*.

Definiția exactă este următoarea:

Fiind dată o logică a lui Łos $\mathcal{L}$ al cărei domeniu este o algebră $\mathfrak{I}$ (absolut liberă) de tip τ, o semantică bivalentă verifuncțională pentru $\mathcal{L}$ este o structură < **HOM**; bod > unde **HOM** este mulțimea izomorfismelor lui $\mathfrak{I}$ pe o algebră definită pe $\{0, 1\}$ de acelaşi tip cu $\mathfrak{I}$ şi unde $\beta \in$ bod (a) dacă şi numai dacă $\beta(a)$. Cum $\mathfrak{I}$ este o algebră absolut liberă, ar fi acelaşi lucru dacă în loc de **HOM** am avea în vedere mulțimea funcțiilor mulțimii generatorilor lui $\mathfrak{I}$ (formule atomare) în $\{0, 1\}$(ceea ce se numeşte în mod obişnuit *distribuții ale valorii de adevăr*).

Putem generaliza această idee definind noțiunea de semantică κ – verifuncțională pentru un număr cardinal κ oarecare. Se ia o algebră $\mathfrak{A}$ de acelaşi tip cu $\mathfrak{I}$ de cardinal κ şi o submulțime (proprie şi nevidă) *D* a domeniului algebrei (mulțimea *valorilor distinse*). Avem atunci o structură de tip $<\mathfrak{A}, \mathbb{D}>$ numită *matrice*. O semantică κ – verifuncțională < **HOM**; mod > are ca univers mulțimea homorfismelor lui $\mathfrak{I}$ pe $\mathfrak{A}$, iar funcția de modalizare mod este definită după cum urmează:

$$h \in \text{mod}\, a \text{ dacă şi numai dacă } h(a) \in \mathbb{D}$$

O logică este numită κ – verifuncțională dacă şi numai dacă κ este cel mai mic număr cardinal astfel încât această logică să poată κ fi prevăzută cu o semantică verifuncțională.

Teoria matricelor a fost dezvoltată, în principal, de polonezi (vezi mai ales [ŁOS 1949]).

Să observăm că o semantică bivalentă se supune următorului principiu:

Principiul bivalenței: orice propoziție este fie adevărată, fie falsă.

Într-adevăr, aceasta nu înseamnă nimic altceva decât că fiecare propoziție este asociată cu o singură valoare (i.e. această «asociere» este o *funcție*) luată dintr-o mulțime cu două valori.

O logică indusă de o semantică «verifuncțională» $(\kappa > 2)$ cum este logica bivalentă a lui Lukasiewicz, nu se supune principiului bivalenței în sensul că nici semantica ce o induce nu i se supune. Pe de altă parte, ştim că această logică *nu poate* fi indusă de o semantică 2 – verifuncțională,

dimpotrivă, R. Suszko [SUSZKO 1975] a arătat că această logică poate fi indusă de o semantică bivalentă (nonverifuncţională).

În realitate, se poate demonstra rezultatul următor:

TEOREMĂ (N.C.A. da Costa/R. Suszko) *Orice logică normală poate fi prevăzută cu o semantică bivalentă.*

Cum orice logică indusă de o semantică este o logică normală, avem următorul corolar:

COROLAR *Pentru orice semantică există o semantică bivalentă ce induce aceeaşi logică.*

Deci orice logică este într-un anumit sens bivalentă. Ne putem, totuşi, întreba cum sunt logicile 2-verifuncţionale. Utilizând teorema completitudinii funcţionale a logicii clasice, obţinem următorul rezultat:

TEOREMĂ (N.C.A. da Costa) *Orice logică 2-verifuncţională este o sublogică a logicii clasice.*

Graţie acestei teoreme şi teoremei transpunerii logicii clasice în logica intuiţionistă, se contată că logica intuiţionistă nu poate fi prevăzută cu o semantică 2 – verifuncţională. Acelaşi lucru este valabil pentru logica paraconsistentă *C*1 studiată în Anexa 1.

Fiind dată o logică $\mathfrak{L} = < \mathbb{L}; \vdash >$, să considerăm $B_{\mathfrak{L}}$ mulţimea semanticilor bivalente ce caracterizează $\mathfrak{L}$. Această mulţime poate fi prevăzută cu o structură de ordine, avem într-adevăr structura următoare: $< B_{\mathfrak{L}}; \leq >$, unde un element al lui $B_{\mathfrak{L}}$ este o mulţime **BIV** de funcţii definite în $\mathbb{L}$ cu valori în $\{0, 1\}$ şi unde $\mathbf{BIV}_1 \leq \mathbf{BIV}_2$ dacă şi nu numai dacă $\mathbf{BIV}_1 \subseteq \mathbf{BIV}_2$.

Se ştie că orice logică normală poate fi prevăzută cu o semantică bivalentă, dar putem încerca să găsim o semantică bivalentă «bine situată» în $< B_{\mathfrak{L}}; \leq >$, de exemplu, o semantică minimală.

În acest stadiu se cuvine să notăm că a studia o mulţime de bievaluări sau o clasă de teorii este aproape acelaşi lucru, deoarece funcţia caracteristică a unei teorii determină în mod univoc o bievaluare, şi invers.

Problema poate fi formulată atunci după cum urmează: a caracteriza o logică printr-o clasă de teorii interesante. Fiind dată o logică, putem deosebi următoarele clase de teorii:

– clasa **LIM** a teoriilor limitate (sau non-triviale);

– clasa **CLO** a teoriilor închise;

– clasa **EXC** a teoriilor excesive;

– clasa **MAX** a teoriilor maximale. Dacă excludem din **CLO** teoria $\mathbb{L}$ şi luăm în considerare clasa teoriilor **CLO***, aceste clase se întrepătrund în cazul unei logici normale:

$$\text{MAX} \subseteq \text{EXC} \subseteq \text{CLO}^* \subseteq \text{LIM}$$

Să reamintim pe scurt definiţiile:

O teorie T este:

– *limitată* dacă şi numai dacă există a astfel încât $T \nvdash a$ (spunem atunci că T este a – limitată),

– *închisă*, dacă şi numai dacă $T \vdash a \Rightarrow a \in T$,

– *excesivă* dacă şi numai dacă T este a - limitată pentru un a şi $T \cup \{b\} \vdash a$ pentru orice $b \notin T$ (spunem atunci că T este a *- excesivă*),

– *maximală* dacă şi numai dacă T este limitată şi nu este cuprinsă strict în nici o teorie limitată.

Avem atunci, următoarele teoreme:

TEOREMĂ (A. Lindenbaum) *Într-o logică normală compactă, orice teorie limitată poate fi extinsă la o teorie maximală.*

TEOREMĂ (G. Asser) *Într-o logică normală finitară, orice teorie a – limitată poate fi extinsă la o teorie a - excesivă.*

Teorema lui Lindenbaum nu asigură adecvarea lui **MAX** decât în anumite cazuri foarte specifice, în timp ce teorema lui Asser, numită în mod curent teorema lui Lindenbaum–Asser este mult mai generală.

Dacă numim *logica lui Lindenbaum–Asser* o logică în care orice teorie a – limitată poate fi extinsă la o teorie a – excesivă, atunci rezultatul următor confirmă predominanţa teoriei lui Asser.

TEOREMĂ (J.-Y. Béziau) *Semantica constituită de funcţiile caracteristice ale teoriilor excesive ale unei logici normale a lui Lindenbaum–Asser este o semantică minimală pentru această logică.*

Rezultă de aici faptul că într-o logică cum este logica intuiţionistă unde există teorii excesive care nu sunt maximale, **MAX** nu constituie o semantică adecvată şi, prin urmare, teorema lui Lindenbaum nu serveşte la nimic.

E interesant să ne întrebăm ce semnificaţie are identitatea sau diferenţa dintre **MAX** şi **EXC**. Urmând o sugestie a lui D. Makinson, să numim *absolută* o logică în care **MAX** = **EXC**. Avem atunci, următorul rezultat:

TEOREMĂ (J.-Y. Béziau) *O logică normală a lui Lindenbaum–Asser în care există teoreme maximale este maximală dacă şi numai dacă este absolută.*

În această teoremă înţelegem prin logică maximală o logică a cărei relaţie de deductibilitate nu poate fi extinsă pe baza aceluiaşi domeniu.

E interesant să stabilim conexiuni între abstract şi concret, iar noţiunea de logică absolută ne oferă ocazia să o facem:

TEOREMĂ (J.-Y. Béziau) *Dacă o negaţie clasică poate fi definită într-o logică normală, atunci ea este absolută.*

Cu toate acestea, «absolutitatea» nu poate servi la caracterizarea noţiunii de negaţie clasică deoarece avem următorul rezultat:

TEOREMĂ (J.-Y. Béziau/D.W. Miller) *Dacă o implicaţie clasică poate fi definită într-o logică normală, atunci ea este absolută.*

Putem stabili atunci următoarea conjectură:

CONJECTURĂ *O logică este absolută dacă şi numai dacă putem defini în ea o implicaţie clasică.*

IV. Extensionalitate şi algebrizare

Fiind dată o logică, se defineşte relaţia de *echivalenţă logică* între formule în felul următor: $a \approx b$ dacă şi numai dacă $a \vdash b$ şi $b \vdash a$.

Dacă logica este normală, această relaţie este o relaţie de echivalenţă. Când avem de-a face cu o logică structurată se pune problema de a şti dacă această relaţie este compatibilă. Dacă aşa stau lucrurile, se spune că logica este *extensională*. Compatibilitatea se exprimă în felul următor: o relaţie de echivalenţă $\approx$ este o relaţie de congruenţă atunci când:

$$\text{dacă } a \approx b \text{ atunci } T[a/b] \vdash c[a/b].$$

(a/b înseamnă că se înlocuieşte o ocurenţă a lui b cu a).

Această definiţie poate fi simplificată. Numim o relaţie de echivalenţă $\approx$, o cvasi-congruenţă dacă ea verifică:

$$\textit{dacă } a \approx b \text{ implică } c[a/b] \approx c.$$

Avem atunci:

PROPOZIŢIE (J.-Y. Béziau) *O relaţie de cvasicongruenţă asupra unei logici normale este o congruenţă.*

E clar că $a \approx b$ dacă şi numai dacă mod (a) = mod (b). Altfel spus, a şi b sunt logic echivalente când determină aceeaşi clasă de modele. Într-o logică extensională se pot identifica două propoziţii sau două teorii având aceeaşi extensiune (de unde terminologia).

În cazul unei semantici bivalente mai avem în plus: $a \approx b$ dacă şi numai dacă $\beta(a) = \beta(b)$, ceea ce ne permite să obţinem următorul rezultat:

TEOREMĂ (J.-Y. Béziau) *Orice logică 2 – verifuncţională este extensională.*

Acest rezultat explică (dar nu justifică) confuzia care se face, în general, între extensionalitate şi verifuncţionalitate. Cu toate acestea, o logică nonverifuncţională nu este în mod necesar nonextensională. Dacă nu ţinem seama de acest fapt, riscăm să comitem o gafă filosofică calificând drept intensională orice logică nonverifuncţională (cf. [BÉZIAU 1994]).

O logică extensională poate fi transformată în algebră dacă o putem transforma într-o algebră cât prin relaţia de echivalenţă. O astfel de algebră este ceea ce se numeşte algebra Tarski–Lindenbaum.

În realitate, atunci când avem de-a face cu logici extensionale, putem trece imediat de la algebră la logică. Avantajul de a lua în considerare logici ale lui Łos este de a putea exploata structura algebrei libere subiacente pentru a efectua demonstraţii prin recurenţă asupra complexităţii formulelor ca, de exemplu, demonstraţia eliminării tăieturilor. Dar reducţia algebrică are şi ea avantajele ei, căci ea ne permite să efectuăm manipulări ecuaţionale, ca în cazul algebrei obişnuite; exemplul aducerii la forma disjunctivă este un exemplu tipic de manipulare algebrică. Dar astfel de manipulări nu pot avea loc decât parţial în cazul unor logici non-extensionale.

V. Sisteme de deducţie şi bievaluări

Fiind dată o regulă $< X;\ x >$ asupra unei mulţimi $\mathbb{X}$, spunem că o bievaluare b a lui $\mathbb{X}$ în $\{0,\ 1\}$ *respectă* această regulă dacă şi numai dacă:

$$\text{pentru orice } y \in X, \quad \beta(y) = 1 \Rightarrow \beta(x) = 1.$$

Fie un sistem Hilbert pe o mulţime L; mulţimea *reevaluărilor* acestui sistem este mulţimea bievaluărilor lui L în $\{0, 1\}$ care respectă toate regulile sistemului. Avem atunci următorul rezultat:

PROPOZIŢIE (N.C.A. da Costa) *Mulţimea reevaluărilor unui sistem Hilbert este o semantică adecvată pentru logica indusă de acest sistem.*

În realitate, mulţimea reevaluărilor unui sistem Hilbert este clasa teoriilor închise ale logicii induse de acest sistem.

Fie un sistem Gentzen asupra unei mulţimi $\mathbb{L}$ şi o funcţie β a lui $\mathbb{L}$ în $\{0, 1\}$. Se extinde această funcţie la o funcţie a lui $2\mathbb{L}$ în $\{0, 1\}$ în modul următor:

$$(T1;\ T2)=1 \text{ dacă şi numai dacă}$$

$$\beta(a)=0 \text{ pentru un } a\in T1 \text{ sau } \beta(a)=1 \text{ pentru un } a\in T2.$$

Spunem apoi că o funcţie a lui $\mathbb{L}$ în $\{0, 1\}$ este o reevaluare a unui sistem Gentzen asupra unei mulţimi $\mathbb{L}$ dacă şi numai dacă ea respectă regulile sistemului.

Avem atunci următoarele rezultate:

PROPOZIŢIE (J.-Y. Béziau) *Mulţimea reevaluărilor unui sistem de deducţie este o semantică fiabilă pentru logica indusă de acest sistem.*

Prin semantică *fiabilă* înţelegem că logica indusă de această semantică include logica indusă de sistem; în caz contrar, se vorbeşte de semantică *completă.*

PROPOZIŢIE (J.-Y. Béziau) *Dacă o bievaluare respectă o regulă a unui SSSS, atunci ea respectă, de asemenea, orice extindere a acestei reguli.*

Prin extinderea regulii se înţelege o extindere stabilă a regulii, adică dacă $<X; x>$ este o regulă, atunci regula $<X'; x'>$. obţinută pornind de la adăugând $<X;\ x>$ în fiecare premisă contexte care sunt reportate în concluzie, reprezintă o extindere a lui $<X;\ x>$. De exemplu, o regulă cu context este o extindere a unei reguli fără context.

TEOREMĂ (J.-Y. Béziau) *Teoriile excesive respectă regulile unui SSSS.*

Să vedem acum în ce fel se aplică aceste rezultate. Luăm în considerare logica indusă de sistemul **LIC**, cuprinzând pe lângă regulile structurale obişnuite, cele două reguli uzuale pentru implicaţia clasică:

$$\frac{\Gamma, a \vdash b, \Delta}{\Gamma \vdash a \to b, \Delta} \to d \qquad \frac{\Gamma 1 \vdash a, \Delta 1 \qquad \Gamma 2, b \vdash \Delta 2}{\Gamma 1, \Gamma 2, a \to b \vdash \Delta 1, \Delta 2} \to g$$

Pentru orice funcţie caracteristică e a unei teorii excesive E, avem:

Dacă $e(a)=0$ sau $e(b)=1$ atunci $e(a \to b)=1$, căci e respectă $\to d$

Dacă $e(a)=1$ şi $e(b)=0$ atunci $e(a \to b)=0$, căci e respectă $\to g$.

Fie acum mulţimea **BIC** a funcţiilor lui $\Im(\to)$ în $\{0, 1\}$ definită de următoarea condiţie:

$\beta \in$ **BIC** dacă şi numai dacă $\beta(a \to b)=0 \Leftrightarrow \beta(a)=1$ şi $\beta(b)=0$

Este clar că **EXC** $\subseteq$ **BIC**, deci, în virtutea teoremei lui Lindenbaum Asser, **BIC** este o semantică completă pentru logica indusă de **LIC.**

Pentru a vedea acum că **BIC** este o semantică fiabilă, este suficient ca în virtutea propoziţiei precedente să se arate, de asemenea, că orice element al lui **BIV** respectă regulile lui **LIC** fără context, ceea ce nu prezintă nici o dificultate.

Putem aplica aceste rezultate unei clase întregi de logici, incluzând logicile paraconsistente $C1$ şi $C1+$ discutate în Anexa 1. Dacă aceste rezultate depind de faptul că ne aflăm în prezenţa unor sisteme de secvenţe standard din punct de vedere structural şi deci nu se aplică unor sisteme ca sistemele intuiţioniste şi liniare, ele nu depind în schimb de verifuncţionalitate.

Astfel, luând în considerare numai una dintre regulile pentru implicaţie, de exemplu, regula dreaptă, se arată, aplicând aceeaşi metodă, că logica indusă de acest sistem poate fi caracterizată de semantica bivalentă **BIC** definită după cum urmează:

$\beta \in$ **BIC** dacă şi numai dacă

$\beta(a)=0$ sau $\beta(b)=1 \Rightarrow \beta(a \to b)=1$.

VI. Tabele de adevăr

Atunci când au stabilit semantica logicii propoziţionale $C1$ (vezi Anexa 1), N.C.A. da Costa şi E.H. Alves au furnizat, de asemenea, o metodă a tabelelor de adevăr care este o generalizare a metodei uzuale. Apoi, N.C.A. da Costa a extins această metodă la o logică oarecare indusă de o semantică bivalentă. În secţiunea de faţă vom descrie această metodă.

Fiind dată o mulţime de bievaluări **BIV** asupra unei mulţimi $\mathbb{L}$, şi o teorie *T*, un *tabel* pentru *T* este un obiect având următoarea formă:

a_1	...	a_α ...
ξ_1	...	ξ_α ...
$\vdots$		
ξ_1^α	...	ξ_α^α ...
$\vdots$		

Partea de sus a tablaturii este ocupată de o enumerare (finită sau infinită) $a_1 \ldots a_\alpha \ldots$ a elementelor lui *T*; avem apoi o serie de linii $l_1,\ldots,l_\alpha,\ldots$ reprezentând fiecare dintre ele secvenţe (finite sau infinite) de 0 şi 1.

Un *tabel de adevăr* pentru o teorie *T* este un tabel care se supune următoarei condiţii de adecvare:

– fiecare linie a tabelului este restricţia unui element al lui **BIV**,

– fiind dată restricţia $\beta\upharpoonright_T$ a unui element al lui **BIV** la *T* există o linie a tabelului care coincide cu $\beta\upharpoonright_T$.

Se va verifica faptul că tabelele construite în Anexa 1 sunt, într-adevăr, tabele de adevăr în acest sens. Evident, ele posedă proprietăţi suplimentare care furnizează o metodă de decizie: se poate construi recursiv tabelul fiecărei formule.

În cazul logicii clasice se construiesc tabele pentru teorii finite *constituţional închise*, adică fiecare subformă a teoriei face parte din teorie. Am văzut că se pot construi, tot recursiv, tabele pentru teorii care nu sunt constituţional închise, deoarece în cazul lui *C*1 intervin, de asemenea, negaţii ale subformelor proprii.

Metoda tabelelor constă în general în a arăta:

– cum pot fi construite recursiv tabelele,

– că aceste tabele sunt, într-adevăr, tabele (adecvarea metodei).

Pentru a ilustra cele spuse, dăm un alt exemplu şi îl lăsăm pe cititor să efectueze cele două operaţii ce guvernează construirea tabelului pe care îl vom da.

Se analizează logica propoziţională al cărei domeniu este algebra $\mathfrak{I} = < \mathbb{F};\ < \neg; \to; \vee >>$ de tip $< 1; 2; 2 >$. Se defineşte o mulţime de bievaluare **BIV** felul următor:

$\beta \in$ **BIV** dacă şi numai dacă

$$\beta(a)=1 \Rightarrow \beta(\neg a)=0$$

$$\beta(a \to b)=0 \Leftrightarrow \beta(a)=1 \text{ şi } \beta(b)=0$$

$$\beta(a \vee b)=1 \Leftrightarrow \beta(a)=1 \text{ sau } \beta(b)=1$$

Se poate construi următorul tabel care ne arată că $a \vee \neg a$ nu este o teză a acestei logici:

a	$\neg a$	$a \vee \neg a$
0	0	0
0	1	1
1	0	1

Această logică este aşadar o logică *paraconsistentă*. Ea este, *în aparenţă*, strict mai slabă decât logica clasică, dar de fapt aceasta din urmă poate fi transpusă în cea dintâi (cf. [BÉZIAU 1990], p. 265).

Într-adevăr, se poate construi următorul tabel care ne arată că $a \vee \neg a$ este o negaţie clasică pentru această logică:

a	$\neg a$	$a \to \neg a$
0	0	1
0	1	1
1	0	0

VII. *Bibliografie*

(Abrevierile pentru numele revistelor sunt aceleaşi cu cele folosite în Anexa 1).

ASSER Günther

1959 — *Einfürhung in die mathematische Logik*, *Teil I*: *Aussagenkalkül*
Leipzig

BÉZIAU Jean–Yves

1993 — «De la logique formelle à la logique abstraite»
Boletim da Sociedade Paranaense de Matematica, 14, 41–50

1994a «Du Pont's paradox and the problem of intensional logic»
Logica'93 – Proceedings of the 7th International Symposium, pp. 62–65
Editat de P. Kolar şi V. Svoboda
Academia Cehă de Ştiinţe, Praga

1994b «Recherches sur la logique abstraite»
Acta Universitatis Wratislaviensis, Serie Logika, 16

1995 « La Logique Universelle»
Logica'94 – Proceedings of the 8th International Symposium, pp 73–93
Editat de T. Childers şi O. Majer
Academia Cehă de Ştiinţe, Praga

BIRKHOFF Garrett

1945 «Universal Algebra»
Comptes Rendus du Premier Congrès Canadien de Mathématiques,
Montréal – 1945, pp. 310–326,
University of Toronto Press, Toronto

BOURBAKI Nicolas

1948 «L'Architecture des mathématiques»
Les grands courants de la pensée mathématique, pp. 35–47
Editat de F. Le Lionnais
Cahiers du Sud, Paris

DA COSTA, Newton C.A. şi Jean-Yves BÉZIAU

1992 «Théorie de la valuation»
Université de São Paulo, São Paulo

1994 «La théorie de la valuation en question»
Proceedings of the 9th Latin-American Symposium on Mathematical Logic, pp. 95–104
Editat de M. Abad
Universidad Nacional del Sur, Bahia-Bianca

EPSTEIN Richard L.

1990 *The semantic foundations of logic, Volume I: Propositional Logics*
Kluwer, Dordrecht

FONT Josep Marie şi Ramon JANSANA
1994 *A general algebraic semantics for sentential logics*
Université de Barcelonne, Barcelona

GIRARD Jean-Yves
1993 «On the unity of logic»
APAL, 39, 201–217

GRANA Nicolas
1990 *Sulla teoria delle valuazioni di N.C.A. da Costa Liguori, Neapole*

LOPARIK Andrea
1977 «The method of valuation in modal logic»
Proceedings of the First Brazilian Conference on Mathematical Logic,
pp. 141–157
Editat de A.I. Arruda, N.C.A da Costa şi R. Chauqui
Marcel Dekker
New York şi Basel

LOPARIC Andrea şi Newton C.A. DA COSTA
1984 «Paraconsistency, Paracompleteness and Valuations»
LA, *106*, 119–131

KOTAS Jerzy şi Newton C.A. DA COSTA
1980 «Some problems on logical matrices and valorizations»
Proceedings of the Third Brazilian Conference on Mathematical Logic,
pp. 131–145
Editat de A. I. Arruda, N.C.A. da Cosra şi A.M. Sette
Sociedade Brasileira de Logica, Sao Paulo

ŁOS Jerzy
1949 *O matrycach logicnych*
Travaux de la Société des Sciences et des Lettres de Wroclaw, Série B, 19
Wroclaw

ŁOS Jerzy şi Roman SUSZKO

1958 «Remarks on sentential logic»
Indigationes Mathematicae, 20, 177–183

MARTIN Norman M.

1989 *Systems of Logic*
Cambridge University Press, Cambridge

POGORZELSKI Witold A. şi Piotr WOJTYLAK

1982 *Elements of the theory of completeness in propositional logic*
Université Silésienne, Katowice

PORTE Jean

1965 *Recherches sur la théorie générale des systèmes formels et sur les*
systèmes connectifs
Gauthier/Villars, Paris
E. Nauwelaerts, Louvain

SURMA Stanislas J.

1982 «On the origin and subsequent applications of the concept of Lindenbaum algebra»
Logic, methodology and philosophy of Science, *VI*, pp. 719–734
Editat de L.J. Cohen, J. Los, H. Pfeiffer şi K.-D. Podewski
PWN, Varsovie
North-Holland, Amsterdam

SUSZKO Roman

1975 «Remarks on Lukasiewiczțs three-valued logic»
BSL, 4, 87–90

1977 «The Fregean axiom and Polish mathematical logic in the 1920s»
SL, 36, 377–380

TARSKI Alfred

1928 «Remarques sur les notions fondamentales de la méthodologie des mathématiques»
Annales de la Société Polonaise de Mathématiques, 7, 270–272

WHITEHEAD Alfred North

1898 *A treatise on universal algebra*
Cambridge University Press, Cambridge

WÓJCICKI Ryszard

1984 *Lectures on propositional calculi*
Ossolineum, Wroclaw.

WÓJCICKI Ryszard

1988 *Theory of logical calculi*
Kluwer, Dordrecht

index